



高等学校信息工程类专业“十一五”规划教材

数字信号处理

(第二版)

刘顺兰 吴 杰 编著
高西全 主审



西安电子科技大学出版社
<http://www.xdph.com>

面向 21 世纪高等学校信息工程类专业“十一五”规划教材

数字信号处理

(第二版)

刘顺兰 吴杰 编著
高西全 主审

西安电子科技大学出版社
2009

内 容 简 介

本书是在第一版的基础上修订而成的，尤其对第1、4、8章做了内容补充。

本书在重点介绍数字信号处理基础理论的同时，增加了信号处理的较新领域——小波变换的基本理论及数字信号处理的软件实现方法等内容，特别注意了理论和实际相结合。全书共八章。第1章介绍离散时间信号和系统，并包括其时域和频域分析；第2章、第3章为离散傅里叶变换及其快速算法；第4、5、6章是IIR和FIR型数字滤波器的实现结构及设计；第7章讨论信号的时频表示与小波分析，包括小波变换的基本理论及其应用；第8章为MATLAB程序设计语言在信号处理中的应用。每章都配有习题和上机练习。

本书可作为无线电技术类专业本科生的教材，或者相近专业本科、大专生的必修或选修课教材，也可作为有关科技人员的数字信号处理理论基础参考书。

★ 本书配有电子教案，需要者可与出版社联系，免费提供。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/刘顺兰，吴杰编著。—2版。—西安：西安电子科技大学出版社，2009.7

面向21世纪高等学校信息工程类专业“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5606-2247-7

I. 数… II. ①刘… ②吴… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 069254 号

策 划 马乐惠

责任编辑 陈 婷 马乐惠

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 西安文化彩印厂

版 次 2009年7月第2版 2009年7月第6次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 20.25

字 数 475 千字

印 数 30 001~34 000 册

定 价 29.00 元

ISBN 978-7-5606-2247-7/TN·0508

XDUP 2539002 - 6

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜，谨防盗版。

第二版前言

随着科学技术的发展，数字信号处理的新内容越来越多，但作为大学本科“数字信号处理”课程的教材，限于篇幅(学时)和教学大纲的要求，其内容只能是介绍数字信号处理最基础的理论与方法。本书正是基于这种思想，主要介绍了数字信号处理最基础的内容和数字信号处理的两种新的分析方法以及 MATLAB 在数字信号处理中的应用。

本书第二版是在第一版多年使用的基础上修订而成的。第二版基本保留了第一版教材的风格，并对第一版进行了完善和补充。首先订正了第一版中已经发现的错误，其次在第1章中补充了实际采样的内容，扩充了序列傅里叶变换的知识，第4章也有较多的内容补充，第8章补充了信号处理工具箱中函数的具体应用，其他各章也或多或少进行了完善。另外在每一章都增加了一些必要的例题和相当数量经过精选的习题，同时为了方便学生边学边练，结合例题，每章都介绍了一些 MATLAB 应用程序。

本书在形成过程中，教研室的同仁们参与了讨论，这里谨向他们表示衷心的感谢。

由于我们水平所限，书中难免有不足和疏漏之处，欢迎广大读者指正。

编著者

2008年10月

于杭州电子科技大学

第一版前言

本教材经“面向 21 世纪高等学校信息工程类专业系列教材编委会”组织，由通信与信息工程专业委员会评审、推荐出版。本教材由杭州电子工业学院刘顺兰担任主编。

数字信号处理是一门电子工程和通信工程各专业的技术基础课程。该课程的理论性和实践性都很强，是一门理论和技术发展都十分迅速，应用十分广泛的前沿性学科。因此，在授课过程中强调基本理论和基本概念的同时，还要结合当前信号处理的应用领域，要求学生通过上机练习，切实掌握信号处理的基本方法。为了加深学生对基本概念和基本方法的掌握，书中给出了一定量的例题、习题和上机练习，书后给出了部分习题的参考答案。为方便学生上机练习，本教材的最后一章对目前较常用的数字信号处理的仿真软件 MATLAB 语言作了简要的介绍。

本教材参考学时数为 50 学时，主要包括以下五部分内容：离散时间信号与系统的分析，快速傅里叶变换，数字滤波器的设计，信号的时频表示与小波分析以及 MATLAB 语言在数字信号处理中的应用。第一部分包括第 1、2 章，是全书的基础部分，主要介绍时域离散信号和系统的描述方法，离散信号的三种重要的数学变换工具：序列的傅里叶变换(FT)、Z 变换和离散傅里叶变换(DFT)。第二部分是第 3 章，介绍了离散傅里叶变换的快速算法——快速傅里叶变换(FFT)，通过对它的学习，可以进一步认识到运算效率在数字信号处理中的重要地位。第三部分包括第 4、5、6 章，主要介绍了数字滤波器的基本理论和设计方法。前三部分构成了数字信号处理最基础的内容。第四部分是第 7 章，介绍信号的时频表示与小波分析，它是数字信号处理的新工具。这部分内容相对比较独立，在授课时，可以根据具体情况，采取全授、选授或不授。第五部分是第 8 章，介绍 MATLAB 语言在数字信号处理中的应用。授课时可以结合实验课教学，以学生自学为主。

本教材的绪论、第 1 章至第 3 章、第 5 章、第 6 章由刘顺兰执笔，第 4 章、第 7 章和第 8 章由吴杰执笔。在教材的编写过程中，教研室同仁提出了许多宝贵的修改意见，尤其是冯忠娜老师牺牲了大量的休息时间，为本教材绘制插图。在此表示诚挚的感谢。

限于编者的水平，对书中不妥和错误之处，殷切希望读者能够不吝指正。

编 者

2003 年 4 月

于杭州电子工业学院

目 录

绪论	1
第1章 离散时间信号与系统	5
1.1 离散时间信号——序列	5
1.1.1 序列的运算	5
1.1.2 几种常用序列	7
1.1.3 序列的周期性	9
1.1.4 用单位采样序列来表示任意序列	11
1.1.5 序列的能量	12
1.2 连续时间信号的采样	12
1.2.1 理想采样	13
1.2.2 理想采样信号的频谱	13
1.2.3 采样的恢复	17
1.2.4 由采样信号序列重构带限信号	17
1.2.5 实际采样	19
1.3 离散时间系统时域分析	20
1.3.1 线性系统	20
1.3.2 时不变系统	21
1.3.3 单位脉冲响应与系统的输入输出关系	21
1.3.4 线性时不变系统的性质	23
1.3.5 因果系统	24
1.3.6 稳定系统	25
1.3.7 常系数线性差分方程	26
1.4 Z 变换	29
1.4.1 Z 变换的定义及收敛域	29
1.4.2 Z 反变换	34
1.4.3 Z 变换的性质	41
1.5 拉氏变换、傅氏变换与 Z 变换	49
1.5.1 拉氏变换与 Z 变换	49
1.5.2 连续信号的傅氏变换与序列的 Z 变换	51
1.5.3 序列的傅氏变换与 Z 变换	51
1.6 离散时间系统的频域分析(ω 域和 z 域)	59
1.6.1 因果系统	60
1.6.2 稳定系统	60
1.6.3 因果稳定系统	60
1.6.4 系统函数和差分方程的关系	61

1.6.5 有理系统函数的单位脉冲响应(IIR, FIR)	62
1.6.6 系统频率响应的意义	64
1.6.7 频率响应的几何确定法	67
1.7 小结	71
习题与上机练习	72
第2章 离散傅里叶变换(DFT)	86
2.1 引言	86
2.2 周期序列的离散傅里叶级数(DFS)	87
2.3 离散傅里叶级数(DFS)的性质	91
2.3.1 线性	91
2.3.2 序列的移位	91
2.3.3 周期卷积	92
2.4 有限长序列离散傅里叶变换(DFT)	94
2.4.1 DFT 的定义	94
2.4.2 DFT 与序列傅里叶变换、Z 变换的关系	97
2.5 离散傅里叶变换的性质	99
2.5.1 线性	99
2.5.2 圆周移位	99
2.5.3 圆周卷积	101
2.5.4 有限长序列的线性卷积与圆周卷积	102
2.5.5 共轭对称性	105
2.5.6 DFT 形式下的帕塞伐定理	107
2.6 频域采样理论	108
2.7 小结	112
习题与上机练习	112
第3章 快速傅里叶变换(FFT)	117
3.1 引言	117
3.2 直接计算 DFT 的问题及改进的途径	117
3.2.1 直接计算 DFT 的运算量问题	117
3.2.2 改善途径	118
3.3 按时间抽取(DIT)的基 2 - FFT 算法	119
3.3.1 算法原理	119
3.3.2 按时间抽取的 FFT 算法与直接计算 DFT 运算量的比较	123
3.3.3 按时间抽取的 FFT 算法的特点及 DIT - FFT 程序框图	124
3.3.4 按时间抽取的 FFT 算法的其他形式流图	127
3.4 按频率抽取(DIF)的基 2 - FFT 算法	128
3.4.1 算法原理	128
3.4.2 按频率抽取法的运算特点	130
3.5 N 为复合数的 FFT 算法	131
3.6 线性调频 Z 变换(Chirp-Z 变换)算法	132
3.6.1 算法基本原理	132
3.6.2 Chirp-Z 变换(CZT)的实现步骤	134
3.6.3 运算量的估计	136

3.7 利用 FFT 分析时域连续信号频谱	137
3.7.1 基本步骤	137
3.7.2 可能出现的误差	140
3.7.3 应用实例	142
3.8 FFT 的其他应用	145
3.8.1 线性卷积的 FFT 算法——快速卷积	145
3.8.2 信号消噪	150
3.8.3 FFT 在双音多频(DTMF)信号中的应用	151
3.9 小结	152
习题与上机练习	152
第 4 章 数字滤波器的基本结构	157
4.1 数字滤波器的结构特点与表示方法	157
4.2 IIR 滤波器的结构	158
4.2.1 直接型(I型)	158
4.2.2 直接Ⅱ型	159
4.2.3 级联型	161
4.2.4 并联型	163
4.3 FIR 滤波器的结构	164
4.3.1 直接型	164
4.3.2 级联型	164
4.3.3 频率采样型	165
4.3.4 快速卷积型	171
4.4 小结	171
习题与上机练习	172
第 5 章 无限长单位脉冲响应(IIR)数字滤波器的设计方法	175
5.1 基本概念	175
5.1.1 选频滤波器的分类	175
5.1.2 滤波器的技术指标	176
5.1.3 FIR 型滤波器与 IIR 型滤波器	177
5.1.4 滤波器的设计步骤	177
5.2 IIR 滤波器设计的特点	178
5.3 常用模拟低通滤波器的设计方法	179
5.3.1 由幅度平方函数来确定系统函数	179
5.3.2 巴特沃思低通逼近	180
5.3.3 切比雪夫低通逼近	183
5.4 用脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器	186
5.4.1 变换原理	186
5.4.2 混叠失真	187
5.4.3 模拟滤波器的数字化方法	188
5.4.4 优缺点	190
5.5 用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器	190
5.5.1 变换原理	190
5.5.2 逼近的情况	191

5.5.3 优缺点	192
5.5.4 模拟滤波器的数字化方法	193
5.6 设计 IIR 滤波器的频率变换法	197
5.6.1 模拟低通滤波器转换成数字低通滤波器	198
5.6.2 模拟低通滤波器转换成数字高通滤波器	199
5.6.3 模拟低通滤波器转换成数字带通滤波器	202
5.6.4 模拟低通滤波器转换成数字带阻滤波器	205
5.7 Z 平面变换法	208
5.7.1 数字低通—数字低通	209
5.7.2 数字低通—数字高通	209
5.7.3 数字低通—数字带通	210
5.7.4 数字低通—数字带阻	211
5.8 小结	211
习题与上机练习	211
第 6 章 有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计方法	215
6.1 线性相位 FIR 滤波器的特点	215
6.1.1 线性相位特性	215
6.1.2 幅度响应特性	218
6.1.3 线性相位 FIR 滤波器的零点位置	222
6.1.4 举例	223
6.2 用窗函数法设计 FIR 滤波器	225
6.2.1 设计方法	225
6.2.2 各种窗函数	229
6.3 用频率采样法设计 FIR 滤波器	237
6.3.1 线性相位的约束	238
6.3.2 逼近误差及其改进措施	239
6.4 等波纹线性相位滤波器	243
6.5 FIR 滤波器和 IIR 滤波器的比较	246
6.6 数字滤波器的应用	247
6.6.1 信号消噪	247
6.6.2 不同频带信号的分离	248
6.7 小结	249
习题与上机练习	249
第 7 章 信号的时频表示与小波变换	253
7.1 短时 Fourier 变换与 Gabor 变换	253
7.2 小波变换	255
7.2.1 小波变换的定义	255
7.2.2 连续小波变换的性质	256
7.2.3 离散小波变换	256
7.3 离散小波变换的快速算法——Mallat 算法	257
7.3.1 多分辨分析与尺度函数	257
7.3.2 Mallat 算法	259
7.4 常用小波函数	261

7.4.1 Haar 小波	261
7.4.2 Daubechies 小波	261
7.4.3 Morlet 小波	262
7.4.4 Mexican Hat 小波	262
7.5 小波变换的应用	263
7.5.1 信号奇异点检测	263
7.5.2 信号趋势估计	264
7.5.3 信噪分离与提取弱信号	264
7.5.4 其他方面	266
7.6 小结	266
习题与上机练习	266
第8章 MATLAB 程序设计语言在信号处理中的应用	268
8.1 概述	268
8.1.1 MATLAB 程序设计语言简介	268
8.1.2 MATLAB 应用入门	268
8.2 基本数值运算	271
8.2.1 MATLAB 的内部特殊变量和常数	271
8.2.2 变量类型	271
8.2.3 矩阵及其运算	271
8.3 基本语句	273
8.3.1 程序控制语句	273
8.3.2 绘图语句	275
8.4 MATLAB 函数	277
8.4.1 函数及其调用方法	277
8.4.2 常用数字信号处理函数	278
8.5 MATLAB 在信号处理中的应用举例	283
8.5.1 线性卷积与圆周卷积的计算	283
8.5.2 利用离散傅里叶变换(DFT)分析信号的频谱	285
8.5.3 利用 FFT 实现线性卷积	286
8.5.4 FIR 滤波器的设计与实现	287
8.5.5 IIR 滤波器的设计与实现	288
8.6 小结	292
部分习题参考答案	293
参考文献	311

绪 论

信息学科和计算机学科的高速发展，为信号处理提供了强有力手段。在电子信息技术领域中，正日益广泛地采用数字信号及数字系统。

一、信号、系统和信号处理

1. 信号

信号可定义为一传载信息的函数，其自变量常取为时间，虽然事实上它可以不代表时间，也不一定只限于有一个自变量(本书只讲一维时间信号)。变量的取值方式有连续与离散两种。若自变量(一般都看成时间)是连续的，则称为连续时间信号；若自变量是离散数值，则称为离散时间信号。信号幅值的取值方式又分为连续与离散两种方式。因此，组合起来，信号常分为以下四类：

- (1) 连续时间信号：时间是连续的，幅值可以是连续的也可以是离散(量化)的。
- (2) 模拟信号：时间是连续的，幅值也是连续的。模拟信号是连续时间信号的一种特例。
- (3) 离散时间信号(或称序列)：时间是离散的，幅值是连续的。
- (4) 数字信号：时间是离散的，幅值也是离散的。由于幅值是离散的，故数字信号可用一系列的数来表示，而每个数又可以表示为二进制码的形式。

因离散时间信号的一些理论同样适用于数字信号，故本书基本上讨论离散时间信号的分析和处理。

2. 系统

系统定义为处理(或变换)信号的物理设备。或者进一步说，凡是能将信号加以变换以达到人们要求的各种设备或运算都称为系统。

按所处理的信号种类的不同可将系统分为以下四类：

- (1) 模拟系统：输入与输出均为模拟信号的系统。
- (2) 连续时间系统：输入与输出均为连续时间信号的系统。
- (3) 离散时间系统：输入与输出均为离散时间信号的系统。
- (4) 数字系统：输入与输出均为数字信号的系统。

系统可以是线性的或非线性的，时不变或时变的。

3. 信号处理

信号处理是研究用系统对含有信息的信号进行处理(变换)，以获得人们所希望的信

号，从而达到提取信息，便于利用的一门学科。信号处理的内容包括滤波、变换、检测、谱分析、估计、压缩和识别等一系列的加工处理。

数字信号处理是把信号转换成用数字或符号表示成序列，通过计算机或通用(专用)信号处理设备，用数字的数值计算方法进行处理，以达到提取有用信息便于应用的目的。

二、数字信号处理的基本组成

为了对“数字信号处理”有一个大致的轮廓概念，我们先来讨论模拟信号的数字化处理系统。此系统首先把模拟信号变换为数字信号，然后用数字技术进行处理，最后再还原成模拟信号。这一系统的方框图如图 0-1 所示，处理过程分为以下五个阶段：

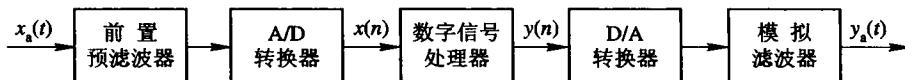


图 0-1 数字信号处理系统的简单框图

(1) 前置预滤波器：又称为抗混叠滤波器，它将输入模拟信号 $x_a(t)$ 中高于某一频率的分量滤除，从而保证进入 A/D 转换器的信号的最高频率限制在一定数值之内。

(2) A/D 转换器：称为模拟-数字转换器，用来从模拟信号产生一个二进制数值流，即产生数字信号 $x(n)$ 。

(3) 数字信号处理器：这是系统的核心部分，可以代表一台通用计算机，或一种专用处理器，或数字硬件等等。数字信号序列 $x(n)$ 通过数字信号处理器，按照预定的要求进行加工处理，得到输出数字信号 $y(n)$ 。

数字信号处理的实现大致有三种方法：

① 软件实现法：在通用计算机上通过软件编程对输入信号进行处理。

② 硬件实现法：用基本的数字硬件组成专用处理机或用专用数字信号处理芯片作为数字信号处理器。这种实现方法的优点是可以进行实时处理，但是由于是专用的，因而只能完成某一具体的加工处理，而不能完成其他类的加工处理。

③ 用通用的可编程的数字信号处理器实现法：这种方法既具有硬件实现法实时的优点，又具有软件实现的灵活性优点，是一种重要的数字信号处理实现方法。

第三种实现方法通常需用到通用数字信号处理芯片，如 TI 公司的 TMS320 系列芯片。这类芯片通常有专门执行信号处理算法的硬件和专为信号处理用的指令。目前，有很多有关这方面的书籍可供参考。考虑到课程学时有限，这里我们不对这部分内容作专门介绍，而重点介绍了信号处理的软件实现，具体内容详见第 8 章。

(4) D/A 转换器：这是 A/D 转换的逆操作，称为数字-模拟转换器，它从一串二进制数的序列 $y(n)$ 中产生一种阶梯形波形，这是产生一个模拟信号的第一步。

(5) 模拟滤波器：这是一个后置滤波器，用于滤除模拟量中不需要的高频分量，将阶梯形波形平滑为所期望的模拟输出信号 $y_a(t)$ 。

图 0-1 所表示的是模拟信号的数字处理系统的方框图，实际的系统并不一定要包括它的所有框图。例如，有些系统只需数字输出，可直接以数字形式显示或打印，就不需要 D/A 变换器；另一些系统的输入本身就是数字量，因而就不需要 A/D 变换器；纯数字系统则只需要数字信号处理器这一核心部分就行了。

数字信号处理从某种角度来说，是多种计算机算法的汇集，因此，可认为它是计算数学的另一分支。在整个数字信号处理领域中，离散时间线性时不变系统理论和离散傅里叶变换(DFT)(第1章、第2章)是整个领域的理论基础，数字滤波器和快速傅里叶变换(FFT)是数字信号处理的两个基本内容。数字滤波器除了可以用来完成各种模拟滤波器所具有的功能外，它还能得到一些模拟滤波器所不具有的特性；而快速傅里叶变换的出现不仅大大促进了数字频谱的分析，更重要的是，它提供了一种信号处理的广泛的高效方法，已被应用于数字信号处理的许多环节中。

除了上述基本理论和基本内容之外，数字信号处理理论还包括自适应信号处理、估计理论、信号的压缩、信号建模、其他特殊算法及数字信号处理的实现和应用等。

由于本书是数字信号处理的基础理论教程，不可能涉及那么多的理论内容，只着重于讨论数字信号处理的基本理论和基本内容，并对数字信号处理中出现的一些新方法如小波变换以及数字信号处理的实现和应用作一些简单介绍。

三、数字信号处理系统的突出优点

数字信号处理与模拟信号处理相比具有以下一些明显的优点：

(1) 精度高：在模拟系统中，模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上，而数字系统17位字长就可以达到 10^{-5} 的精度。在高精度系统中，有时只能采用数字系统。

(2) 灵活性强：数字信号处理运算很容易实时进行修改，往往简单地改变编程，或者通过改变寄存器中的内容就可实现，这比改变模拟系统方便得多。

(3) 可靠性强：因为数字系统只有两个电平信号“0”和“1”，因而受周围环境的温度及噪声的影响小。而模拟系统的各元器件都有一定的温度系数，且电平是连续变化的，易受温度、噪声和电磁感应等的影响。数字系统如采用大规模集成电路，其可靠性就更高。

(4) 便于大规模集成：由于数字部件具有高度规范性，便于大规模集成、大规模生产，而对电路参数要求不严，故产品成品率高。尤其是对于低频信号，例如，地震波分析需要过滤几赫兹到几十赫兹信号，用模拟网络处理时，电感器、电容器的数值、体积和重量都非常大，性能也达不到要求，而采用数字信号处理就能突出显示出体积、重量和性能方面的优越性。

(5) 时分复用：时分复用就是利用数字信号处理器同时处理几个通道的信号。由于某一电路信号的相邻两采样之间存在着很大的空隙时间，因而可在同步器的控制下，在此时间空隙中送入其他路的信号，而各路信号则利用同一个信号处理器，处理器在同步器的控制下，算完一路信号再算另一路信号。处理器的运算速度越高，能处理的信道数目也就越多。

(6) 可获得高性能指标：例如，有限长脉冲响应数字滤波器可实现准确的线性相位特性，这在模拟系统中是很难达到的。

(7) 二维与多维处理：利用庞大的存储单元可以存储一帧或数帧图像信号，实现二维甚至多维的滤波及谱分析等。

四、数字信号处理的应用

由于数字信号处理的突出优点，使得它在通信、语音、图像、雷达、地震测报、声纳、

遥感、生物医学、电视和仪器中得到愈来愈广泛的应用。

数字信号处理主要可用来对信号进行分析和过滤。信号分析一般通过频域运算来完成，它的一些主要应用包括：谱(频率和/或相位)分析，语音识别，说话人确认和目标检测等。信号过滤通常(但不总)是一种时域运算。它的一些应用包括除去不需要的背景噪声、消除干扰、频带划分和信号频谱成形等。在有些应用中(如声音合成)，首先对某一信号进行分析以研究它的特性，然后在数字过滤中用来产生某一合成声音。

本书的前三章讨论信号分析方面的内容，包括离散时间信号与系统的基本理论，时域和频域分析，离散傅里叶变换及其快速算法。第4~6章讨论信号过滤方面的内容。其中，第4章描述数字滤波器的各种实现结构；第5章、第6章分别讨论无限长脉冲响应(IIR)数字滤波器和有限长脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计方法和算法。第7章简单介绍数字信号处理的新方法：信号的时频表示与小波分析。第8章介绍MATLAB程序语言及在信号处理中的应用，即数字信号处理的软件实现方法及信号处理工具箱中函数的具体应用。

第1章 离散时间信号与系统

1.1 离散时间信号——序列

离散时间信号只在离散时间上给出函数值，是时间上不连续的一个序列。它既可以是实数也可以是复数。一个离散时间信号是一个整数值变量 n 的函数，表示为 $x(n)$ 或 $\{x(n)\}$ 。尽管独立变量 n 不一定表示“时间”（例如， n 可以表示温度或距离），但 $x(n)$ 一般被认为是时间的函数。因为离散时间信号 $x(n)$ 对于非整数值 n 是没有定义的，所以一个实值离散时间信号——序列可以用图形来描述，如图 1-1 所示。横轴虽为连续直线，但只在 n 为整数时才有意义。纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

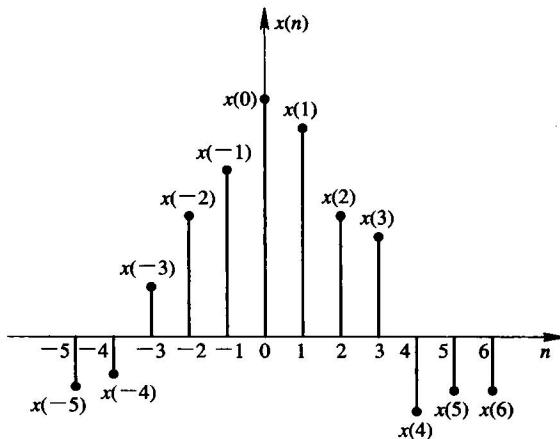


图 1-1 离散时间信号 $x(n)$ 的图形表示

离散时间信号常常可以对模拟信号（如语音）进行等间隔采样而得到。例如，对于一个连续时间信号 $x_a(t)$ ，以每秒 $f_s = 1/T$ 个采样的速率采样而产生采样信号，它与 $x_a(t)$ 的关系如下：

$$x(n) = x_a(nT)$$

然而，并不是所有的离散时间信号都是这样获得的。一些信号可以认为是自然产生的离散时间序列，如每日股票市场价格、人口统计数和仓库库存量等。

1.1.1 序列的运算

在数字信号处理中常常遇到序列的移位、翻褶、相加、相乘、累加和差分等运算。

1. 序列的移位

如图 1-1 所示的序列 $x(n)$, 其移位序列 $w(n)$ 为

$$w(n) = x(n-m)$$

当 m 为正时, 则 $x(n-m)$ 是指序列 $x(n)$ 逐项依次延时(右移) m 位而给出的一个新序列; 当 m 为负时, $x(n-m)$ 是指序列逐项依次超前(左移) $|m|$ 位。图 1-2 显示了 $x(n)$ 序列的延时序列 $w(n)=x(n-2)$, 即 $m=2$ 时的情况。

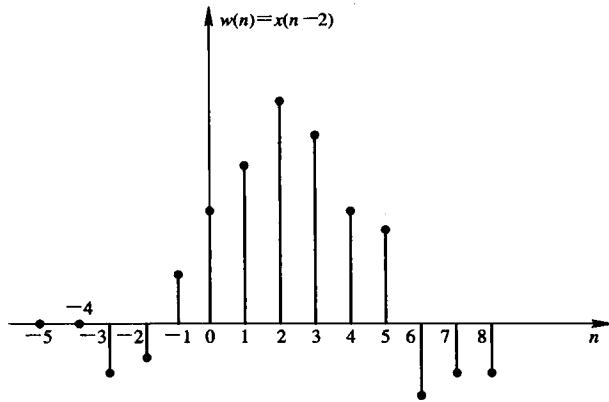


图 1-2 图 1-1 序列 $x(n)$ 的延时

2. 序列的翻褶

如果序列为 $x(n)$, 则 $x(-n)$ 是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴将序列 $x(n)$ 加以翻褶。 $x(n)$ 及 $x(-n)$ 如图 1-3(a)、(b) 所示。

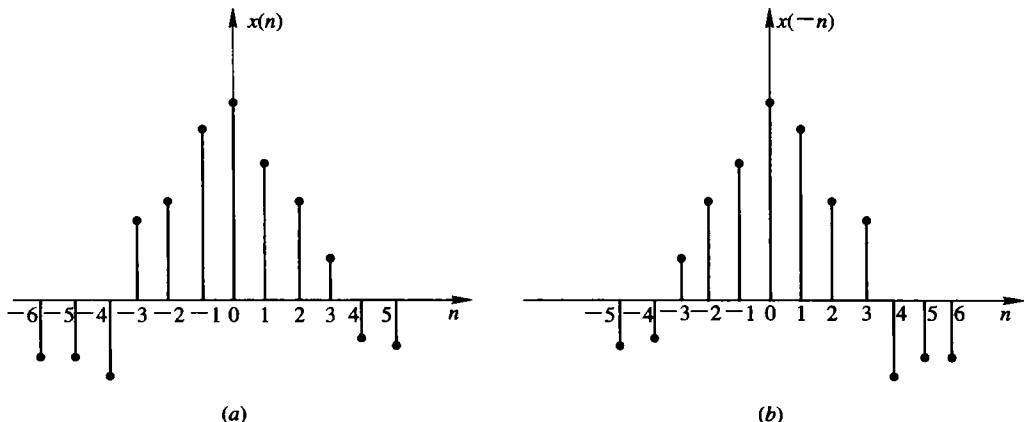


图 1-3 序列的翻褶

(a) $x(n)$ 序列; (b) $x(-n)$ 序列

3. 序列的和

两序列的和是指同序号 n 的序列值逐项对应相加而构成的一个新序列。和序列 $z(n)$ 可表示为

$$z(n) = x(n) + y(n)$$

4. 序列的乘积

两序列相乘是指同序号 n 的序列值逐项对应相乘。乘积序列 $f(n)$ 可表示为

$$f(n) = x(n)y(n)$$

5. 序列的标乘

序列 $x(n)$ 的标乘是指 $x(n)$ 的每个序列值乘以常数 c 。标乘序列 $f(n)$ 可表示为

$$f(n) = cx(n)$$

6. 累加

设某序列为 $x(n)$, 则 $x(n)$ 的累加序列 $y(n)$ 定义为

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x(k)$$

它表示 $y(n)$ 在某一个 n_0 上的值 $y(n_0)$ 等于在这一个 n_0 上的 $x(n_0)$ 值与 n_0 以前所有 n 上的 $x(n)$ 之和。

7. 差分运算

前向差分

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$$

后向差分

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n-1)$$

由此得出

$$\nabla x(n) = \Delta x(n-1)$$

1. 1.2 几种常用序列

1. 单位脉冲序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

这个序列只在 $n=0$ 处有一个单位值 1, 其余点上皆为 0, 因此也称为“单位采样序列”。单位采样序列如图 1-4 所示。这是最常用、最重要的一种序列, 它在离散时间系统中的作用很类似于连续时间系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ 。但是, 在连续时间系统中, $\delta(t)$ 是 $t=0$ 点脉宽趋于零, 幅值趋于无限大, 面积为 1 的信号, 是极限概念的信号, 并非任何现实的信号。而离散时间系统中的 $\delta(n)$, 却完全是一个现实的序列, 它的脉冲幅度是 1, 是一个有限值。

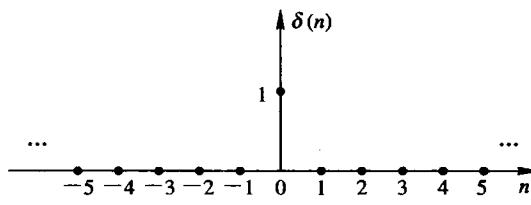


图 1-4 $\delta(n)$ 序列

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

如图 1-5 所示。它很类似于连续时间信号与系统中的单位阶跃函数 $u(t)$ 。