

細胞自動體模式 (Cellular Automata)

與都市空間演化

汪禮國撰



國立中興大學法商學院

都市計劃研究所

第 28 屆碩士論文

細胞自動體模式 (Cellular Automata)
與都市空間演化

指導教授 / 賴世剛

研究生 / 汪禮國

中華民國八十六年六月

中文摘要

本研究主要是在一個假說下從事都市空間特性的探討，此假說即空間複雜系統（如都市）的整體特性係由該系統中構成元素間（如經濟系統中之個體）局部互動衍生而成。一都市的實質環境是由許多局部土地開發決策互動的產物。這個假說是建立在最近有關都市空間模式建立方法之典範上的轉變。該典範係由從上而下的方法視都市變遷的整體形態為均衡點的尋求轉而為由下而上的方法視表面看似穩定的都市形態其實是從局部行動之間的動態及互動過程衍生而成（Batty，1996）。這個對都市變遷及其研究方向觀念上的轉變部分受到科學界有關複雜系統行為探討新典範的影響：複雜科學。

細胞自動體（Cellular Automata 或 CA）是探討複雜系統中局部--整體互動關係最簡單的模式。有兩種方法來了解的 CA 行為，即電腦模擬（例如，Wuensche 及 Lesser，1992）及數學推演（例如，Wolfram，1994 a, b, c, d, e, 及 f）。本研究以電腦模擬方式來探討可能的都市變遷的規則。具體而言，將一組假說性的空間結構因素（如 Alexander 的半格子結構，1965）納入 CA 模式，並依據該結構邏輯分析單維細胞自動體演化規則的特性。

研究方法係利用自動機理論（automata theory）將 CA 演化規則以 NDFA（nondeterministic finite state automata）形式表現其動態過程並轉換為 DFA（deterministic finite state automata），爾後依定義分析規則屬於半格子狀或樹狀結構。研究中發現在二項選擇 $k=2$ 及鄰近細胞 $r=1$ 下的細胞自動體演化規則中，有近 70 % 的規則屬半格子狀。除此之外，在都市為一複雜體的假設下，本研究針對半格子複雜規則（ S_4 ）作定性的分析，發現 S_4 有著與 Conway（1985）生命遊戲（game of life）相類似的規則出現。最後提出三大都市演化假說：複雜形態是建立在半格子狀結構之演化規則的基礎上，初步印證了 Alexander 的假設；在現實都市中，看似機率性的演化形態其實是建立在具有決定性的規則之上；所有空間單元在均值狀態下，必然會有空間單元往另一種狀態演化。本研究提供以複雜理論建立都市空間演化模式的基礎。

關鍵詞：複雜科學、細胞自動體、NDFA、DFA、半格子狀規則

Abstract

Cellular Automata and Urban Spatial Evolution

Li-Guo Wang

The research investigates the local-global interaction of urban systems. It is grounded on the hypothesis that global characteristics of spatial, complex system, such as cities, emerge from local interactions among elements consisting of these system, such as individual agents in an economy. The physical environment of a city is the outcome of interacting local development decisions. There is a shift recently in paradigm on urban spatial modeling approaches from the top down approach that views the aggregate pattern of urban change as equilibrium seeking to the bottom up approach that considers the seemingly stable pattern as emerging from the dynamics and interactions among local actions (Batty, 1996). This perspective for understanding urban change and research direction is in part influenced by a new orientation in science that concerns behavior of complex systems: complexity.

Cellular automata are a branch of complexity theory forming the simplest models of investigating the local-global relation for complex systems. There are two approaches to understanding cellular automata behavior, computer experiments (e. g. Wuensche and Lesser, 1992) and mathematical deduction (e. g. Wolfram, 1994). It is the latter approach that we intend to explore into modeling urban changes. A promising research agenda would be to incorporate a set of hypothetical structural considerations, such as Alexander's semi-lattices structure, into the cellular automata model by discovering evolution rules according to the logic of that structure.

The research uses automata theory (nondeterministic finite state automata, NDFA and deterministic finite state automata, DFA) to reformulate all transition rules for two-value ($k=2$), one-neighbor ($r=1$) one dimensional cellular automata, then distinguishes the semi-lattice structure from the tree structure defined. Based on the assumptions that cities are semi-lattices and that their spatial configurations are complex structures, the stochastic transition rule thus found is compared to the rule of Game of Life. The implications are that the semi-lattices structure rules are all complexity when evolving, and that determinism at one level can give rise to stochasticity at another level, and that seemingly stochastic processes of urban evolution might indeed be governed by a few deterministic transition rules. In particular, Alexander's view that cities are semi-lattices is supported (1965).

Keywords: Complexity, Cellular automata, Semi-lattice structure, NDFA, DFA

目錄

圖目錄.....	I
表目錄.....	II
第一章 緒論	
第一節 研究動機與目的.....	1-1
第二節 研究方法與限制.....	1-2
第三章 研究內容與流程.....	1-3
第二章 文獻回顧與評述	
第一節 複雜科學.....	2-1
第二節 Alexander 半格子狀結構.....	2-3
第三節 細胞自動體理論.....	2-5
第四節 應用細胞自動體於都市規劃之文獻.....	2-19
第五節 有限狀態自動體.....	2-21
第三章 研究設計	
第一節 研究設計流程.....	3-1
第二節 細胞自動體演化規則之非決定性有限狀態自動體 (Ndfa)	3-2
第三節 非決定性有限狀態自動體 (Ndfa) 轉換至決定性有限狀態自動體 (Dfa)	3-5
第四節 半格子狀及樹狀結構規則定義.....	3-10
第四章 研究結果與分析	
第一節 電腦模擬操作與結果.....	4-1
第二節 決定有限狀態自動體 (Dfa) 分類.....	4-6
第三節 研究結果與分析.....	4-8
第五章 結論與建議	
第一節 結論.....	5-1
第二節 討論與建議.....	5-3
參考文獻	
附 錄	

圖目錄

圖 1-1	研究流程圖.....	1-7
圖 2-1	半格子狀及樹狀結構示意圖.....	2-6
圖 2-2	單維細胞演化形態圖.....	2-9
圖 2-3	二維細胞空間位置圖.....	2-9
圖 2-4	自我相似形態圖.....	2-13
圖 2-5	自我組織形態圖.....	2-14
圖 2-6	傳播法則示意圖.....	2-15
圖 2-7	第一級演化形態圖.....	2-16
圖 2-8	第二級演化形態圖.....	2-16
圖 2-9	第三級演化形態圖.....	2-17
圖 2-10	第四級演化形態及複雜結構形態圖.....	2-18
圖 2-11	有限狀態自動機 A 示意圖.....	2-23
圖 2-12	有限狀態自動機 B 示意圖.....	2-24
圖 2-13	有限狀態自動體 B.....	2-25
圖 2-14	非決定性有限狀態自動體.....	2-25
圖 2-15	決定性有限狀態自動體.....	2-26
圖 3-1	研究設計流程圖.....	3-3
圖 3-2	有向邊 (00、01) 示意圖.....	3-4
圖 3-3	規則 76 之非決定性有限狀態自動體.....	3-4
圖 3-4	規則 86 之非決定性有限狀態自動體.....	3-5
圖 3-5	規則 76 之決定性有限狀態自動體.....	3-7
圖 3-6	規則 17 之決定性有限狀態自動體.....	3-8
圖 3-7	規則 17 之最簡 (小) 決定性有限狀態自動體.....	3-9
圖 3-8	規則 76 之最簡 (小) 決定性有限狀態自動體.....	3-9
圖 4-1	電腦模擬操作螢幕.....	4-2

表目錄

表 2-1	生命遊戲規則表	2-12
表 2-2	有限狀態機 A 之轉移含數及輸出函數矩陣表	2-22
表 2-3	有限狀態機 B 之轉移含數及輸出函數矩陣表	2-24
表 4-1	電腦模擬分類表	4-4
表 4-2	演化規則決定性有限狀態自動體分類表	4-6
表 4-3	細胞自動體規則分類表	4-9
表 4-4	規則分類統計表	4-11
表 4-5	S_4 (半格子狀複雜規則) 表	4-12
表 4-6	S_4 規則定性分析表	4-13

第一章 緒論

第一節 研究動機與目的

最近在都市空間模式建立的方法上有一典範的轉變，由從上而下的方法視都市變遷的整體形態為均衡點的尋求轉而為由下而上的方法視表面看似穩定的都市形態其實是從局部行動之間的動態及互動過程衍生而成（Batty，1996）。這個對都市變遷及其研究方向觀念上的轉變部分受到科學界有關複雜系統行為探討新典範的影響：複雜科學¹。

大多數規劃行為發生在複雜環境中。這些環境中的組成元素之間互動不但形成資訊流通的複雜網路，也使得決策者面臨不確定性或不完整的資訊。了解複雜系統的特性有助於發展規範性的規劃理論以幫助決策者處理不確定性（Lai 及 Wang，1997）。目前在國內外對於都市系統中複雜特性的研究極為稀少，因此基於此項動機，本研究嘗試將複雜科學的概念應用於解釋都市系統演化的原因，以期探索複雜都市演化的基本邏輯，作為建立都市演化模式的最深層依據。

而本研究的主要目的在於以細胞自動體模式作為隱喻以探索都市系統中局部與整體的互動關係。本研究的概念基礎在於一個假說，即複雜空間系統（如都市）的整體特性係由該系統中構成元素間（如經濟系統中之個體）局部互動衍生而成。

一都市的實質環境是由許多局部土地開發決策互動的產物。根據由上而下的方法建立而成的都市演化模式，其忽略局部的互動，隱喻著規劃亦可以類似的方式進行，例如垂直而權力集中的組織形態，綜合性的過程，以及土地開發的概略性決策。於是都市變遷在實際上很難以傳統的規劃方法予以適當的調控，此皆由於複雜的空間決策相關性所造成（Batty，1995）。

由下而上的方法解決都市變遷而產生的問題便可提供發展有效規劃技術的洞悉。所謂由下而上的方法指的是了解開發決策間局部的互動如何影響都市變遷整體的趨勢。都市系統可從許多方面描述，例如實質的、經濟的、或社會的。若將所有的層面均併入在一單一模式中考慮，將使得模式建立工作難以駕馭而不見得顯著的增加對系統演化的洞悉。因此，本研究擬嘗試為這類模式建構一般化的架構，在最根本的層次強調系統局部--整體之互動關係，暫不考慮此抽象結構的實質解釋或闡述。此種解釋或闡述留待後續研究之。

然而這類模式的建立絕非一蹴可幾，需要長期而持續的努力以發現都市複雜系統演化中新的規律。基於此，本研究擬以單維細胞自動體 (Cellular Automata，或 CA) 的演化模式作為發現此類規律的根據。利用細胞自動體模式的主要原因乃在於模式中的細胞單元與都市空間單元 (例如土地使用分區) 相似。此外，本研究嘗試結合早期學者 (如 Alexander, 1965) 對都市空間結構的闡釋，進行不同演化規則其結構性的分類，並歸納出其演化結果的種類，以有助於類似都市空間演化模式的建立²。

第二節 研究方法與限制

一、研究方法

本研究主要可分為下述三大部分。

- (一) 根據自動機理論 (automata theory)，將細胞自動體中每一演化規則以非決定有限狀態自動體 (nondeterministic finite state automata, NDFA) 表示之。爾後並將所有演化規則之非決定性有限自動體依據自動機理論既有的轉換方式轉換

為決定性有限狀態自動體 (deterministic finite state automata, DFA)。並對 Alexander (1965) 所提出半格子狀結構及樹狀結構概念進行 DFA 定義，以作為判斷演化規則屬性之依據。

- (二) 利用 Wuenshe 及 Lesser (1992) 設計之電腦軟體在 DOS 作業環境下，逐一針對不同的細胞自動體演化規則進行模擬，及分類。分類主要是依據 Wolfram (1994f) 所提出的四種分類為主³。

- (三) 根據前兩項電腦模擬及規則屬性分類分析結果，試圖提出有關都市空間結構及演化特性的一般性假說。

二、研究限制

本研究主要是在探討都市結構中最深層的內在邏輯，研究過程中為避免增加研究進行的困難而可能產生難以駕馭的現象，以二項選擇 $k=2$ 及鄰近細胞 $r=1$ 下的單維 (one dimension) 細胞自動體規則為主要分析工具。然而，即使在如此簡單的模式中，系統仍然呈現極為複雜之行爲，而足以從中洞悉複雜空間系統演化的特性 (例如，Kauffman 的 Boolean Net, 1995)。雖然此種簡化與實際現象不盡相符，但依然可以提供我們對都市空間演化特性的洞悉與瞭解。

註： $k=2$ ，意即 1-0，非 0-1。
 $r=1$ ，意即 1-方格的变化
僅受周邊 1 層方格
的影響。

第三節 研究內容與流程

本研究的內容有「文獻回顧與評述」、「研究設計」、及「操作及

結果分析」等三項，而研究流程如圖 1-1 所示。茲將研究內容簡單說明如下。

一、文獻回顧與評述

(一) 複雜科學

主要是敘述何謂複雜科學，以及複雜科學的由來。並說明到目前為止針對複雜的研究有哪些，並闡述複雜科學與都市系統的相關性。

(二) Alexander 的半格子結構 (semi-lattice)

說明學者 Alexander 的半格子結構 (semi-lattice) 概念 (1965)。並以此作為本研究所欲假設之空間結構特性。

√(三) 細胞自動體理論 (Cellular Automata 或 CA)

介紹本論文之研究工具細胞自動體的基本觀念、演化型態的特性以及 Wolfram (1994f) 所提出演化型態的四大分類。

√(四) 應用 CA 於都市規劃上之文獻

瞭解到目前為止應用細胞自動體於都市規劃的國內外相關文獻的研究內容與成果。

(五) 有限狀態自動體

本研究主要目的是將 Alexander 的半格子結構概念 (1965) 應用於細胞自動體演化規則分類中，並據此對演化規則加以探討。而連結半格子狀概念及細胞自動體兩者之研究工具乃是利用自動機理論 (automata theory) 中繪製非決定性有限狀態自動體 (NFA) 及決定性有限狀態自動體 (DFA) 的方式表現出來。因此，此部份主要是介紹何謂有限狀態自動體。

二、研究設計

(一) 單維細胞自動體規則 NFA 之繪製

將二項選擇 $k=2$ 及鄰近細胞 $r=1$ 下的單維細胞自動體的所有演化規則以 NFA 表示之，利用此種方式表現演化規則甚為經濟 (Wolfram, 1994b)。

(二) NFA 轉換至 DFA

將所有演化規則之 NFA 依據自動體理論既有之操作過程轉換為 DFA。此乃由於所有規則產生之 NFA 型態皆為類似，無法利用半格子及樹狀結構概念加以區分，因此此步驟主要是將所有演化規則型態轉換為可區分半格子及樹狀結構概念之 DFA。同時 DFA 的結構亦可反應出規則空間演化的特性，而據此觀察其與演化結果的關係。

(三) 半格子及樹狀結構 DFA 之定義

依據 Alexander 的半格子結構概念及樹狀結構概念

(1965)，定義半格子結構以及樹狀結構之 DFA，以作為區分半格子狀及樹狀規則之依據。

三、操作及結果

在定義半格子狀及樹狀規則之 DFA 後，便可區分出哪些規則屬於半格子狀規則或樹狀規則。而後利用 Wuenshe 及 Lesser 設計之電腦軟體逐一針對所有的細胞自動體演化規則進行模擬，並將演化型態分類 (1992)。此分類主要是依據 Wolfram 所提出的四種分類為主 (1994f) 有關其分類的依據及內容，在第二章第三節將作說明。由於本研究乃是假設都市是一複雜系統且其空間結構屬半格子狀，因此，根據 DFA 及電腦模擬結果尋找出既屬於複雜型態 (依 Wolfram 區分為第四類) 又具有半格子狀結構之演化規則，並將這些規則作定性之分析。

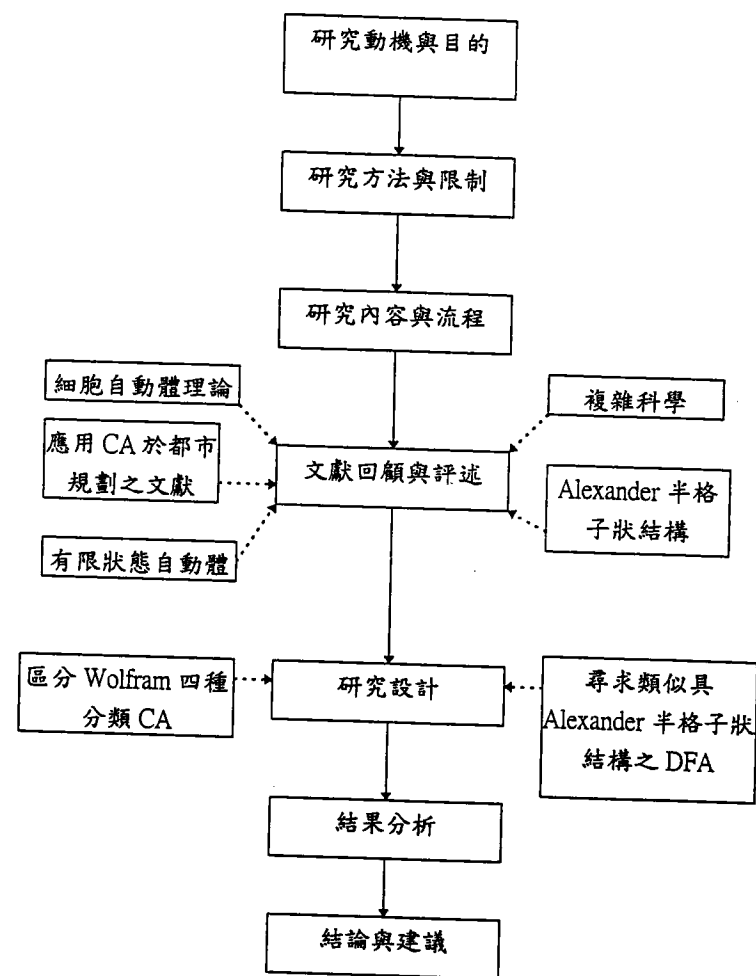


圖 1-1 研究流程圖

【本章註解】

- ¹ 詳細內容可參閱第二章文獻回顧與評述中之第二節複雜科學。
- ² 本節部份內容曾發表於中華民國區域科學學會論文研討會，1997，汪禮國、賴世剛。

第二章 文獻回顧與評述

第一節 複雜科學

複雜科學的研究是近幾年來所發展出來的。它起源於美國聖塔菲研究院（Santa Fe Institute），在這裡聚集了許多各領域的科學家，包括物理學界的泰斗 Murray Gell-Mann，經濟學界的 Kenneth Arrow 等諾貝爾獎大師。他們的共同看法是：萬物皆有其一致性，複雜科學的理論架構將能解釋大自然與人類社會的種種變化。

那何謂複雜呢？複雜是一門研究互動單元（interacting units）巨觀集合（macroscopic collections）行為的學科，而這些互動單元存在著隨著時間演化的潛力（Coveney 及 Highfield，1995）。複雜科學所研究的問題，幾乎都違反了過去傳統的科學研究重心。例如過去科學家對於宇宙的了解：宇宙是從一個大爆炸（Big Bang）後的渾沌中開始，爾後根據熱力學第二定律所形容的過程演化（失序、分裂、腐敗等）。但是，宇宙仍設法產生了許多不同層次的結構系統：銀河系、恆星、行星、細菌、植物、動物和大腦等系統。這是如何辦到的呢？是不是在宇宙走向不可抗拒的失序狀態時，有一種力量將它拉向秩序、結構與組織？這些問題正是複雜科學所欲探討的重點。

複雜科學探討的對象，從一個細胞所表現出來的生命現象、大腦的結構、到股市的漲落、都市空間結構（如 Batty 及 Xie，1994；White 及 Engelen，1993）、宇宙結構...等。這些系統都有著一些共同的特色，就是在它們變異無常的背後，似乎呈現出某種捉摸不定的秩序。而複雜科學便是試圖去了解與掌握、控制這些複雜系統活動。

這種嘗試對複雜系統了解其最近的發展產生一些新而相關的領域，包括人工生命（例如，Emmenche，1994）及複雜理論（例如，Gell-Mann，1994）。人工生命的中心觀念為最簡單的規則可形成一系

統的複雜行為。人工生命的研究者在電腦上進行實驗之方式係假設生命可以由十分簡單的規則衍生而成，因而在電腦上創造他們想像的宇宙或生命遊戲。這些電腦實驗的實證效度受到爭議，但它們在發現自然界的簡單規律並可在真實試驗中得到驗證，不失為有效的工具。人工生命研究最終目標是希望尋獲自然界中可信的定律，並可在理論上證明其存在。

複雜理論是一更具強力的理論而能涵蓋自然界中許多事物（Gell-Mann，1994）。它嘗試將許多不同領域現有最新的知識粗略地加以整合，包括物理學、心理學、計算機學、政治學、及經濟學等。該理論的目標在於發現自然界中適應性複雜系統的存在並解釋它們的行為。複雜理論與傳統系統方法不同在於其就某種程度而言是一種由下而上的方法，而傳統的方法則是由上而下的方法。複雜理論尋求的是系統所賴以適應外在或內在干預的基本定律。資訊可作為描述系統行為之一重要衡量方式。而傳統系統方法傾向於將整個系統區分為功能性的構件，且這種區分方式受到嚴格的檢測以證實模式的效度。在建立模式的過程中並不需考慮根本定律。複雜理論提供解釋所觀察到的社會及自然現象一強力觀點，然而它的發展仍處於初期階段。

針對複雜現象的研究，早期亦有學者從事且與都市的形成較有關，其中最著名者為 Simon（1969）及 Alexander（1965）。Simon 視自然界中衍生出來得複雜結構為幾乎可分解系統。該系統中的組成分子以一種階層式的結構被組織起來（1969）。但其與純階層不同之處，在於純階層系統中元素的相關性係由上而下，而幾乎可分解系統中同一階層元素間存在著相關性。這種結構占有快速成長的優勢，也因此提高其存在的機率。

Alexander 在嘗試尋找自然成長都市的組織原則中，提出類似 Simon（1969）複雜概念之空間組織形成的一般性原則，稱之為相對於樹狀的半格子結構（1965）。詳細內容將在下一節中說明。

第二節 Alexander（1965）半格子狀結構

Alexander 於 1965 年所著的“A City Is Not A Tree”一篇文章中指出了都市階層屬於半格子狀（semi-lattice）的概念。而在說明什麼是半格子狀階層性的概念之前，有一些觀念是必須先加以釐清的。

一、自然城市（natural city）與人造城市（artificial city）

所謂自然城市指的是不經由規劃者及設計者規劃設計，而自然生成的城市。它所依賴生成的是城市本身內生的特性。而人造城市指的是由規劃者及設計者所設計規劃後，產生的城市。

依照上述的說法，都市形態形成的力量可以區分為二。一種是由都市本身內部所形成的秩序；另一種是經由人為所造成的外在干預。在都市規劃領域中，傳統上，一般都只考量都市形成的外在條件，例如生態條件、經濟條件、社會條件及政治條件等。而對於都市本身內部的力量較少探討。但這並不是說傳統上的研究方向是錯的，只是若能對都市內部力量作較深入的研究，將有助於規劃者對於都市特性有更完整的認識。王明衡指出，要掌握空間現象，必先掌握空間內在形式結構後，才能理解外在條件上的空間現象（1996）。他並另外指出，可建立一組規則，使得空間單元依據嚴格的規則，在給予的基地上慢慢成長、轉化，而形成可觀察到的既有城鎮。如能成功，那麼這組規則就代表了複雜形象變化下的內在秩序，也就是城鎮空間形式的內在結構。

二、半格子狀與樹狀（tree）階層

依照亞歷山大的研究中指出，自然城市與人造城市間最大的不同點，就是自然城市下會形成半格子狀的階層結構，而人造城市下所形成的是樹狀階層結構。原則上，半格子系統元素間的關係類似 Simon 所謂之幾乎可分解系統。在半格子系統結構中，如果任意兩元素有共同子集合時，那該子集合亦隸屬於該系統的元素集合。樹狀系統指的是元素間的關係界定於元素間是否存在隸屬關係，也因此為半格子結構中的一種。但大多數半格子結構所隱含的關係較簡單的樹狀結構更為複雜且豐富。Alexander 認為都市是遵照半格子結構原則成長，且規劃應認清這個原則並依此原則提供適當的空間結構。茲以圖 2-1 說明之。

圖 2-1 中 A、B、C、D、AB、CD.....等為最大空間單元 ABCDEF 的子集合。例如，A 代表小學學區，B 代表商圈，C 代表交通服務區等等，而 ABCDEF 代表整個社區。在半格子狀的階層中，同樣一個階層中的子集合互相具有一定的關聯性；而若同一階層中的子集合並不相關，也就是同一階層中的子集合相互獨立，則稱為樹狀階層。換言之，若以空間的角度來看，半個子狀的概念指的是同一階層的空間單元，其涵蓋的範圍互有交集；而若是樹狀階層的概念，其同一階層的空間單元範圍並無交集，而目前大多數的土地使用分區正是應用樹狀結構的概念而設計。

若以真實性來看，半格子狀的概念不論在自然城市或人造城市的演化下，較符合現實空間單元互動的特性。以都市為例，一都市系統（例如台北市），可細分為子系統（如台北市的東區及西區兩個都市中心），而該子系統可在細分為次子系統（如公館、士林、北投、松山等商業中心），依此類推。各層次的子系統間以及不同層次的子系統間並非獨立，而是依附著某些關係或作用力，例如交通旅次或功能的互動。這也可說明為何東區及西區兩個都市中心並無所謂明顯界線的存在（本例子引用自賴世剛，1996，修訂綜合發展計畫之都市結構部門）。因此，本論文中所欲假設的空間結構因素，便是採用 Alexander 的半格狀概念而成。如此一來，將單純的分析工具 CA 加入此種空間結構因素（半格子狀概念），或許就有可能尋找出都市自生發展的特性，這也就是都市內

部的成長邏輯。

第三節 細胞自動體理論（Cellular Automata）

細胞自動體或 CA¹ 的概念最早起源於 1940 年代物理學家 Ulam 所提出，而不久之後 Von Neumann 利用此概念來研究自我複製系統的邏輯特性（logical nature of self-reproducing systems）（1966）。到了 1970 年代英國數學家 John Conway 所發明的「生命遊戲」（game of life）進一步的將此概念以電腦程式表現在電腦螢幕上，建立了一個可以運用的數學模型。Wolfram 提出細胞自動體的模型之後使得整個細胞自動體理論更趨成熟（陳樹衡及程永夏，1994）。以下介紹細胞自動體的基本概念、演化規則、特性以及由 Wolfram 所提出的細胞自動體演化型態的四種分類（1994f）。

一、基本概念

細胞自動體是一種連結小尺度與大尺度（micro to macro）的離散性（discrete）² 分析工具，藉由細胞自動體演化規則的建立，產生多樣性的型態。其基本概念是假設每一個最小的單元體皆存在著一些整數值，並與附近其他的單元體互動，在所設定的規則之下持續的演化下去，產生較大尺度的多樣型態。

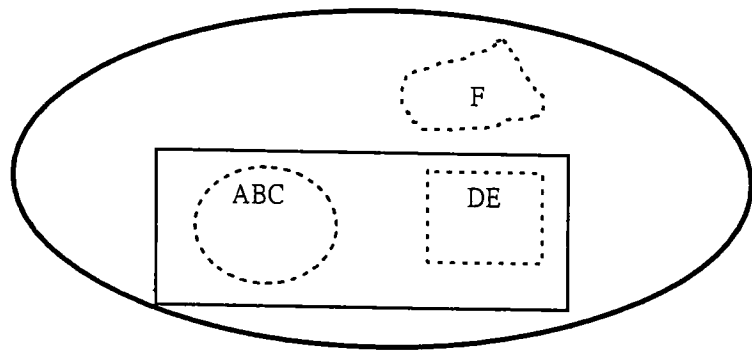
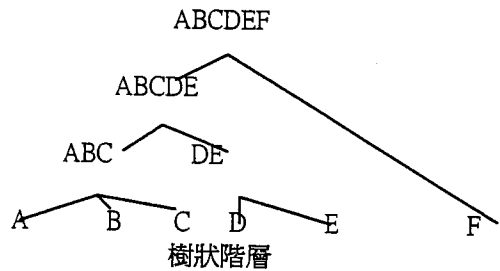
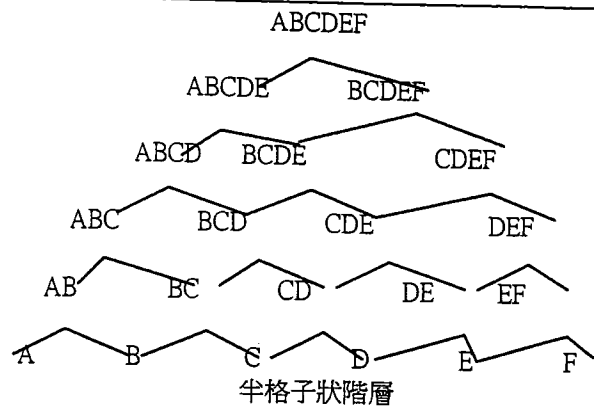


圖 2-1 半格子狀及樹狀結構示意圖

細胞自動體的演化並沒有限定其演化的維度 (dimension)，它可以是一維，也可以是二維或三維。基本上來說，維度越大只是會增加演化型態的複雜性以及與現實現象的契合程度，對於細胞自動體的基本概念並無絕對性地影響。因此，在本論文中，細胞自動體的基本概念還是以一維的敘述為基礎。

在一個一維的直線上有 n 個細胞 (a_i) 存在， $i=1,2,\dots,n$ ，每一個細胞皆擁有一個整數值，其值可能是 $0,1,2,\dots,k$ 等，這些值我們稱作為值域 (range) k ，值域所代表的是細胞的狀態。在完成值域的設定之後，則必須開始設定一個動態方程式 F 。

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-r}^{(t)}, a_{i-r+1}^{(t)}, \dots, a_i^{(t)}, \dots, a_{i+r-1}^{(t)}, a_{i+r}^{(t)}) \text{，且} \quad (\text{式 2.1})$$

$$F: \{k\}^{2r+1} \rightarrow \{k\} \quad (\text{式 2.2})$$

其中

$a_i^{(t)}$: 細胞 i 在 t 時下的狀態值，且

r : 互動範圍

動態方程式 (式 2.1) 表示出任何一個細胞在 $t+1$ 時的狀態值，取決於在 t 時下，此細胞周圍 r 範圍之內的全部細胞狀態值。而 2.2 式表示任何一個細胞在經由與其他細胞互動，藉由規則轉換之後其狀態值依然於值域之內。

二、演化規則

在目前的相關文獻當中，對於演化規則的描述大都以單維及二維為主。

(一) 單維演化規則

從第一部分的描述中，我們可以清楚的看出，在單維細胞自動體中，每一個細胞 a_i 有 k 種可能的狀態值，而在互動範圍 r 之下，互動的細胞共有 $2r+1$ 個，因此一共會產生 k^{2r+1} 種鄰近細胞狀態組合。細胞要從 t 時演化至 $t+1$ 時，除了要確定 k 及 r 值大小外， k^{2r+1} 種鄰近細胞狀態組合的演化規則也是必須要加以確定的。

一般說來， k^{2r+1} 種狀態組合會產生 k^{2r+1} 組規則。例如，若我們設定每一個細胞的狀態值為 0 或 1，則 $k=2$ ，且設定互動範圍為左右各一個細胞，則 $r=1$ 。如此一來，動態方程式 F 則如下所示：

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-1}^{(t)}, a_i^{(t)}, a_{i+1}^{(t)}) \quad (\text{式 2.3})$$

$$\text{且 } F = \{0,1\}^3 \rightarrow \{0,1\} \quad (\text{式 2.4})$$

此方程式共會產生 $2^3=8$ 種鄰近細胞組合（包括 111、110、101、100、011、010、001、000），而每一組合皆有 0 及 1 兩種演化可能性，故共有 2^3 組規則出現，例如，

<u>111</u>	<u>110</u>	<u>101</u>	<u>100</u>	<u>011</u>	<u>010</u>	<u>001</u>	<u>000</u>
0	1	0	1	1	0	1	0

為其中之一種規則，我們稱其規則編號為 01011010。

一般說來，狀態值為 1 的情況以黑色表示，而狀態值為 0 則以白色為代表，隨著時間持續的進行下去，便可產生如圖 2-2 所示的型態。

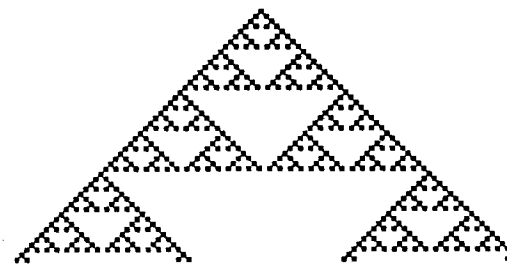


圖 2-2 單維規則演化型態圖（規則編號「01011010」且 $k=2$ ， $r=1$ ，以及起始狀態（initial configuration）為單一點）

資料來源：Wolfram（1994a）

(二) 二維演化規則

所謂二維指的是對於任何一個細胞 a_i 而言，與其互動的細胞不再僅止於單維中的左右兩側而已。二維包含著上、下、左、右、左上、左下、右上、右下等 8 個細胞，如圖 2-3 所示。

$a_{i-1,j+1}$	$a_{i,j+1}$	$a_{i+1,j+1}$
$a_{i-1,j}$	$a_{i,j}$	$a_{i+1,j}$
$a_{i-1,j-1}$	$a_{i,j-1}$	$a_{i+1,j-1}$

圖 2-3 二維細胞空間位置圖

一般說來，我們可區分為幾類。第一類為互動的細胞為上、下、左、右四個方向，亦稱為 Von Neumann Neighborhood (Wolfram, 1994e)，其動態方程式為（在假設 $r=1$ 限制下）：

$$a_{i,j}^{(t+1)} = F(a_{i,j}^{(t)}, a_{i,j+1}^{(t)}, a_{i,j-1}^{(t)}, a_{i-1,j}^{(t)}, a_{i+1,j}^{(t)}) \quad (\text{式 2.4})$$

例如當 $r=1$ 、 $k=2$ 時，其規則編號共有 $2^5=32$ 位元，而規則組合共有 2^2 種。

第二類指的是互動細胞除了第一類上下左右四個方向外，還包含左上、左下、右上、右下四個方向內的細胞，其又稱作 Moore Neighborhood (Wolfram, 1994e; Toffoli and Margolus, 1987)。其動態方程式為（ $r=1$ 下）：

$$a_{i,j}^{(t+1)} = F(a_{i,j}^{(t)}, a_{i,j+1}^{(t)}, a_{i,j-1}^{(t)}, a_{i-1,j}^{(t)}, a_{i+1,j}^{(t)}, a_{i-1,j-1}^{(t)}, a_{i-1,j+1}^{(t)}, a_{i+1,j-1}^{(t)}, a_{i+1,j+1}^{(t)}) \quad (\text{式 2.5})$$

除此之外，互動細胞也可以只考慮是左上、左下、右上、右下四個方向上的細胞，其動態方程式為（ $r=1$ 下）：

$$a_{i,j}^{(t+1)} = F(a_{i,j}^{(t)}, a_{i-1,j-1}^{(t)}, a_{i-1,j+1}^{(t)}, a_{i+1,j-1}^{(t)}, a_{i+1,j+1}^{(t)}) \quad (\text{式 2.6})$$

採用哪一類並無絕對的定論，隨著研究者本身主觀的看法，以及研究目的之差異而有所不同。

(三) 規則的選取

由於規則的組合眾多，因此如何選取適當的規則便成為一個很重要的步驟。在過去的文獻中，我們發現規則的選取大都是以研究目的來作考量，並無一定的依循根據。雖然如此，Conway 的生命遊戲 (game of life) 卻提供了後來研究者一般性的思考方向 (Conway、Berlekamp 及 Guy, 1985)。

生命遊戲所設定的演化規則如下：

$$\text{假設 } a_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{其中 } 0 : \text{無活動力}, 1 : \text{具活動力}$$

$$1. \text{假如 } a_{ij}^{(t)} = 0, \text{ 且 } \sum_{\substack{xy \in \varphi \\ xy \neq ij}} a_{xy}^{(t)} = 3, \text{ 則 } a_{ij}^{(t+1)} = 1。$$

$$\text{其中 } \varphi = ((i,j), (i-1,j), (i+1,j), (i-1,j+1), (i-1,j-1), (i+1,j-1), (i+1,j+1), (i,j+1), (i,j-1))。$$

意即周圍有三個活的生存細胞，則死亡的細胞可轉變為生存的細胞。

$$2. \text{假如 } a_{ij}^{(t)} = 1, \text{ 且 } 2 \leq \sum_{\substack{xy \in \varphi \\ xy \neq ij}} a_{xy}^{(t)} \leq 3, \text{ 則 } a_{ij}^{(t+1)} = 1, \text{ 否則 } a_{ij}^{(t+1)} = 0。$$

意即除了周圍有兩個或三個活的細胞之活細胞可以繼續維持生存外，其餘活細胞會因為過度擁擠或過度稀少，而使得具活動力的細胞轉變為死亡。將上述規則以表 2-1 表示。