高考

活题活现

辽宁教育电子音像出版社 策划组编

刘铭 主编

数学

○最新高考真题

○名师原创新题

★跳出题海 高分必备★

★一书在手 傲视群山★

沈阳出版社

高考

活题活现

辽宁教育电子音像出版社 策划组编

刘铭 主编

数学

沈阳出版社

图书在版编目（CIP）数据

高考活题活现. 数学 / 刘铭主编. —沈阳：沈阳出版社，2008.11
ISBN 978-7-5441-3560-3

I. 高… II. 刘… III. 数学课—高中—习题—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第174072号

出 版 者： 沈阳出版社
（地址：沈阳市沈河区南翰林路10号　邮编：110011）
印 刷 者： 沈阳新天龙印刷有限公司
发 行 者： 辽宁现代教育音像书刊发行有限公司
幅面尺寸： 210mm×294mm
印　　张： 12
字　　数： 326千字
出版时间： 2008年11月第1版
印刷时间： 2008年11月第1次印刷
责任编辑： 王　莉
特约编辑： 韩敬一
封面设计： 风之翼文化
版式设计： 风之翼文化
责任校对： 张　妍
责任监印： 杨　旭

书　　号： ISBN 978-7-5441-3560-3
定　　价： 29.80元

联系电话： 024-86242949
024-86242756

活题活现 简介

本套丛书是在教育部颁布的新《课程标准》的框架内，紧扣各课改试验区的高考考纲编写而成，设题科学，讲解详尽，信息量大；是一套以“活题”为突破口，以“新题”取胜的经典力作。

本书包括三部分

考点透析
1. 高考目标：总结历年高考，结合教师多年教学经验，透析高考必考内容及命题趋势。
2. 重点难点：作者凭多年辅导高考复习经验总结重点难点，给予具有针对性实用性的分析与指导。

真题解析
1. 整理收集 2003 年至 2008 年的高考真题中灵活题型，按照教材知识点分类。
2. 结合知识点进行解析，点拨解题技巧。

模拟练习
1. 在全国范围内的高考模拟卷中收集与真题相同、相关的知识点或题型相近的灵活模拟题。
2. 真题拓展：在真题的基础上进行改编，把真题的问题加深、扩展，或联接相关知识点。
3. 根据考纲编写创新题。

丛书特色

全面性

全面囊括最新六年高考真题中的新颖灵活题型，让学生对所谓的“拔高题”“落分题”在考前有个纵观全局的感觉，克服对这类题望而生畏的心理，让学生在考试中不再觉得难题活题突如其来，能够从容面对。

针对性

针对学生在考试中的“软肋”，针对高考的落分点，结合知识点分类详解，各个击破。

创新性

本书在囊括真题同时，还有相关知识点、相近题型的链接，及根据高考趋势分析后编写的拓展模拟题。

灵活性

收入的高考真题都是灵活题型、创新题型、有特点的题型，配套练习题是老师根据考题收纳的相关、相近模拟题、高考真题的扩展题及根据考纲编写的原创题，确保本书的灵活性和创新性。

活题活现，祝你飞跃高考！

目录 Contents

第一章　函数

◎高考目标要求

1. 函数

(1) 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念.

(2) 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

(3) 了解简单的分段函数，并能简单应用.

(4) 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义；结合具体函数，了解函数奇偶性的含义.

(5) 会运用函数图象理解和研究函数的性质.

2. 指数函数

(1) 了解指数函数模型的实际背景.

(2) 理解有理指数幂的含义，了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算.

(3) 理解指数函数的概念，理解指数函数的单调性，理解指数函数图象通过的特殊点.

(4) 知道指数函数是一类重要的函数模型.

3. 对数函数

(1) 理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数；了解对数在简化运算中的作用.

(2) 理解对数函数的概念，理解对数函数的单调性，理解对数函数图象通过的特殊点.

(3) 知道对数函数是一类重要的函数模型.

(4) 了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数 $(a>0$ 且 $a\neq 1)$.

4. 幂函数

(1) 了解幂函数的概念.

(2) 结合函数 $y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\frac{1}{x}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象，了解它们的变化情况.

5. 函数与方程

(1) 了解二次函数的零点与方程根的联系，会判断一元二次方程根的存在性及根的个数.

(2) 根据具体函数的图象，能够用二分法求相应方程的近似解.

6. 函数模型及其应用

(1) 了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征；知道直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义.

(2) 了解函数模型（指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型）的广泛应用，并能举例描述.

7. 导数概念及其几何意义

(1) 了解导数概念的实际背景.

(2) 理解导数的几何意义.

8. 导数的运算

(1) 能根据导数定义，求函数的导数 $y=c$，$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\frac{1}{x}$，$y=\sqrt{x}$ 的导数.

(2) 能利用下面给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数，能求简单的复合函数［仅限于形如 $f(ax+b)$］的导数.

常见基本初等函数的导数公式和常用的导数计算公式：

$C'=0$ (C 为常数)

$(x^n)'=nx^{n-1}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$；　$(\sin x)'=\cos x$；　$(\cos x)'=-\sin x$

$(e^x)'=e^x$；$(a^x)'=a^x\ln a$ $(a>0$，且 $a\neq 1)$；$(\ln x)'=\frac{1}{x}$

$(\log_a x)'=\frac{1}{x}\log_a e(a>0$，且 $a\neq 1)$

法则 1：$[u(x)\pm v(x)]'=u'(x)\pm v'(x)$

法则 2：$[u(x)\ v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$

法则 3：$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)'=\frac{u'(x)v(x)-u(x)\ v'(x)}{[v(x)]^2}$　$[v(x)\neq 0]$

9. 导数在研究函数中的应用

(1) 了解函数的单调性与导数的关系；能利用导数研究函数的单调性，会求函数的单调区间（对多项式函数一般不超过三次）.

(2) 了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；会用导数求函数的极大值、极小值（对多项式函数一般不超过三次），会求在闭区间上最大值、最小值（对多项式函数一般不超过三次）.

10. 生活中的优化问题

会利用导数解决某些实际问题.

11. 定积分与微积分基本定理

(1) 了解定积分的实际背景，了解定积分的基本思想，了解定积分的概念.

(2) 了解微积分基本定理的含义.

◎重点难点突破

函数是高中数学的核心内容。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型，函数思想贯穿于高中数学课程的始终；不等关系较等值关系更加普遍地存在，而且由不等关系的引进有助于理解把握客观事物的变化规律，而不等关系的核心是函数单调性。所以函数的内容和思想、不等式的证明自然成为历年高考所要考查、检测的重要内容。

在近几年的高考试题中，有关函数的试题占有相当大的比例，平均达到40%左右。每套试卷都会涉及函数部分的多方面内容，试题中既包含较简单的基础题，也包含难度较大的综合题。

在“能力立意”的背景下，函数因其较强的系统性和灵活性，自然成为高考命题的热点、试卷中的难点。可以说，有关函数的试题的解答对于每一位考生都是非常重要的，对于那些希望将数学成绩提升到高水平的考生来说更是决定性的。

函数部分的主要内容包括：函数的概念（映射），函数的定义域，函数的对应法则（解析式），函数的值域，函数的性质（单调性、奇偶性和周期性），函数的图象，以及反函数，还包括函数的导数。函数的实例，包括：一次函数 $y=kx+b$ $(k\neq0)$、二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$、反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(k\neq0)$、指数函数 $y=a^x$ $(a>0，a\neq1)$、对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0，a\neq1)$、复合函数（由上述函数复合而成）$y=ax+\frac{b}{x}$ $(a\cdot b\neq0)$，以及抽象函数，和三次函数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq0)$。

值得注意的是，对于一个函数的研究，通常是从该函数的解析式出发，按照“定义域→周期性→奇偶性→单调性→值域→图象”的步骤来考查。

函数的定义域是研究函数相关内容的前提，函数定义域的求解相当于解不等式（组）。

函数的周期性、奇偶性，对于函数的研究起到很好的化简，应该首先考查；另一方面周期性、奇偶性带来的是等值关系，其证明过程类似恒等式的证明。

函数的单调性，是事物变化规律的重要体现，是函数的重要内容，是不等式、不等关系的重要基础，是判断函数值域的前提；其证明过程类似不等式证明中的作差比较。函数单调性、单调区间的确定，还可以通过求导实现的办法，要注意与求导部分内容的结合。

函数的值域，一般是在函数单调性的基础上判断最值。

函数的图象，是对函数特征性质的直观反映，应该是建立在函数特征性质研究的基础上的。

函数的反函数，其求解过程相当于解以 x 为未知量（以 y 为参数）的方程。

函数的导数，局限于对一些基本函数、较简单的复合函数求导，通常用于函数单调性单调区间的判断与确定、函数极值的求解，以及曲线切线的求解。

◎高考真题解析

一、选择题、填空题

1. （2008－天津－理－8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x+1, & x<0\\ x-1, & x\geqslant0\end{cases}$，则不等式 $x+(x+1)f(x+1)\leqslant1$ 的解集是（　　）

A. $\{x|-1\leqslant x\leqslant\sqrt{2}-1\}$

B. $\{x|x\leqslant1\}$

C. $\{x|x\leqslant\sqrt{2}-1\}$

D. $\{x|-\sqrt{2}-1\leqslant x\leqslant\sqrt{2}-1\}$

【答案】C

【解析】由题意得不等式 $x+(x+1)f(x+1)\leqslant1$ 等价于

（Ⅰ）$\begin{cases}x+1<0\\ x+(x+1)[-(x+1)+1]\leqslant1\end{cases}$

或（Ⅱ）$\begin{cases} x+1\geqslant 1 \\ x+(x+1)[(x+1)-1]\leqslant 1 \end{cases}$，

解不等式组（Ⅰ）得$x<0$；解不等式组（Ⅱ）得$0\leqslant x\leqslant\sqrt{2}-1$. 因此原不等式的解集是$\{x|x\leqslant\sqrt{2}-1\}$，选C.

2. (2008－安徽－理－11) 若函数$f(x)$、$g(x)$分别为R上的奇函数、偶函数，且满足$f(x)-g(x)=e^x$，则有（　　）

A. $f(2)<f(3)<g(0)$

B. $g(0)<f(3)<f(2)$

C. $f(2)<g(0)<f(3)$

D. $g(0)<f(2)<f(3)$

【答案】D

【解析】由题意得$f(x)-g(x)=e^x$，$f(-x)-g(-x)=e^{-x}$，即$-f(x)-g(x)=e^{-x}$，由此解得$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，$g(x)=-\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，$g(0)=-1$，函数$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$在$R$上是增函数，且$f(3)>f(2)=\frac{e^2-e^{-2}}{2}>0$，因此$g(0)<f(2)<f(3)$，选D.

3. (2008－全国Ⅰ－理－9) 设奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，且$f(1)=0$，则不等式$\frac{f(x)-f(-x)}{x}<0$的解集为（　　）

A. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

B. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

C. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

D. $(-1,0)\cup(0,1)$

【答案】D

【解析】$\frac{f(x)-f(-x)}{x}<0\Rightarrow xf(x)<0$，可知$x$，$f(x)$异号，又$f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，且$f(1)=0$，知$x\in(0,1)$时，$f(x)<0$；又$f(x)$为奇函数，可知，$f(-1)=0$，$x\in(-1,0)$时，$f(x)>0$，由此可知选D.

4. (2008－北京－13) 已知函数$f(x)=x^2-\cos x$，对于$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上任意$x_1$、$x_2$，有如下条件：

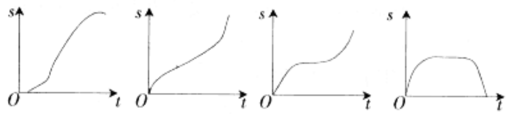
①$x_1>x_2$；②$x_1^2>x_2^2$；③$|x_1|>x_2$.

其中能使$f(x_1)>f(x_2)$恒成立的条件序号是________.

【答案】②

【解析】验证答案，令$x_1=\frac{\pi}{2}>x_2=-\frac{\pi}{2}$，则$f(x_1)=f(x_2)$故①不符合题意；令$x_1=x_2=-\frac{\pi}{2}$，则$|x_1|>x_2$，但$f(x_1)=f(x_2)$，故③不符合题意，所以只有②符合题意.

5. (2008－全国Ⅰ－2) 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程s看做时间t的函数，其图象可能是（　　）



A　　B　　C　　D

【答案】A

【解析】要注意$y=s(t)$在某一点的导数就是曲线在该点处的斜率，即为在该点处的速度，可选A.

6. (2008－江西－理－12) 已知函数$f(x)=2mx^2-2(4-m)x+1$，$g(x)=mx$，若对于任一实数x，$f(x)$与$g(x)$的值至少有一个为正数，则实数m的取值范围是（　　）

A. $(0,2)$　　B. $(0,8)$

C. $(2,8)$　　D. $(-\infty,0)$

【答案】B

【解析】验证答案，当$m=4$时，$f(x)=8x^2+1>0$恒成立，结论成立，则选项A、D错；当$m=1$时，$f(x)=2x^2-6x+1$，$g(x)=x$，在同一坐标系内作出两个函数的图象，由图象知结论成立，则选项C错，所以选B.

7. (2008－江苏－14) 设函数$f(x)=ax^3-3x+1\ (x\in R)$，若对于任意$x\in[-1,1]$，都有$f(x)\geqslant 0$成立，则实数a的值为________.

【答案】4

【解析】由题意得$f'(x)=3ax^2-3$，当$a\leqslant 0$时，则$f'(x)=3ax^2-3<0$，

$\therefore f(x)$在$[-1,1]$上为减函数，

$\therefore f(x)_{最小值}=f(1)=a-2\geqslant 0$，解之得$a\geqslant 2$（与条件$a\leqslant 0$矛盾）不符合题意；

当$a>0$时，令$f'(x)=0$可得$x=\pm\frac{1}{\sqrt{a}}$，当$x\in\left(-\frac{1}{\sqrt{a}},\ \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$为减函数；

当$x\in\left(-\infty,\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cup\left(\frac{1}{\sqrt{a}},\ +\infty\right)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$为增函数.

由$f(-1)=4-a\geqslant 0$可得$0<a\leqslant 4$，又由$f\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=a\times\frac{1}{a\sqrt{a}}-\frac{3}{\sqrt{a}}+1=1-\frac{2}{\sqrt{a}}\geqslant 0$可得$a\geqslant 4$，

综上可知$a=4$.

8. (2008－陕西－11) 定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$ $(x,y\in R)$，$f(1)=2$，则$f(-3)$等于(　　)

A. 2　　B. 3

C. 6　　D. 9

【答案】C

【解析】令$x=y=0$，得$f(0)=0$；令$x=y=1$，得$f(2)=2f(1)+2=6$；

令$x=2$，$y=1$，得$f(3)=f(2)+f(1)+4=12$；

令$x=3$，$y=-3$，得$0=f(3-3)=f(3)+f(-3)-18=12+f(-3)-18$，所以$f(-3)=6$.

9. (2008－重庆－理－6) 若定义在R的函数$f(x)$满足：对任意x_1，$x_2\in R$有$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+1$，则下列说法一定正确的是(　　)

A. $f(x)$为奇函数　　B. $f(x)$为偶函数

C. $f(x)+1$为奇函数　　D. $f(x)+1$为偶函数

【答案】C

【解析】(特殊函数法) 由条件$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+1$可取$f(x)=x-1$，所以$f(x)+1=x$是奇函数，故选C.

10. (2008－辽宁－理－12) 设$f(x)$是连续的偶函数，且当$x>0$时$f(x)$是单调函数，则满足$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$的所有$x$之和为(　　)

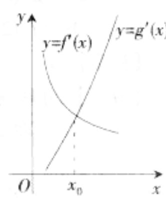
A. -3　　B. 3

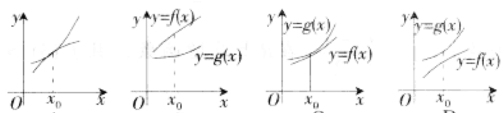
C. -8　　D. 8

【答案】C

【解析】由题意得方程$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$等价于方程$f\left(\left|\frac{x+3}{x+4}\right|\right)$，由于当$x>0$时，$f(x)$是单调函数，且$|x|\geqslant 0$，$\left|\frac{x+3}{x+4}\right|\geqslant 0$，又$f(x)$是连续函数，故$|x|=\left|\frac{x+3}{x+4}\right|$，由此得$x=\frac{x+3}{x+4}$或$-x=\frac{x+3}{x+4}$，即$x^2+3x-3=0$或$x^2+5x+3=0$，不难发现这两个方程分别有两个不相等的实根，且它们没有相同的根，由二次方程根与系数间的关系知，这两个方程的两个实根之和分别是-3、-5，因此满足$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$的所有$x$之和为$-8$，选C.

11. (2008－福建－理－12) 已知函数$y=f(x)$，$y=g(x)$的导函数的图象如右图，那么$y=f(x)$，$y=g(x)$的图象可能是(　　)





A　　B　　C　　D

【答案】D

【解析】由题意知函数$f(x)$，$g(x)$都为增函数，当$x<x_0$时，由图象知$f'(x)>g'(x)$，即$f(x)$的增长速度大于$g(x)$的增长速度；当$x>x_0$时，$f'(x)<g'(x)$，$g(x)$的增长速度大于$f(x)$的增长速度，数形结合，选D.

12. (2008－江苏－8) 设直线$y=\frac{1}{2}x+b$是曲线$y=\ln x$ $(x>0)$的一条切线，则实数b的值为________.

【答案】$\ln 2-1$

【解析】由已知条件可得$k=y'=(\ln x)'=\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$，得切点的横坐标$x=2$，切点坐标为$(2,\ln 2)$，由点$(2,\ln 2)$在切线$y=\frac{1}{2}x+b$上可得$b=\ln 2-\frac{1}{2}\times 2=\ln 2-1$.

13. (2008－湖南－理－10) 设$[x]$表示不超过x的最大整数(如$\left[\frac{5}{2}\right]=2$，$\left[\frac{5}{4}\right]=1$)，对于给定的

$n \in N^*$，定义 $C_n^x = \dfrac{n\ (n-1)\ \cdots\ (n-[x]+1)}{x\ (x-1)\ \cdots\ (x-[x]+1)}$，$x \in [1,\ +\infty)$，则当 $x \in [\dfrac{3}{2},\ 3)$ 时，函数 C_8^x 的值域是（　）

A. $\left[\dfrac{16}{3},\ 28\right]$

B. $\left[\dfrac{16}{3},\ 56\right]$

C. $\left(4,\ \dfrac{28}{3}\right) \cup [28,\ 56]$

D. $\left(4,\ \dfrac{16}{3}\right] \cup \left(\dfrac{28}{3},\ 28\right]$

【答案】D

【解析】依题意，当 $x \in \left[\dfrac{3}{2},\ 2\right)$ 时，$[x]=1$，此时 $C_8^x = \dfrac{8}{x} \in \left(4,\ \dfrac{16}{3}\right]$；当 $x \in [2,\ 3)$ 时，$[x]=2$，此时 $C_8^x = \dfrac{8\times 7}{x\ (x-1)} = \dfrac{56}{x\ (x-1)} \in \left(\dfrac{28}{3},\ 28\right]$. 因此，当 $x \in \left[\dfrac{3}{2},\ 3\right)$ 时，函数 C_8^x 的值域是 $\left(4,\ \dfrac{16}{3}\right] \cup \left(\dfrac{28}{3},\ 28\right]$，选D.

14. (2008－福建－理－16) 设 P 是一个数集，且至少含有两个数，若对任意 a、$b \in P$，都有 $a+b$、$a-b$、ab、$\dfrac{a}{b} \in P$ (除数 $b \neq 0$)，则称 P 是一个数域. 例如有理数集 Q 是数域；数集 $F = \{a + b\sqrt{2}\ |a,\ b \in Q\}$ 也是数域，有下列命题：

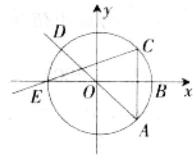
①整数集是数域；②若有理数集 $Q \subseteq M$，则数集 M 必为数域；③数域必为无限集；④存在无穷多个数域.

其中正确命题的序号是________. (把你认为正确的命题的序号都填上)

【答案】③④

【解析】对于整数集 Z，$a=1$，$b=2$ 时，$\dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2} \notin Z$，故整数集不是数域，①错；对于满足 $Q \subseteq M$ 的集合 $M = Q \cup \{\sqrt{2}\}$，$1+\sqrt{2} \notin M$，M 不是数域，②错；若 P 是数域，则存在 $a \in P$ 且 $a \neq 0$，依定义，$2a$，$3a$，$4a$，…，均是 P 中元素，故P中有无数元素，③正确；类似数集 F，$\{a + b\sqrt{2}\ |a,\ b \in R\}$ 等均是数域，故④正确.

15. (2007－浙江－理－17) 设为实数，若 $\left\{(x,\ y)\ \middle|\ \begin{cases} x-2y+5 \geqslant 0 \\ 3-x \geqslant 0 \\ mx+y \geqslant 0 \end{cases}\right\} \subseteq \{(x,\ y)\ |x^2+y^2 \geqslant 25\}$，则m的取值范围是________.



【答案】$0 \leqslant m \leqslant \dfrac{4}{3}$

【解析】直线 $x-2y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=25$ 的交点为 $C(3,\ 4)$，$E(-5,\ 0)$. 根据题设，过原点 O 的直线 $mx+y=0$ 只能在锐角区域 $\angle AOB$ 内转动，由 $A(3,\ -4)$，得 $-\dfrac{4}{3} \leqslant -m \leqslant 0 \Leftrightarrow 0 \leqslant m \leqslant \dfrac{4}{3}$.

16. (2007－浙江－理－10) 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 & |x| \geqslant 1 \\ x & |x| < 1 \end{cases}$，$g(x)$ 是二次函数，若 $f(g(x))$ 的值域是 $[0,\ +\infty)$，则 $g(x)$ 的值域是（　）

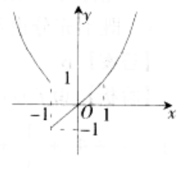
A. $(-\infty,\ -1] \cup [1,\ +\infty)$

B. $(-\infty,\ -1] \cup [0,\ +\infty)$

C. $[0,\ +\infty)$

D. $[1,\ +\infty)$

【答案】C



【解析】由分段函数 $f(x)$ 的图象可知，当 $x \in [0,\ 1] \cup (-\infty,\ -1]$ 或 $x \in [0,\ +\infty)$ 时，$f(x)$ 的取值范围为 $[0,\ +\infty)$，又二次函数 $g(x)$ 的值域为一个连续的半开半闭区间或半闭半开区间，根据题意，二次函数 $g(x)$ 的值域只能为 $[0,\ +\infty)$. 选C.

17. (2007－山东－理－16) 函数 $y = \log_a (x+3) - 1$ $(a>0,\ a \neq 1)$ 的图象恒过定点 A，若点 A 在直线 $mx+ny+1=0$ 上，其中 $mn>0$，则 $\dfrac{1}{m} + \dfrac{2}{n}$ 的最小值为________.

【答案】8

【解析】函数 $y = \log_a (x+3) - 1$ 的图象所经过的定点为 $A(-2,\ -1)$，由于点 A 在直线 $mx+ny+1=0$ 上，于是 $2m+n=1$，因此 $\dfrac{1}{m} + \dfrac{2}{n} = (2m+n)$

$\left(\frac{1}{m}+\frac{2}{n}\right)=4+\frac{n}{m}+\frac{4m}{n}$，因为$mn>0$，所以$\frac{4m}{n}>0$，$\frac{n}{m}>0$，所以$\frac{4m}{n}+\frac{n}{m}\geqslant 2\sqrt{\frac{4m}{n}\cdot\frac{n}{m}}=4$，当且仅当$n^2=4m^2$时取等号. 故$\frac{1}{m}+\frac{2}{n}\geqslant 4+4=8$，即$\frac{1}{m}+\frac{2}{n}$的最小值等于8.

18. (2007－陕西－理－12) 设集合$S=\{a_0, a_1, a_2, a_3\}$，在S上定义运算$\oplus$为：$a_i\oplus a_j=a_k$，其中k为$i+j$被4除的余数，$i, j=0, 1, 2, 3$. 满足关系式$(x\oplus x)\oplus a_2=a_0$的$x$ $(x\in S)$的个数为（　　）

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

【答案】C

【解析】设$x\oplus x=A$，则$A_i\oplus A_2=A_0$，由题意得$i=2$，当$x\oplus x=A_2$时，则$x=A_1$或A_3. 选C.

19. (2007－江西－理－12) 设q：$f(x)=e^x+\ln x+2x^2+mx+1$在$(0, +\infty)$内单调递增，p：$m\geqslant -5$，则p是q的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】由$f(x)$在$(0, +\infty)$内单调递增可得$f'(x)=e^x+4x+\frac{1}{x}+m\geqslant 0$对任意$x\in(0, +\infty)$恒成立. 而当$0<x\leqslant\frac{1}{2}$时，$4x+\frac{1}{x}\geqslant 4$，$e^x>1$，$f'(x)=e^x+4x+\frac{1}{x}+m>5+m$；

当$x\geqslant\frac{1}{2}$时，函数$f'(x)$是增函数（因为当$x\geqslant\frac{1}{2}$时，$y=e^x$、$y=4x+\frac{1}{x}$分别是增函数），$f'(x)=e^x+4x+\frac{1}{x}+m\geqslant e^{\frac{1}{2}}+4+m$，且$e^{\frac{1}{2}}+4>5$，因此只要$e^{\frac{1}{2}}+4+m\geqslant 0$且$m+5\geqslant 0$，即$m\geqslant -(e^{\frac{1}{2}}+4)$就可以了.

综上所述，由$f(x)$在$(0, +\infty)$内单调递增不能推出$m\geqslant -5$；反之，由$m\geqslant -5$可知$f(x)$在$(0, +\infty)$内单调递增，故选B.

20. (2007－辽宁－理－12) 已知$f(x)$与$g(x)$是定义在R上的连续函数，如果$f(x)$与$g(x)$仅当$x=0$时的函数值为0，且$f(x)\leqslant g(x)$，那么下列情形不可能出现的是（　　）

A. 0是$f(x)$的极大值，也是$g(x)$的极大值

B. 0是$f(x)$的极小值，也是$g(x)$的极小值

C. 0是$f(x)$的极大值，但不是$g(x)$的极值

D. 0是$f(x)$的极小值，但不是$g(x)$的极值

【答案】C

【解析】对于A，取$f(x)=g(x)=-|x|$，显然满足题意，此时0是$f(x)$、$g(x)$的极大值，因此选项A中的情形可能出现；对于B，取$f(x)=g(x)=|x|$，显然满足题意，此时0是$f(x)$、$g(x)$的极小值，因此选项B中的情形可能出现；对于C，若其中的情形能同时出现，即0是$f(x)$的极大值，但不是$g(x)$的极值，则当自变量x在0的附近值时、$f(x)$的值都不超过0，且在0的附近存在x_1、x_2，使得$g(x_1)>0$且$g(x_2)<0$，这与$f(x)\leqslant g(x)$对任意的$x\in R$矛盾，因此选项C中的情形不可能出现；对于D，取$f(x)=|x|$，$g(x)=\frac{1}{2}x$，显然满足题意，此时0是$f(x)$的极小值，但不是$g(x)$的极值，因此选项D中的情形可能出现.

21. (2007－江西－理－11) 设函数$f(x)$是R上以5为周期的可导偶函数，则曲线$y=f(x)$在$x=5$处的切线的斜率为（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. 0

C. $\frac{1}{5}$　　D. 5

【答案】B

【解析】由题意得$f'(5)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(5+\Delta x)-f(5)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=f'(0)$，且$f'(0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=-\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(0-\Delta x)-f(0)}{-\Delta x}=-f'(0)$，$f'(0)=0$，因此$f'(5)=0$.

22. (2006－江西－6) 若不等式$x^2+ax+1\geqslant 0$对

一切 $x\in\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$成立，则 a 的最小值为（　　）

A. 0　　B. -2

C. $-\frac{5}{2}$　　D. -3

【答案】C

【解析】$\because x^2+ax+1\geqslant 0$在$\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$上恒成立，

$\therefore a\geqslant -\left(x+\frac{1}{x}\right)$ 在$\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$ 上恒成立.

而$f(x)=-\left(x+\frac{1}{x}\right)$ 在$\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$上单调递增.

$\therefore f(x)=-\left(x+\frac{1}{x}\right)\leqslant -\frac{5}{2}$，

$a\geqslant -\left(x+\frac{1}{x}\right)$ 在$\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$上恒成立，只需 $a\geqslant f(x)_{\max}=-\frac{5}{2}$. $\therefore a$的最小值为$-\frac{5}{2}$，故选C.

23. (2006–江苏–16) 不等式 $\log_2\left(x+\frac{1}{x}+6\right)\leqslant 3$的解集为________.

【答案】$(-3-2\sqrt{2},\ -3+2\sqrt{2})\cup\{1\}$

【解析】由$\log_2\left(x+\frac{1}{x}+6\right)\leqslant 3$可得$0<x+\frac{1}{x}+6\leqslant 8$，

由$x+\frac{1}{x}+6>0$可解得$x\in(-3-2\sqrt{2},\ -3+2\sqrt{2})\cup(0,\ +\infty)$;

由$x+\frac{1}{x}+6\leqslant 8$可解得$x\in(-\infty,\ 0)\cup\{1\}$.

综上可得不等式$\log_2\left(x+\frac{1}{x}+6\right)\leqslant 3$的解集为$(-3-2\sqrt{2},\ -3+2\sqrt{2})\cup\{1\}$.

24. (2006–重庆–理–15) 设 $a>0$，$a\neq 1$，函数 $f(x)=a^{\lg(x^2-2x+3)}$ 有最大值，则不等式 $\log_a(x^2-5x+7)>0$ 的解集为________.

【答案】$2<x<3$

【解析】由于$f(x)$有最大值，故$0<a<1$，所以原不等式转化为$0<x^2-5x+7<1$，又因为$x^2-5x+7=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$恒成立，故只需$1>x^2-5x+7$成立即可，解之得$2<x<3$.

25. (2006–北京–文–5) 已知 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-4a, & x<1\\ \log_a x & x\geqslant 1\end{cases}$ 是 $(-\infty,\ +\infty)$ 上的增函数，那么 a 的取值范围是（　　）

A. $(1,\ +\infty)$　　B. $(-\infty,\ 3)$

C. $\left(\frac{3}{5},\ 3\right)$　　D. $(1,\ 3)$

【答案】D

【解析】(1) 由于$x\geqslant 1$时$f(x)=\log_a x$递增，故 $a>1$; (2) $f(x)=(3-a)x-4a$递增，故$3-a>0$，$a<3$；要同时满足 (1) (2) 两个条件，则$1<a<3$，故选D.

26. (2006–北京–理–5) 已知 $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, & x<1\\ \log_a x & x\geqslant 1\end{cases}$ 是 $(-\infty,\ +\infty)$ 上的减函数，那么 a 的取值范围是（　　）

A. $(0,\ 1)$　　B. $\left(0,\ \frac{1}{3}\right)$

C. $\left[\frac{1}{7},\ \frac{1}{7}\right)$　　D. $\left[\frac{1}{7},\ 1\right)$

【答案】C

【解析】$\because x\geqslant 1$时，$f(x)=\log_a x$单调递减，$\therefore 0<a<1$. $x<1$时，$f(x)=(3a-1)x+4a$单调递减，故$a<\frac{1}{3}$，又函数在定义域上连续，故当$x=1$时，$(3a-1)x+4a>\log_a x$，得$a>\frac{1}{7}$，故$\frac{1}{7}<a<\frac{1}{3}$.

27. (2006–湖北–4) 设 $f(x)=\lg\frac{2+x}{2-x}$，则$f\left(\frac{x}{2}\right)+f\left(\frac{2}{x}\right)$ 的定义域为（　　）

A. $(-4,\ 0)\cup(0,\ 4)$

B. $(-4,\ -1)\cup(1,\ 4)$

C. $(-2,\ -1)\cup(1,\ 2)$

D. $(-4,\ -2)\cup(2,\ 4)$

【答案】B

【解析】显然原函数 $f(x)=\lg\frac{2+x}{2-x}$中，真数$\frac{2+x}{2-x}>0$，可得$-2<x<2$. 对于函数$f\left(\frac{x}{2}\right)+f\left(\frac{2}{x}\right)$

来讲，有定义只需满足 $\begin{cases}-2<\dfrac{x}{2}<2\\ -2<\dfrac{2}{x}<2\end{cases}$，得 $\begin{cases}-4<x<4\\ x>1\text{或}x<-1\end{cases}$. 故函数 $f\left(\dfrac{x}{2}\right)+f\left(\dfrac{2}{x}\right)$ 的定义域为 $(-4,-1)\cup(1,4)$，故选B.

28. (2006-安徽-15) 函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$，若 $f(1)=-5$，则 $f(f(5))=$________.

【答案】$-\dfrac{1}{5}$.

【解析】考查抽象函数的性质. 显然由 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}\Rightarrow f(x+4)=f(x)$，说明函数的周期为4，$f(f(5))=f(f(1))=f(-5)=f(-1)=f(3)=f(1+2)=\dfrac{1}{f(1)}=-\dfrac{1}{5}$.

29. (2006-全国Ⅱ-理-12) 函数 $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{19}|x-n|$ 的最小值为（　　）

A. 190　　B. 171

C. 90　　D. 45

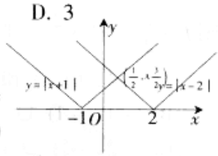
【答案】C

【解析】通过对函数取值进行分段不难发现当 $x=10$ 时，函数取值最小为90，选C.

30. (2006-浙江-12) 对 $a, b\in R$，记 $\max\{a, b\}=\begin{cases}a, & a\geqslant b\\ b, & a<b\end{cases}$. 函数 $f(x)=\max\{|x+1|, |x-2|\}\ (x\in R)$ 最小值是（　　）

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 3

【答案】C



【解析】函数 $f(x)=\max\{|x+1|, |x-2|\}\ (x\in R)$ 的图象如右图所示，由图象可得，其最小值为 $\dfrac{3}{2}$.

评析：本题考查了绝对值函数图象，考查了数形结合思想的应用.

31. (2006-全国Ⅰ-文-13) 已知函数 $f(x)=a-\dfrac{1}{2^x+1}$，若 $f(x)$ 为奇函数，则 $a=$________.

【答案】$\dfrac{1}{2}$

【解析】由题意得：$f(-x)=-f(x)$，即 $a-\dfrac{1}{2^{-x}+1}=-a+\dfrac{1}{2^x+1}$，求得 $a=\dfrac{1}{2}$.

32. (2006-北京-理-6) 在下列四个函数中，满足性质："对于区间 $(1, 2)$ 上的任意 $x_1, x_2\ (x_1\neq x_2)$，$|f(x_2)-f(x_1)|<|x_2-x_1|$ 恒成立"的只有（　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　B. $f(x)=|x|$

C. $f(x)=2^x$　　D. $f(x)=x^2$

【答案】A

【解析】不防设 $2>x_1>x_2>1$，则 $x_1x_2>1$，当 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 时，$|f(x_1)-f(x_2)|=\left|\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{x_2}\right|=\left|\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}\right|<|x_2-x_1|$，故选A.

33. (2006-全国Ⅱ-理-8) 函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $g(x)=\log_2 x\ (x>0)$ 的图象关于原点对称，则 $f(x)$ 的表达式为（　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{\log_2 x}\quad(x>0)$

B. $f(x)=\dfrac{1}{\log_2(-x)}\quad(x>0)$

C. $f(x)=-\log_2 x\ (x>0)$

D. $f(x)=-\log_2(-x)\quad(x<0)$

【答案】D

【解析】关于原点对称的两个曲线只需要在 x，y 的前面都加上负号，从而可得 $f(x)=-\log_2(-x)$ 其中 $x<0$. 选D.

34. (2006-天津-理-10) 已知函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=a^x\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，记 $g(x)=f(x)[f(x)+f(2)-1]$. 若 $y=g(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{1}{2}, 2\right]$ 上是增函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(2, +\infty)$

B. $(0, 1)\cup(1, 2)$

C. $\left(\dfrac{1}{2}, 1\right)$

D. $\left(0, \dfrac{1}{2}\right]$

【答案】D

【解析】由题意得 $f(x)=\log_a x=\dfrac{\ln x}{\ln a}$,

则 $g(x)=f(x)\ [f(x)+f(2)-1]$

$=\left(\dfrac{\ln x}{\ln a}\right)^2+\left(\dfrac{\ln 2}{\ln a}-1\right)\cdot\dfrac{\ln x}{\ln a}$,

$\therefore g'(x)=\dfrac{1}{\ln^2 a}\left[2\ln x\cdot\dfrac{1}{x}+\left(\dfrac{\ln 2-\ln a}{x}\right)\right]$.

(1) 当 $a>1$ 时,$g'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{2\ln\frac{1}{2}}{\ln^2 a\cdot\frac{1}{2}}+\left(\dfrac{\ln 2-\ln a}{\ln 2a}\right)\cdot\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\geqslant 0$,

即 $\ln a\leqslant\ln\dfrac{1}{2}$ 即 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$,无解.

(2) 当 $0<a<1$ 时,$g'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{2\ln\frac{1}{2}}{\ln^2 a\cdot\frac{1}{2}}+\left(\dfrac{\ln 2-\ln a}{\ln 2a}\right)\cdot\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\geqslant 0$,

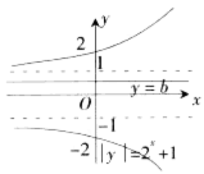
即 $\ln a\leqslant\ln\dfrac{1}{2}$,即 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$,则 $0<a\leqslant\dfrac{1}{2}$,

综上所述:a 的取值范围为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$,故选D.

35. (2006-上海-文-11) 若曲线 $|y|=2^x+1$ 与直线 $y=b$ 没有公共点,则 b 的取值范围是________.

【答案】$[-1,1]$

【解析】曲线 $|y|=2^x+1$ 图象如图所示,由图象可得 $|y|=2^x+1$ 与直线 $y=b$ 没有公共点,则 b 应满足的条件是 $b\in[-1,1]$.



评析:本题考查了圆锥曲线的轨迹作图及数形结合法解题的数学思想.

36. (2006-陕西-理-10) 已知函数 $f(x)=ax^2+2ax+4\ (0<a<3)$,若 $x_1<x_2$,$x_1+x_2=1-a$,则( )

A. $f(x_1)<f(x_2)$

B. $f(x_1)>f(x_2)$

C. $f(x_1)=f(x_2)$

D. $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 的大小不能确定

【答案】B

【解析】$f(x_1)-f(x_2)=ax_1^2+2ax_1+4-(ax_2^2+2ax_2+4)=a(x_1+x_2)(x_1-x_2)+2a(x_1-x_2)=[a(1-a)+2a](x_1-x_2)=a(3-a)(x_1-x_2)$

又$\because 0<a<3$,$x_1<x_2$,

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$,故选B.

37. (2006-山东-1) 定义集合运算:$A\odot B=\{z\mid z=xy(x+y),\ x\in A,\ y\in B\}$,设集合 $A=\{0,1\}$,$B=\{2,3\}$,则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为( )

A. 0 B. 6 C. 12 D. 18

【答案】D

【解析】由题意分析:(1) $x=0$,$y=2$,则 $z=xy(x+y)=0$;

(2) $x=0$,$y=3$,则 $z=xy(x+y)=0$;

(3) $x=1$,$y=2$,则 $z=xy(x+y)=2\times 3=6$;

(4) $x=1$,$y=3$,则 $z=xy(x+y)=3\times 4=12$.

综上所述,集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为:$0+0+6+12=18$,故选D.

38. (2005-全国-Ⅱ-理-9) 已知集合 $M=\{x|x^2-3x-28\leqslant 0\}$,$N=\{x|x^2-x-6>0\}$,则 $M\cap N$ 为( )

A. $\{x|-4\leqslant x<-2$ 或 $3<x\leqslant 7\}$

B. $\{x|-4<x\leqslant -2$ 或 $3\leqslant x<7\}$

C. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x<3\}$

D. $\{x|x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$

【答案】A

【解析】$M=\{x|x^2-3x-28\leqslant 0\}=\{x|-4\leqslant x\leqslant 7\}$,$N=\{x|(x-3)(x+2)>0\}=\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$,所以 $M\cap N=\{x|-4\leqslant x<-2$ 或 $3<x\leqslant 7\}$,故选A.

39. (2005-湖南-理-8) 设集合 $A=\left\{x\left|\dfrac{x-1}{x+1}<0\right.\right\}$,$B=\{x\,\|\,x-b|<a\}$. 若"$a=1$""$A\cap B\neq\phi$"的充分条件,则 b 的取值范围是( )

A. $-2<b<2$

B. $0<b<2$

C. $-3<b<-1$

D. $-1\leqslant b<2$

【答案】D

【解析】由题意得:$A=\{x|-1<x<1\}$,$B=$

$\{x|b-a<x<a+b\}$，

由“$a=1$”是“$A\cap B\neq\phi$”的充分条件，得 A：$-1<x<1$与B：$b-1<x<1+b$交集不为空. 所以$-2<b<2$.

检验知：$-1\leqslant b<2$能使$A\cap B\neq\phi$，故选D.

40.（2005-江苏-16）若 $3^a=0.618$，$a\in(k,k+1)$，$k\in Z$，则 $k=$________.

【答案】-1

【解析】分析指数函数$y=3^x$的图象，函数值为0.618时$x\in[-1,0)$上，与$3^a=0.618$，$a\in[k,k+1)$比较得：$k=-1$.

41.（2005-江西-10）已知实数 a、b 满足等式 $(\frac{1}{2})^a=(\frac{1}{3})^b$，下列五个关系式：

①$0<b<a$　②$a<b<0$　③$0<a<b$　④$b<a<0$　⑤$a=b$

其中不可能成立的关系式有（　）

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

【答案】B

【解析】由已知得$2^a=3^b$，在同一坐标系中，作出$y=2^x$，$y=3^x$的图象，当纵坐标相等时，可以得到相应横坐标的大小关系，而发现③④不可能成立.

42.（2005-辽宁-6）若 $\log_{2a}\frac{1+a^2}{1+a}<0$，则 a 的取值范围是（　）

A. $\left(\frac{1}{2},\infty\right)$　　B. $(1,\infty)$

C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

【答案】C

【解析】由$\log_{2a}\frac{1+a^2}{1+a}<0=\log_{2a}1$，若$2a>1$则$0<\frac{1+a^2}{1+a}<1$，解得$\frac{1}{2}<a<1$；若$2a<1$则$\frac{1+a^2}{1+a}>1$，无解. 故选C.

43.（2005-江苏-17）已知 a，b 为常数，若 $f(x)=x^2+4x+3$，$f(ax+b)=x^2+10x+24$，则 $5a-b=$________.

【答案】2

【解析】由$f(x)=x^2+4x+3$，$f(ax+b)=x^2+10x+24$，

得：$(ax+b)^2+4(ax+b)+3=x^2+10x+24$，

即$a^2x^2+2abx+b^2+4ax+4b+3=x^2+10x+24$，

比较系数得：$\begin{cases}a^2=1,\\2ab+4a=10\\b^2+4b+3=24.\end{cases}$

求得：$a=-1$，$b=-7$或$a=1$，$b=3$，则$5a-b=2$.

44.（2005-全国Ⅰ-9）设 $0<a<1$，函数 $f(x)=\log_a(a^{2x}-2a^x-2)$，则使 $f(x)<0$ 的 x 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,0)$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(-\infty,\log_a3)$　　D. $(\log_a3,+\infty)$

【答案】C

【解析】由于$0<a<1$且$\log_a(a^{2x}-2a^x-2)<0$有$a^{2x}-2a^x-2>1$，于是$a^x>3$或$a^x<-1$（舍），所以$x<\log_a3$，故选C. 本题易错选为D，其原因在于解$a^x>3$时没有考虑到a的范围及其指数函数的单调性.

45.（2005-江西-13）若函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+2a^2})$ 是奇函数，则 $a=$________.

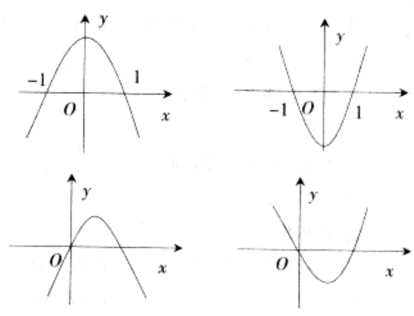
【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】由已知得：$f(-x)=-f(x)$恒成立，将$f(-x)$变形后与$-f(x)$比较可得a满足条件，从中解出a.

$f(x)+f(-x)=0$，即$\log_a(\sqrt{x^2+2a^2}+x)+\log_a(\sqrt{x^2+2a^2}-x)=0$，$2a^2=1$，$a^2=\frac{1}{2}$.

$\therefore a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍负）.

46.（2005-全国Ⅰ-理-8）设 $b>-8$，二次函数 $y=ax^2+bx+a^2-1$ 的图象为下列之一，则 a 的值为（　）



A. 1　　B. -1

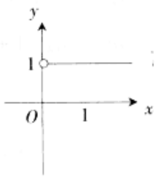
C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

【答案】B

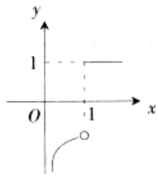
【解析】若$a=1$，则$y=x^2+bx$，其图象过原点，且开口向上，对称轴$x=-\dfrac{b}{2}<0$，显然，所给的图象中没有一个满足条件，所以排除A.

若$a=-1$，则$y=-x^2+bx$，则其图象过原点且开口向下，对称轴$x=\dfrac{b}{2}>0$，显然图 (3) 满足．故选B.

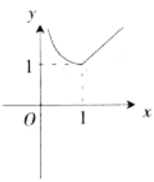
47. (2005–湖北–4) 函数$y=e^{|\ln x|}-|x-1|$的图象大致是（　　）



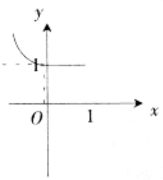
A



B



C



D

【答案】D

【解析】 (1) 当$x\geqslant 1$时，$y=e^{\ln x}-(x-1)=1$；

(2) 当$0<x<1$时，函数转化为：$y=\dfrac{1}{x}+x-1$.

综合(1)(2)画出简图，如图D，故选D.

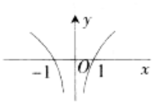
48. (2005–上海–理–16) 设定义域为R的函数$f(x)=\begin{cases}|\lg|x-1||, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$，则关于$x$的方程$f^2(x)+bf(x)+c=0$有7个不同实数解的充要条件是（　　）

A. $b>0$且$c>0$　　　B. $b>0$且$c<0$

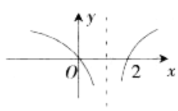
C. $b<0$且$c=0$　　　D. $b\geqslant 0$且$c=0$

【答案】C

【解析】$|\lg|x||$图象为 (1)，则$|\lg|x-1||$的图象为 (2)

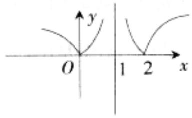


(1)

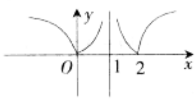


(2)

$\therefore |\lg|x-1||$的图象为 (3)，故$f(x)$的图象为 (4)．



(3)



(4)

要使$f^2(x)+bf(x)+c=0$有7个不同的实数解，则上式有一零根一正根．当$f(x)=0$时，得$c=0$.

又$\because$两根之和大于0，则$-b>0$，$\therefore b<0$，故选C.

49. (2005–天津–理–16) 设$f(x)$是定义在R上的奇函数，且$y=f(x)$的图象关于直线$\dfrac{1}{2}$对称，则$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=$________.

【答案】0

【解析】由条件可得$f(x)=f(1-x)$，所以$f(1)=f(0)=0$，$f(2)=f(-1)=-f(1)=0$，同理$f(3)=0$，$f(4)=0$，$f(5)=0$，故其和为0.

50. (2005–辽宁–10) 已知$y=f(x)$是定义在R上的单调函数，实数$x_1\neq x_2$，$\lambda\neq -1$，$\alpha=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$，$\beta=\dfrac{x_2+\lambda x_1}{1+\lambda}$，若$|f(x_1)-f(x_2)|<|f(\alpha)-f(\beta)|$，则（　　）

A. $\lambda<0$　　　B. $\lambda=0$

C. $0<\lambda<1$　　　D. $\lambda\geqslant 1$

【答案】A

【解析】由$\alpha=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$，$\beta=\dfrac{x_2+\lambda x_1}{1+\lambda}$联想到定比分点公式，从而想到内分外分问题．若$\lambda=0$则$\alpha=x_1$，$\beta=x_2$，$\therefore f(\alpha)-f(\beta)=f(x_1)-f(x_2)$不合题意，舍去．若$\lambda>0$则内分，所以$x_1<\alpha<x_2$，$x_1<\beta<x_2$，若$f(x)$单调递增，则$f(x_1)<f(\alpha)<f(x_2)$，$f(x_1)<f(\beta)<f(x_2)$，故$f(x_1)-f(x_2)<f(\alpha)-f(\beta)<f(x_2)-f(x_1)$即$|f(x_1)-f(x_2)|>|f(\alpha)-f(\beta)|$，不合题意，舍去．故只能$\lambda<0$.

51. (2005–辽宁–7) 在R上定义运算$\otimes$:$x\otimes y=x(1-y)$．若不等式$(x-a)\otimes(x+a)<1$对任意实数成立，则（　　）

A. $-1<a<1$　　　B. $0<a<2$

C. $-\dfrac{1}{2}<a<\dfrac{2}{3}$　　　D. $-\dfrac{3}{2}<a<\dfrac{1}{2}$

【答案】C

【解析】应用新运算，可得$(x-a)\otimes(x+a)$

$=(x-a)\ [1-(x+a)]\ =-x^2+x-a+a^2<1$恒成立，即$x^2-x+a-a^2+1>0$恒成立. 则$\Delta=1-4a+4a^2-4=4a^2-4a-3=(2a-3)(2a+1)<0$解得$-\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2}$.

52. (2005–北京–14) 已知n次多项式$P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$.

如果在一种算法中，计算x_0^k ($k=2, 3, 4, \cdots, n$) 的值需要$k-1$次乘法，计算$P_3(x_0)$的值共需要6次运算（次乘法，次加法），那么计算$P_{10}(x_0)$(或$P_n(x_0)$) 的值共需要________次运算.

下面给出一种减少运算次数的算法：$P_0(x)=a_0$，$P_{k+1}(x)=xP_k(x)+a_{k+1}$ ($k=0, 1, 2, 3, 4, \cdots, n-1$). 利用该算法，计算$P_3(x_0)$的值共需要6次运算，计算$P_{10}(x_0)$ (或$P_n(x_0)$) 的值共需要________次运算.

【答案】 $\frac{n(n+3)}{2}$ $2n$

【解析】 (1) $\because P_3(x_0)=a_0x_0^3+a_1x_0^2+a_2x_0+a_3$，则$x_0^k$需$k-1$次乘法，而$P_3(x_0)$共需6次乘法3次加法，$\therefore a_0x_0^3$有3次乘法，$a_1x_0^2$有2次乘法，$a_2x_0$有1次乘法，即$a_kx_0^{n-k}$共有$(n-k)$次乘法，而$P_n(x_0)=a_0x_0^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_kx_0^{n-k}+\cdots+a_n$共有运算$n+n-1+\cdots+n-k+\cdots+1+n=\frac{n(n+1)}{2}+n=\frac{n(n+3)}{2}$.

(2) $\because P_3(x_0)=x_0P_2(x_0)+a_3=x_0[x_0P_1(x_0)+a_2]+a_3$

$=x_0^2P_1(x_0)+a_2x_0+a_3=x_0^2[x_0P_0(x)+a_1]+a_2x_0+a_3$

$=x_0^3P_0(x)+a_0x_0^2+a_2x+a_3$

$=a_0x_0^3+a_1x_0^2+a_2x+a_3$.

同理$P_n(x_0)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$.

$\because P_3(x_0)$需6次运算，$\therefore$可推得$P_n(x_0)$需$2n$次运算.

53. (2004–辽宁–2) 对于$0<a<1$，给出下列四个不等式

① $\log_a(1+a)<\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$

② $\log_a(1+a)>\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$

③ $a^{1+a}<a^{1+\frac{1}{a}}$

④ $a^{1+a}>a^{1+\frac{1}{a}}$

其中成立的是（　　）

A. ①与③　　B. ①与④

C. ②与③　　D. ②与④

【答案】 D

【解析】 本题考查对数函数的性质. 由$0<a<1\Rightarrow a<\frac{1}{a}\Rightarrow 1+a<1+\frac{1}{a}$，$\therefore \log_a(1+a)>\log_a\left(1+\frac{1}{a}\right)$，$a^{1+a}>a^{1-\frac{1}{a}}$，则②④正确.

54. (2004–湖北–理–3) 已知$f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$，则$f(x)$的解析式可取为（　　）

A. $\frac{x}{x^2}$　　B. $\frac{2x}{1+x^2}$

C. $\frac{2x}{1+x^2}$　　D. $-\frac{x}{1+x^2}$

【答案】 C

【解析】 本题考查函数的基本运算. 由$f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$，令$\frac{1-x}{1+x}=t\Rightarrow x=\frac{2}{t+1}-1$

$$\Rightarrow f(t)=\frac{1-\left(\frac{2}{t+1}-1\right)^2}{1+\left(\frac{2}{t+1}-1\right)^2}=\frac{2t}{t^2+1}$$，故选C.

55. (2004–浙江–理–13) 已知$f(x)=\begin{cases}1 & (x\geq 0)\\ -1 & (x<0)\end{cases}$，则不等式$x+(x+2)\cdot f(x+2)\geq 5$的解集是________.

【答案】 $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

【解析】 本题考查用分类讨论的思想解不等式. ⅰ）当$x+2\geq 0$时，即$x\geq -2$，原不等式等价于$x+(x+2)\cdot 1\leq 5\Rightarrow x\leq\frac{3}{2}$，则$-2\leq x\leq\frac{3}{2}$；ⅱ）当$x+2<0$时，即$x<-2$，原不等式等价于$x+(x+2)\cdot$