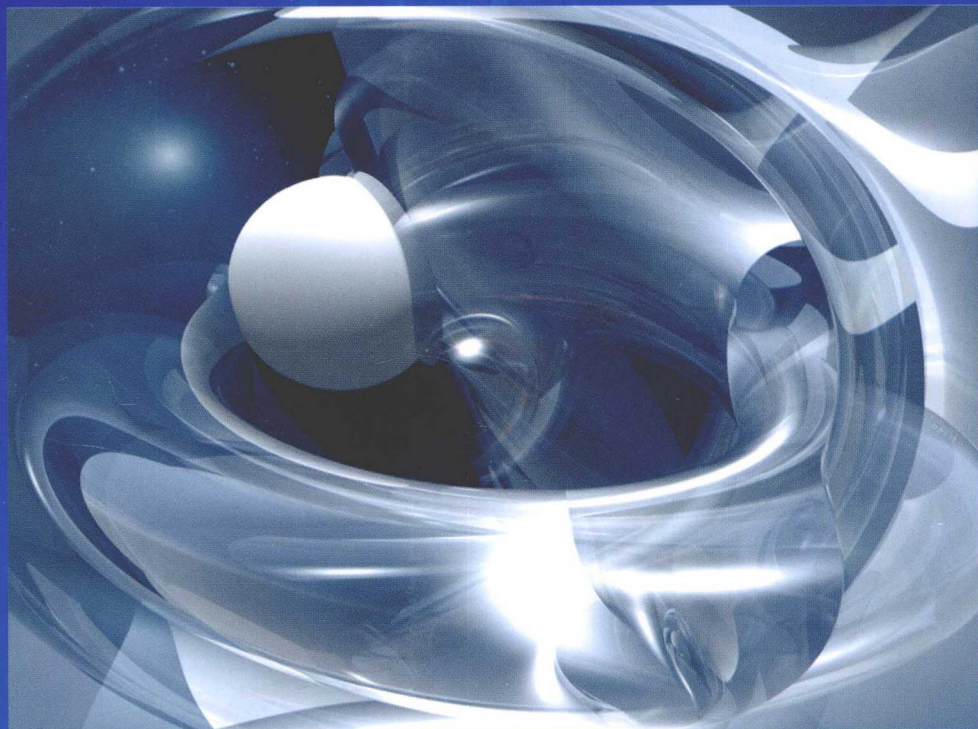




普通高等教育“十一五”国家级规划教材



计算结构力学

朱慈勉 吴宇清 主编



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

计算结构力学

朱慈勉 吴宇清 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书主要介绍杆系结构矩阵分析的基本原理、结构分析程序的设计方法以及计算程序的实际应用等三方面的内容,旨在使读者学会结构的计算机分析。全书共分7章,分别介绍杆系结构静力分析的矩阵方法和动力、稳定性和非线性分析的有限单元法;平面桁架、平面刚架静力分析和刚架动力、稳定性分析程序的设计与应用以及结构非线性分析程序的设计方法等。书中配有上机实习指导材料,各章均有丰富的例题和习题。

本书可作为高等工业院校工程结构类和力学类专业“计算结构力学”课程的教学用书,也可供有关专业工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算结构力学/朱慈勉,吴宇清主编. —北京:科学出版社,2008
ISBN 978-7-03-022702-7

I. 计… II. ①朱… ②吴… III. 计算力学:结构力学 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 119133 号

责任编辑:童安齐 王晶晶 / 责任校对:赵燕
责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

装文印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 8 月第 一 版 开本:787×1092 1/16
2009 年 8 月第一次印刷 印张:28
印数:1—2 500 字数:640 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026(HA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

前 言

现代工程技术的日益进步和电子计算机的飞速发展对结构分析的理念与方法产生了深远的影响。一方面,大型工程结构在各种复杂因素作用下的分析要求强化结构力学基本概念的综合运用和概念设计的理念;另一方面,运算能力的剧增要求发展与之相适应的结构分析理论和方法,这就促进了传统结构力学向概念结构力学和计算结构力学两个方向的纵深发展。发展的形势要求结构工程师和研究人员必须具备熟练地运用计算机进行结构分析的能力。“计算结构力学”的发展正是适应了这种需要,它已成为高等工业院校工程结构类和力学类专业学生的必修课程。

本书是笔者二十多年来在同济大学从事这门课程教学所用教材的基础上写成的。书中主要包括三方面的内容:一是杆系结构矩阵分析的原理,包括结构静力分析的矩阵方法和动力、稳定性和非线性分析的有限单元法;二是结构分析程序的设计原理与应用软件,包括平面桁架、平面刚架静力分析和刚架动力、稳定性分析程序的设计与应用软件,以及结构非线性分析程序的设计原理;三是结合微型计算机介绍上述结构计算程序的工程应用。

本书将上述三方面的内容有机地结合起来,使读者能较快地学以致用。在基础理论部分,书中十分强调正确物理概念的树立与灵活运用,例题和习题具有一定深度和启发性,旨在使读者切实地掌握并能熟练地运用基本概念。本书所介绍的结构分析程序是一个完整的系统,各个程序之间既是独立的又具有内在的联系。书中各程序分别采用了 FORTRAN95 和 C++ 两种语言,程序的格式统一,许多子程序互相通用,这就使读者能在短期内系统地掌握一整套实用的结构计算程序,并可在工程实践和理论研究中加以应用。程序的设计考虑了通用性,因此很容易稍作改编后即可用于空间问题和各种连续体的有限元分析。

为了方便教学工作和读者自学,本书中程序的解释详尽,各章均有丰富的例题和习题,并给出了习题的部分答案或提示,此外还编写了上机实习材料。本书可作为高等工业院校工程结构类和力学类专业“计算结构力学”相关课程的教学用书,也可以作为专业工程技术人员、研究生、大学教师以及有关研究人员的参考书。此外,本书在内容组织上还为暂时仅着眼于计算程序之工程应用的读者提供了方便。

学习本书要求读者具备结构力学、计算机语言和矩阵代数方面的基础知

主要符号表

A	面积
b	荷载影响矩阵
B	杆端力转换矩阵、应变矩阵
B^e	单元杆端力转换矩阵
$\bar{B}$	增量应变矩阵
c	支座广义位移
c	位移变换矩阵、单元阻尼矩阵
C	结构阻尼矩阵
e	收敛精度限值
E	弹性模量
F	结点荷载向量
F_P	集中荷载
F^0	结点力向量
F_P	广义荷载向量
F_{Per}	临界荷载
F_d	等效结点荷载向量
$\bar{F}^e$	局部坐标系中的单元杆端力向量
F^e	整体坐标系中的单元杆端力向量
i	弯曲线刚度
I	横截面惯性矩
k	刚度系数
k_θ	弹簧的转动刚度系数
$\bar{k}^e$	局部坐标系中的单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系中的单元刚度矩阵
k_σ	单元初应力或几何刚度矩阵
k_L	单元初位移或大位移刚度矩阵
k_T	单元切线刚度矩阵
k	结构刚度矩阵
K^0	总刚度矩阵
K_σ	结构初应力或几何刚度矩阵
K_L	结构初位移或大位移刚度矩阵
K_T	结构切线刚度矩阵
m	质量
m	单元质量矩阵

M	力矩、力偶矩、弯矩、总刚度矩阵的带宽
M	结构质量矩阵
MS	总刚度矩阵的半带宽
N	形函数矩阵
q	均布荷载集度
q	侧向分布荷载向量
Q	特征向量矩阵
R	正交变换矩阵
t	时间、温度变化
T	坐标转换矩阵
u	x 方向位移
v	y 方向位移、挠度、速度
V	体积
w	单元位移向量
W	功
X	多余约束中的未知力向量、特征向量
α	单元方位角、材料线膨胀系数、截面形状系数
Δ	未知广义位移
Δ	未知结点位移向量
Δ^0	结点原始位移向量
$\bar{\Delta}^e$	局部坐标系中的单元杆端位移向量
Δ^e	整体坐标系中的单元杆端位移向量
δ	柔度矩阵
δ^x	单元柔度矩阵
ε	应变
ε	应变向量
ε^0	初应变向量
θ	截面转角
ρ	材料密度
σ	应力向量
σ^0	初应力向量
ω	自振频率(圆频率)
ω	频率向量

目 录

前言

主要符号表	xi
-------------	----

第 1 章 绪论	1
----------------	---

第 2 章 结构静力分析的矩阵方法	3
-------------------------	---

2.1 概述	3
2.2 矩阵位移法的基本原理	3
2.3 单元刚度矩阵	6
2.3.1 桁架单元的刚度矩阵	7
2.3.2 刚架单元的刚度矩阵	10
2.3.3 单元刚度矩阵的性质与特点	13
2.4 直接刚度法	14
2.5 直接刚度法的计算机处理	25
2.5.1 总刚度矩阵的计算机存储	26
2.5.2 位移边界条件的处理	28
2.6 直接刚度法的另一种形式——先处理法	29
2.7 等效结点荷载	41
2.8 子结构法	47
2.9 矩阵力法的基本原理	50
习题	60

第 3 章 平面桁架静力分析程序设计与应用	64
-----------------------------	----

3.1 概述	64
3.2 平面桁架静力分析主程序	64
3.3 平面桁架静力分析子程序及其功能	69
3.3.1 子程序 INPUT(X,Y,NCO,PROP,AL,IB,REAC)	70
3.3.2 子程序 ASSEM(X,Y,NCO,PROP,TK,ELST,AL)	75
3.3.3 子程序 STIFF(NEL,X,Y,PROP,NCO,ELST,AL)	79
3.3.4 子程序 ELASS(NEL,NCO,TM,ELMAT)	81
3.3.5 子程序 BOUND(TK,AL,REAC,IB)	86
3.3.6 子程序 SLBSI(A,B,D,N,MS,NX,MX)	91
3.3.7 子程序 FORCE(NCO,PROP,FORC,REAC,X,Y,AL)	97

3.3.8 子程序 OUTPT(AL, FORC, REAC)	99
3.4 平面桁架静力分析程序的应用	102
习题	114
第4章 平面刚架静力分析程序设计与应用	117
4.1 概述	117
4.2 平面刚架静力分析主程序	117
4.3 平面刚架静力分析子程序及其功能	121
4.3.1 子程序 INPUT(X, Y, NCO, PROP, AL, IB, REAC)	122
4.3.2 子程序 STIFF(NEL, X, Y, PROP, NCO, ELST, AL)	126
4.3.3 子程序 BTAB3(A, B, V, N, NX)	131
4.3.4 子程序 FORCE(NCO, PROP, FORC, REAC, X, Y, AL)	134
4.3.5 子程序 OUTPT(NCO, AL, FORC, REAC)	139
4.4 平面刚架静力分析程序的应用	142
习题	153
第5章 结构动力分析和程序设计与应用	155
5.1 概述	155
5.2 结构动力分析的有限单元法	155
5.3 用虚功原理推导单元刚度矩阵	160
5.3.1 用结点位移表达单元的位移模式	160
5.3.2 用结点位移表达单元的应变和应力	162
5.3.3 由虚功原理导出刚架单元的刚度矩阵	163
5.4 用虚功原理推导等效结点荷载	164
5.5 刚架单元的质量矩阵	166
5.6 结构动力分析有限单元法示例	168
5.7 求解特征值问题的雅可比法	171
5.8 平面刚架动力分析程序概述	175
5.9 平面刚架动力分析主程序	176
5.10 平面刚架动力分析子程序及其功能	180
5.10.1 子程序 INPUT(X, Y, NCO, PROP, IUNK)	181
5.10.2 子程序 ASSEM(X, Y, NCO, PROP, TK, TM, ELST, ELMA, IUNK)	186
5.10.3 子程序 EMASS(NEL, X, Y, PROP, NCO, ELMA)	188
5.10.4 子程序 ELASS(NEL, NCO, IUNK, ELST, ELMA, TK, TM)	192
5.10.5 子程序 EIGG(A, B, H, V, ERR, N, NX)	195
5.10.6 子程序 DECOG(A, N, NX)	197
5.10.7 子程序 INVCH(S, A, N, NX)	201
5.10.8 子程序 JACOB(A, V, ERR, N, NX)	204

5.10.9 子程序 MATMB(A,B,V,N,NX)	210
5.10.10 子程序 OUTPT(TK,TM)	211
5.11 平面刚架动力分析程序的应用	213
习题	223
第6章 结构稳定性分析和程序设计与应用	225
6.1 概述	225
6.2 结构稳定性分析的有限单元法	226
6.3 单元初应力矩阵	228
6.4 结构稳定性分析有限单元法示例	229
6.5 平面刚架稳定性分析程序概述	232
6.6 平面刚架稳定性分析主程序	232
6.7 平面刚架稳定性分析子程序及其功能	236
6.7.1 子程序 INPUT(X,Y,NCO,PROP,IUNK,ALP)	236
6.7.2 子程序 ASSEM(X,Y,NCO,PROP,TK,TM,ELST,ELGE,IUNK,ALP)	241
6.7.3 子程序 EGEOM(NEL,X,Y,ALP,NCO,ELGE)	243
6.7.4 子程序 ELASS(NEL,NCO,IUNK,ELST,ELGE,TK,TM,ALP)	247
6.7.5 子程序 OUTPT(TK,TM)	249
6.8 平面刚架稳定性分析程序的应用	252
习题	259
第7章 结构非线性分析和程序设计	261
7.1 概述	261
7.2 结构几何非线性分析的有限单元法	262
7.2.1 带有流动坐标的迭代法	262
7.2.2 总体的拉格朗日(Lagrange)列式法	265
7.3 单元的切线刚度矩阵	268
7.3.1 桁架单元的切线刚度矩阵	268
7.3.2 刚架单元的切线刚度矩阵	271
7.4 非线性方程的求解	274
7.4.1 直接求解法	274
7.4.2 简单增量法	275
7.4.3 自校正增量法	276
7.4.4 牛顿-拉夫森(Newton-Raphson)法	276
7.5 结构的塑性分析	281
7.6 结构非线性分析程序设计	288
习题	289

附录 I 上机实习资料	290
实习 1 平面桁架静力分析程序的应用	290
1.1 实习目的与要求	290
1.2 操作提示	290
1.3 计算模型与数据填写	290
实习 2 用乘大数法处理位移边界条件程序设计	291
2.1 实习目的与要求	291
2.2 操作提示	292
2.3 源程序修改提示	292
实习 3 平面刚架静力分析程序的应用	292
3.1 实习目的与要求	292
3.2 操作提示	293
3.3 计算模型与数据填写	293
实习 4 有结间荷载作用时刚架分析程序的设计	293
4.1 实习目的与要求	293
4.2 操作提示	294
4.3 源程序修改提示	294
实习 5 平面刚架动力分析程序的应用	296
5.1 实习目的与要求	296
5.2 操作提示	297
5.3 计算模型与数据填写	297
实习 6 平面刚架稳定性分析程序的应用	297
6.1 实习目的与要求	297
6.2 操作提示	297
6.3 计算模型与数据填写	298
附录 II 结构计算程序	299
程序 1 平面桁架静力分析程序(FORTRAN 95,C++)	299
程序 2 平面刚架静力分析程序(FORTRAN 95,C++)	323
程序 3 平面刚架动力分析程序(FORTRAN 95,C++)	356
程序 4 平面刚架稳定性分析程序(FORTRAN 95,C++)	389
附录 III 习题部分答案或提示	423
附录 IV 索引	426
主要参考文献	432

CONTENTS

Preface

Main Symbol List	xi
Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Matrix Method for Structural Static Analysis	3
2.1 Brief Description	3
2.2 Basic Principles of Matrix Displacement Method	3
2.3 Elemental Stiffness Matrix	6
2.4 Direct Stiffness Method	14
2.5 Program Techniques for Direct Stiffness Method	25
2.6 The Alternative Technique of Direct Stiffness Method—— Pretreatment Method	29
2.7 Equivalent Nodal Loads	41
2.8 Substructure Method	47
2.9 Basic Concepts of Matrix Force Method	50
Exercises	60
Chapter 3 Programming and Application of Plane Truss Static Analysis	64
3.1 Brief Description	64
3.2 The Main Program of Plane Truss Static Analysis	64
3.3 Subroutines and Their Functions of Plane Truss Static Analysis	69
3.4 Applications of Plane Truss Static Analytical Program	102
Exercises	114
Chapter 4 Programming and Application of Plane Frame Static Analysis	117
4.1 Brief Description	117
4.2 The Main Program of Plane Frame Static Analysis	117
4.3 Subroutines and Their Functions of Plane Frame Static Analysis	121
4.4 Applications of Plane Frame Static Analytical Program	142
Exercises	153
Chapter 5 Programming and Application of Structural Dynamic Analysis	155
5.1 Brief Description	155

5.2	Finite Element Method for Structural Dynamic Analysis	155
5.3	Derivation of Elemental Stiffness Matrix Using the Principle of Virtual Work	160
5.4	Derivation of Equivalent Nodal Loads Using the Principle of Virtual Work	164
5.5	Mass Matrix of Frame Element	166
5.6	Examples for Naturel Frequency Calculation	168
5.7	Jacobi Method to Solve Eigenvalue Problems	171
5.8	Brief Description of Plane Frame Dynamic Analytical Program	175
5.9	The Main Program of Plane Frame Dynamic Analysis	176
5.10	Subroutines and Their Functions of Plane Frame Dynamic Analysis	180
5.11	Applications of Plane Frame Dynamic Analysis	213
	Exercises	223
Chapter 6	Programming and Application of Structural Stability Analysis	225
6.1	Brief Description	225
6.2	Finite Element Method for Structural Stability Analysis	226
6.3	Elemental Initial Stress Matrix	228
6.4	Examples for Critical Load Calculation	229
6.5	Brief Description of Plane Frame Stability Analytical Program	232
6.6	The Main Program of Plane Frame Stability Analysis	232
6.7	Subroutines and Their Functions of Plane Frame Stability Analysis ...	236
6.8	Applications of Plane Frame Stability Analysis	252
	Exercises	259
Chapter 7	Programming of Structural Nonlinear Analysis	261
7.1	Brief Description	261
7.2	Finite Element Method for Structural Geometrically Nonlinear Analysis	262
7.3	Element Tangent Stiffness Matrix	268
7.4	Solution of Nonlinear Equation system	274
7.5	Plastic Analysis of Structures	281
7.6	Programming of Structural Nonlinear Analysis	288
	Exercises	289
Appendix I	Materials of Computer Practical Training	290
Project 1	Application of Plane Truss Static Analytical Program	290
Project 2	Program Design Considering Boundary Conditions by Multiplying A Large Number	291

Project 3	Application of Plane Frame Static Analytical Program	292
Project 4	Program Design for Plane Frame Static Analysis Under Spanned Loading	293
Project 5	Application of Plane Frame Dynamic Analytical Program	296
Project 6	Application of Plane Frame Stability Analytical Program	297
Appendix II	Structural Analytical Programs	299
Program 1	Plane Truss Static Analytical Program (FORTRAN 95, C++)	299
Program 2	Plane Frame Static Analytical Program (FORTRAN 95, C++)	323
Program 3	Plane Frame Dynamic Analytical Program (FORTRAN 95, C++)	356
Program 4	Plane Frame Stability Analytical Program (FORTRAN 95, C++)	389
Appendix III	Answers and Hints for Exercises	423
Appendix IV	Index	426
References		432

第 1 章 绪 论

计算结构力学是研究利用电子计算机通过离散模型的数值分析完成结构分析的一门学科,它是在工程技术进步的推动和电子计算机技术高度发展的条件下形成与发展起来的一门新兴学科。

随着经济建设的发展和科学技术的进步,工程实践中所提出的结构分析问题愈来愈向大型化和复杂化的方向发展。一是结构的构件数量常常很多。高层建筑、大跨度结构、高耸构筑物等结构的力学计算模型常常是由数百上千个甚至更多的构件组成。二是结构分析的对象甚为复杂。工程结构常不再限于杆件体系,而扩展到板、壳、三维连续体及其与杆系乃至索、膜组成的各种复杂的组合结构体系。例如对于高层建筑常采用的框架-剪力墙体系来说,必须研究框架、剪力墙以及楼板系统的共同工作;对于斜拉桥结构必须研究杆系、板、壳与钢拉索的共同工作等。三是结构力学分析的深度更大、要求更高。例如,从过去经简化的平面体系分析扩展到更为精确的考虑结构空间工作的分析;从通常的线性分析扩展到由结构的实际工作情况出发考虑几何非线性和材料非线性影响的分析;从一般简化荷载作用下的分析扩展到实际复杂荷载作用下的结构分析等。四是结构分析的含义也更为广泛。结构分析已不再局限于被动地对给定的对象进行力学分析,而是可以扩展到主动地对结构体系进行优化或控制。所有以上种种要求都是传统的结构力学分析方法与手段难以相适应的。现代结构设计的发展趋向一方面是强调概念设计的作用,这种对结构性态的宏观把握的要求促进了概念结构力学的形成与发展;另一方面就是在结构分析中充分利用高效率的计算工具——电子计算机,由此推动了计算结构力学的发展。概念结构力学和计算结构力学构成了现代结构力学的两大分枝。两者相辅相成、并进发展,使结构分析的理念与方法产生飞跃。

结构分析原理与电子计算机的结合需要一种媒介,这就促成了一门新兴的学科——计算结构力学的诞生和迅猛发展。一般地说,计算结构力学可包含以下三方面的内容。

首要的内容是用计算机完成结构受力状态的分析。传统的杆件体系结构力学中,在采用力法或位移法分析结构时一个力学问题最终是演化为一组线性代数方程的求解问题。这样,在利用电子计算机进行结构的力学分析时就需要有一种统一的途径和步骤让计算机自动建立这样的方程组。这一过程可以这样来实现:先将结构离散为各个单元,建立单元性态的控制方程;再将各单元按结构的实际情况组装成原结构,得到有关结构性态的一组控制方程;最后求解这一方程组,并继而完成结构的力学分析。上述分析过程可以用矩阵的形式既简洁而又完全规一化地表达,这就是结构的矩阵分析方法。由于采用统一的规一化的分析方法,就不难编制出在一定范围内带有普遍适用性的计算机应用程序,从而由计算机来完成整个分析过程。因此,结构的矩阵分析方法是计算结构力学的基础。

对于现实的连续介质力学问题来说,通常是难以找到解析闭合解的。过去人们曾通过运用里兹(Ritz)法、伽辽金(Galerkin)法、有限差分法、加权残值法等把此类力学问题转化为求解线性代数方程组的问题,但这些方法的适用性受到各种条件的限制,其分析过程也不容易规一化,难以由计算机自动完成。至20世纪50年代末有限单元法的出现才解决了这一困难。有限单元法实际上是一种适用于一般连续体分析的矩阵分析方法,它的物理概念和分析过程与杆件体系的矩阵分析方法基本上是一致的,所不同的主要是对于一般连续体来说,单元性态的控制方程通常无法采用解析的方法导出,而只能通过借助于虚功原理或能量原理近似地获得。

从广义的角度上讲,板、壳、薄壁杆件和三维连续体力学也都属于结构力学范围之内,这些关于工程结构的力学在基本概念和理论上是同出一源,在克服了计算上的障碍之后,就有了比较统一的分析途径。因此,有关杆件结构方面的矩阵分析方法乃至计算程序实际上很容易推广应用到上述其他类型结构和各种组合结构的分析中去。现代电子计算机和随之而生的计算力学的出现对力学的发展起了至关重要的作用,这种作用冲击了传统的思考方法,解放了研究和分析手段方面的约束,使人们可以向更深处探索理论,可以向更广处发展应用。

电子计算机的应用不仅使结构在力学分析方面取得飞跃性的突破,而且也使结构优化设计成为可能并提上日程。这就是计算结构力学第二方面的内容。结构优化设计从给定结构的几何,拓扑和材料的情况下构件截面可变的优化设计发展为结构的几何也可以参与优化的所谓形状优化,甚至是结构拓扑和材料选择优化的更高层次的优化。结构优化设计的理论也因此得到迅速的发展,并开始了人工智能和考虑不确定因素等方面的研究。

计算结构力学第三方面的内容是计算机应用软件的研制。计算结构力学中理论与方法固然重要,但是最终还必须通过应用软件来解决实际问题。应用软件要讲究质量,在能够解决实际问题的基础上,要做到尽可能高的计算效率和尽可能低的经济费用,应用软件还必须让使用者易读、易用、易维护、易移植。计算结构力学的软件现有下列几种类型:①研究理论和方法用的程序,主要面向研究或教学工作;②解决专门问题的专用程序;③面向一批问题的通用程序;④集成系统,为某类工程设计的全过程服务,包涵各种子程序和中央数据库,与中央数据库相连接的程序模块可以实现设计过程的各分项计算。这些模块可以由工程师按需要调用,并且还应带有智能,使集成系统成为工程师得心应手的工具。只有针对各种需要研究和开发应用软件,才能使计算结构力学发挥作用并形成生产力。在这方面也包括引进各种先进程序和结合不同计算机进行程序开发应用方面的工作。

计算结构力学的发展一方面推动了结构工程理论的发展,另一方面也推动了电子计算机技术的发展,这些都确立了这一新兴学科的重要地位。计算结构力学已成为高等学校工程结构类和力学类专业的一门重要课程,其理论成为有关专业工程技术人员的必备知识和有力工具,并且也为力学理论与应用的研究开辟了非常广阔的新天地。目前,这一学科还处于相当迅速的发展阶段。

第2章 结构静力分析的矩阵方法

2.1 概 述

在结构力学课程中已介绍了力法和位移法这两种基本的结构分析方法。按照这两种分析方法,求解原结构的问题最终都转化为求解一组线性代数方程的问题。当结构的杆件数量增加时,方程组的未知量数目通常也会随之增多,用手工求解就变得十分困难。于是,出现了通过数值运算求解结构的各种渐近法,如力矩分配法、迭代法等;以及对结构作某种简化后再行求解的近似算法,如剪力分配法、D值法等。然而,这些实用计算方法都是建立在手算基础之上的,引入了诸如忽略杆件轴向变形的影响、无结点线位移存在或横梁刚度远大于柱的刚度等项假定,其适用范围一般比较窄小,或是所得出的结果带有一定的误差;而且,这些方法也很难拓展到结构的动力、稳定性以及非线性分析的问题中去,其结构分析的过程也不容易规一化。因此,在研究如何运用电子计算机进行结构分析的问题时,考虑的出发点又需要回到力法、位移法这样带有根本性和普遍适用性的方法上来。

结构矩阵分析方法实际上就是将结构分析的基本原理和方法用矩阵代数的形式表达出来并进行求解。这样,不仅可以使结构力学的原理和分析过程表达得十分简洁,更为重要的是可使结构的力学分析过程充分地规一化,便于电子计算机程序的编制。与结构力学中的力法和位移法这两种最基本的方法相对应,结构的矩阵分析方法也可以分为矩阵力法和矩阵位移法这两大基本类型。

当用力法分析超静定结构时,对于同一个结构可以采用不同形式的基本结构。这样就使分析过程与基本结构的选定联系在一起。而用位移法分析时,对应一定的结构,基本结构的形式在实质上是确定的。此外,力法不能直接运用于求解静定结构,而位移法对于求解超静定结构和静定结构是同样适用的,其求解过程也完全相同。由此可见,位移法的分析过程比力法的分析过程更容易规一化,也就更适宜于用电子计算机来实现其分析过程。因此,矩阵位移法就成为计算结构力学中一种最为基本的分析方法,这一方法无论在杆件体系还是连续体结构的分析中都获得最为广泛的应用。本章先着重介绍矩阵位移法的基本原理和分析过程,然后再简要介绍有关矩阵力法的基本原理。有关矩阵力法的简要介绍也是为读者日后有机会了解连续体有限单元力法和混合法打下基础。

2.2 矩阵位移法的基本原理

矩阵位移法的基本原理与位移法是一致的,它是以位移法作为基础的结构矩阵分析方法;或者说,它是以矩阵形式表达的位移法分析过程。在矩阵位移法中还是以结构的

结点位移作为基本未知量。这样,杆端的变形协调条件在设取基本未知量时已经满足。为使分析与计算过程更趋于归一化,在采用矩阵位移法利用计算机进行结构分析时,一般都计及刚架杆件轴向变形的影响;而且,将构成刚架的所有杆件,包括静定杆件在内,均归结为两端固定的同一类基本杆件。此时,所有结点位移之间均是相互独立的。依据结点的平衡条件可以列出一组平衡方程。对于结构的线性分析来说,这是一组线性代数方程。在计及结构支座约束条件后求解方程就可以得到所有的未知结点位移。据此,可进而求得每一杆件的杆端力或任意截面上的内力。

在采用矩阵位移法进行结构分析时,为了分析的便利,首先需对结点和杆件进行编号。例如,在分析图 2.1(a)所示的平面桁架时,可以如图 2.1(b)那样对该桁架的每一个结点和杆件进行编号;对于图 2.2(a)所示的平面刚架的结点和杆件编号可以如图 2.2(b)所示。结点和杆件的编号顺序原则上是任意的,对于同一个结构可以有不同的编号方式。在矩阵位移法中,将每一个编号的杆件称为一个单元,并将原结构看成是由这些单元按照实际的连接条件组装而成的。这一过程通常称为结构的离散化。为了表示位移和力的方向,需为结构设定一个坐标系,这个坐标系称为结构的**整体坐标系**,以下简称为**结构坐标系**。

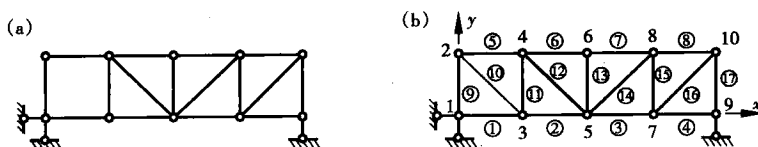


图 2.1

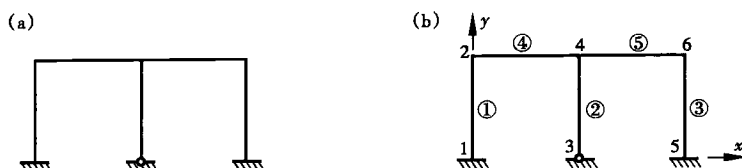


图 2.2

对于图 2.1(a)所示的平面桁架,在考虑支座约束之前每个结点有两个独立的未知位移,即沿 x 、 y 轴方向的线位移;对于图 2.2(a)所示的平面刚架来说,在考虑支座约束之前每个结点有三个独立的未知位移,即沿 x 、 y 轴方向的线位移和结点的角位移。这样的分析是考虑了刚架杆件的轴向变形。在矩阵位移法中,可以先将结构的所有结点位移都看作基本未知量。这样,如果一个平面桁架共有 n 个铰结点,则该桁架基本未知量的总数为 $2n$ 个;如果一个平面刚架共有 n 个刚结点,则该刚架基本未知量的总数为 $3n$ 个。显然,一旦所有这些结点位移的值被求解确定,就可以求得结构中各单元的内力。

在线弹性范围内,结构的位移与荷载之间存在唯一确定的对应关系。反映这种关系的要素是结构的刚度,它取决于结构组成单元的刚度和结构的构成方式。在矩阵位移法