21世纪高等学校电子信息类专业规划教材

离散数学

陈　敏　罗庆云　主　编
任长安　李泽军　蒋瀚洋　徐雨明　副主编

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
北京交通大学出版社
http://press.bjtu.edu.cn

21世纪高等学校电子信息类专业规划教材

离散数学

陈　敏　罗庆云　主　编
任长安　李泽军　蒋瀚洋　徐雨明　副主编

清华大学出版社
北京交通大学出版社
·北京·

内容简介

本书介绍了离散数学基础知识和应用方法，全书共分为 4 篇，第 1 篇为数理逻辑，内容包括命题逻辑和一阶逻辑；第 2 篇为集合论，内容包括集合的基本概念、二元关系、函数等；第 3 篇为代数系统，内容包括代数系统的基本概念、半群、群、环、域、格与布尔代数；第 4 篇为图论，内容包括图的基本概念、几类重要的图、最短路径、关键路径等。

本书在内容安排上，突出由浅入深、循序渐进、通俗易懂的特点，另外各章配备了大量的例题，其内容与计算机科学的理论与实践密切结合，便于自学。本书适合作为高等院校计算机及相关专业本科生的教材，也可供计算机专业的科技人员使用或参考。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/陈敏，罗庆云主编．—北京：清华大学出版社；北京交通大学出版社，2009.3
（21 世纪高等学校电子信息类专业规划教材）
ISBN 978-7-81123-541-8

Ⅰ．离…　Ⅱ．陈…　Ⅲ．离散数学-高等学校-教材　Ⅳ．O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 034143 号

责任编辑：郭东青
出版发行：清 华 大 学 出 版 社　　邮编：100084　　电话：010-62776969
　　　　　北京交通大学出版社　　邮编：100044　　电话：010-51686414
印 刷 者：北京交大印刷厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185×260　　印张：12.5　　字数：312 千字
版　　次：2009 年 5 月第 1 版　　2009 年 5 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-81123-541-8/O・61
印　　数：1～4 000 册　　定价：24.00 元

本书如有质量问题，请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评，我们表示欢迎和感谢。
投诉电话：010-51686043，51686008；传真：010-62225406；E-mail：press@bjtu.edu.cn。

前　　言

离散数学是现代数学的一个重要分支，是计算机科学中基础理论的核心课程。离散数学研究的对象是各种各样的离散量的结构及离散量之间的关系，并且一般是有限个或者可数个元素。因此它充分描述了计算机科学离散性的特点，计算机科学中的程序设计语言、数字电路、数据结构、操作系统、数据库技术、编译原理、算法的分析与设计、计算机网络、可计算性与计算复杂性理论、逻辑设计、系统结构、人工智能等理论课程都是以离散数学为基础的。同时，通过学习离散数学培养和提高了学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和归纳构造能力，也有益于学生严谨、完整、规范的科学态度的培养。为学生今后继续学习和工作，参加科学研究，攀登科技高峰，打下坚实的数学基础。

离散数学包括 4 大部分，各部分内容都十分丰富，自成体系。本书将这 4 大体系中最基本、最重要的内容选入，并努力做到简明扼要、深入浅出，既保持各体系的独立性，又展现出它们的密切联系。本教材的主要特色是：

1. 通过大量的实例从不同的角度对一些抽象的概念进行诠释，使其易于被学生理解和接受；
2. 强化基本概念的描述，注重基本理论的证明方法，淡化大量烦琐的、含有特殊技巧的、不带普遍意义的理论证明方法；
3. 精心安排各部分内容的先后顺序，使教材的结构更合理，内容更充实，语言更通俗易懂；
4. 内容涉猎面广，可满足不同层面学生的需求。

总之，本教材在内容的组织上，力求提供培养学生抽象思维、缜密概括和严密的逻辑推理能力知识的同时，注重展现离散数学在计算机科学及信息科学中的应用，以增强学生使用离散数学知识分析问题和解决问题的能力，为今后处理离散信息，从事计算机软件的开发与设计以及计算机科学及信息科学中的其他实际应用打好数学基础。

本书的主要内容包括命题逻辑、一阶逻辑、集合与关系、函数、代数结构和图论等知识，可作为计算机科学本科专业的基础理论教材，也可供有关技术人员学习参考。

本书由陈敏、罗庆云任主编，任长安、李泽军、蒋瀚洋、徐雨明任副主编。具体分工如下。陈敏撰写第 1 章和第 2 章，并对全书进行了修改、统稿和定稿；罗庆云撰写第 6 章，并对全书的内容进行了认真审阅；任长安撰写第 3 章和第 4 章；戴成秋撰写第 5 章；蒋瀚洋撰写第 7 章；桂友武撰写第 8 章；李泽军撰写第 9 章；徐雨明撰写第 10 章。魏书对全书的内容进行了认真审阅，并提出了许多修改意见，在此深表谢意。

在编写本书的过程中参阅了许多国内外离散数学教材及专著，在此对这些作者们表示衷心的感谢。在本书的编写过程中，得到了北京交通大学出版社领导和编辑的大力支持，在此表示深深的谢意。

由于我们的水平和经验有限，难免会有不足与疏漏之处，恳请同行专家与广大读者批评指正。

编者

2009 年 2 月

目　录

第1篇　数理逻辑

第2篇 集合论

第3篇 代数系统

第 4 篇　图　　论

第1篇　数理逻辑

逻辑学(logic)是研究人类推理过程的科学,而数理逻辑(mathematical logic)则是用数学的方法来进行这一研究的一个数学学科,其显著特征是符号化和形式化,即把逻辑所涉及的"概念、判断、推理"用符号来表示,用公理体系来刻画,并基于符号串形式的演算来描述推理过程的一般规律.因此数理逻辑又称符号逻辑、现代逻辑.

莱布尼兹(Leibniz)在17世纪提出了逻辑数学化的思想,1930年Godel完全性定理的证明完善了数理逻辑基础,建立了逻辑演算,并在此基础上发展出公理集合论、证明论、模型论和递归论四个分支,成为现代科学特别是计算机科学不可缺少的基础理论之一.本篇讲述数理逻辑中最基本的命题逻辑和谓词逻辑,首先讨论命题,对推理规律进行学习,也就是从命题演算入手,在此基础上,再引入概念的形式表示——谓词,讨论概念、关系的理论——谓词演算,把推理的研究引向更加深刻的层次.

第 1 章　命题逻辑

数理逻辑研究的中心是推理，而推理的基本要素是命题，所以数理逻辑也称命题逻辑. 要研究命题逻辑的符号化体系，需要从命题开始.

1.1　命题与联结词

1.1.1　命题

逻辑学中把"对确定的对象作出判断的陈述句"称为**命题**(propositions)，直观地讲，能判断真假的陈述句称为命题. 当判断正确或符合客观实际时，称该命题**真**(true)，否则称该命题**假**(false). "真、假"常被称为命题的**真值**，分别记为 $T(1)$ 和 $F(0)$.

显然，判断一个语句是否为命题，有两个要点：

1) 命题是一个陈述句，而命令句、疑问句和感叹句都不是命题.

2) 命题具有唯一真值，或真或假，不能兼而有之。

【例 1.1】　判断下列语句是否为命题.

(1) 雪是白的.

(2) 2 是偶数且 3 也是偶数.

(3) 陈胜吴广起义那天杭州下雨.

(4) 大于 2 的偶数均可分解为两个质数的和(哥德巴赫猜想).

(5) 真舒服啊!

(6) 别的星球上有生物存在.

(7) 您去学校吗?

(8) $x+y<0$.

(9) 我正在说谎.

(10) $1+101=110$.

显然(1)，(2)都是命题，(1)为真命题，(2)为假命题. (3)，(4)，(6)也是命题，虽然它们的真值未必在现在或将来可以得知，但它们所作判断是否符合客观实际这一点是确定的. (5)，(7)不是陈述句，因此它们都不是命题. (8)是一个不能确定其真假的句子，它可能为真，也可能为假，从而不为命题. 只有当 x，y 取得确定的值时，(8)才成为命题，才有相应的真值. (9)不是命题，因为它是一个悖论，当判定(9)真时，(9)对本身的判断成立，即(9)假；当判定(9)假时，(9)对本身的判断则不成立，即(9)真. (10)是一个数学表达式，相当于一个陈述句，可以叙述为"1 加 101 等于 110"，这个句子所表达的内容在十进制范围中真值为假，而在二进制范围中真值为真. 可见这个命题的真值还与所讨论问题的范围有关.

由以上分析知道，判断一个陈述句是否为命题，关键在于判断其是否具有唯一真值，而与

我们是否知道其真假无关.

上述的所有命题都是简单陈述句,不能再被分解为更简单的语句,这种由简单陈述句构成的命题称为**简单命题**,也称为**原子命题**或**本原命题**. 简单命题是构成命题逻辑的最基本的部分.

在自然语言中,用联结词可以将若干简单陈述句组合成复合陈述句. 如"张三和李四都考了 90 分",实际上是由联结词"和"将两个简单命题"张三考了 90 分"和"李四考了 90 分"复合而成的. 像这样的联结词称为**逻辑联结词**(logical connectives),而把由简单命题和联结词共同组成的命题称为**复合命题**(compositive propositions).

1.1.2 联结词

既然命题逻辑是一种符号化的逻辑演算,那么首先要作的是将有关的各种命题符号化,即用命题标识符表示命题. 对于简单命题,一般用小写字母 $p,q,r,s,t,\cdots$ 表示,并将符号放在其表示的命题前面,如:

p:北京是中国的首都;

q:地球是圆的.

简单命题的真值通常都是确定的,因此其相应的命题标识符称为命题常项或命题常元(proposition constant). 然而有时仅用命题标识符来表示简单命题的位置标志,如同在代数运算中不对任意的 x 给定确定的值一样,并没有指定其确定的真值,即其真值可能为真也可能为假,这样的命题标识符称命题变项或命题变元(proposition variable),通常也用小写字母 p,$q,r,s,t,\cdots$ 表示. 一个标识符,例如 p,到底表示的是命题常项还是命题变项,一般可由上、下文确定,不会发生混淆.

逻辑联结词可将命题联结起来构成复杂的命题,命题逻辑联结词的引入是十分重要的,其作用相当于初等数学里的实数集上定义的 $+$、$-$、$\times$、$\div$ 等运算符. 通过联结词便可定义新的命题,从而使命题逻辑的内容变得丰富起来,我们要讨论的仅只是复合命题的真值,可由组成它的相应命题的真值所确定. 值得注意的是,逻辑联结词与日常自然用语中的有关联结词既有共同点又有不同点.

下面将对几种常用的逻辑联结词及与之密切相关的复合命题作出明确定义并将其符号化.

定义 1.1 命题 p 的非或否定,称为 p 的**否定式**(negation),用符号 $\neg$ 表示. 设 p 表示一命题,那么 $\neg p$ 表示命题 p 的否定. p 真时 $\neg p$ 假,而 p 假时 $\neg p$ 真. $\neg p$ 读作"并非 p"或"非 p". 用类似表 1.1 的所谓真值表来规定联结词的意义,描述复合命题的真值状况. 否定联结词"$\neg$"的意义及 $\neg p$ 的真值状况由表 1.1 描述.

表 1.1 否定联结词"$\neg$"的定义

p	$\neg p$
T	F
F	T

【例 1.2】 判断真假命题.

p:雪是白的；$\neg p$:雪不是白的.

如果 p 表示命题"雪是白的"，那么"并非雪是白的"、"雪不是白的"应表示为 $\neg p$，此时 $\neg p$ 为假，因为 p 为真.

当用否定词"并非"代替自然语言中的"不"时（或者反过来），应注意保持原语句的意义. 例如，p 表示"我们都是好学生"时，$\neg p$ 表示"并非我们都是好学生"或"我们不都是好学生"，而不是"我们都不是好学生".

定义 1.2　p 且 q 称为 p 和 q 的**合取式**(conjunction)，用符号 $\wedge$ 表示. 设 p、q 表示两命题，那么 $p\wedge q$ 表示合取 p 和 q 所得的命题，即 p 和 q 同时为真时 $p\wedge q$ 真，否则 $p\wedge q$ 为假. $p\wedge q$ 读作"p 并且 q"或"p 且 q".

合取联结词"$\wedge$"的意义和命题 $p\wedge q$ 的真值状况可由表 1.2 来刻画.

表 1.2　合取联结词"$\wedge$"的定义

p	q	$p\wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

【例 1.3】 p:张三努力学习；q:李四工作积极；$p\wedge q$:张三努力学习并且李四工作积极.

如果 p 表示命题"张三努力学习"，q 表示命题"李四工作积极"，那么 $p\wedge q$ 表示命题"张三努力学习并且李四工作积极". $p\wedge q$ 为真，当且仅当张三努力学习和李四工作积极同时成立.

定义 1.3　p 或者 q 称为 p 和 q 的**析取式**(disjunction)，用符号 $\vee$ 表示. 设 p、q 表示两命题，那么 $p\vee q$ 表示 p 和 q 的析取，即当 p 和 q 有一为真时，$p\vee q$ 为真，只有当 p 和 q 均假时 $p\vee q$ 为假. $p\vee q$ 读作"p 或者 q"、"p 或 q".

析取联结词"$\vee$"的意义及复合命题 $p\vee q$ 的真值状况由表 1.3 描述.

表 1.3　析取联结词"$\vee$"的定义

p	q	$p\vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

【例 1.4】 p:今天下雨；q:明天下雨；$p\vee q$:今天或明天下雨.

如果 p、q 分别表示"今天下雨"和"明天下雨"，那么 $p\vee q$ 表示"今天或明天下雨". 当今天下雨，或者明天下雨，或者今天明天都下雨，$p\vee q$ 为真，只是在今天不下雨明天也不下雨时 $p\vee q$ 为假.

值得注意的是，这里的"或"是所谓**可兼的**，是对于两个日常生活中相互无关的命题的"或"，是"**相容或**"(inclusive or). 而对于"选张三和李四中的一人当班长"这样的命题，二者不能同时发生，即不可能二者同时为真，是"**相斥或**"(exclusive or)，其中的"或"是**不可兼的**，即

张三和李四都当选为班长时，上述论断被认为假. 这里的“或”用 $\vee$ 表示不合适，故引入下面的定义.

定义 1.4 p 或者 q 中只可能有一个为真称为 p 和 q 的**异或式**(exclusive or)，用符号 $\overline{\vee}$ 表示.

异或联结词 $\overline{\vee}$ 的意义及复合命题 $p \overline{\vee} q$ 的真值状况由表 1.4 描述.

表 1.4 异或联结词“$\overline{\vee}$”的定义

p	q	$p \overline{\vee} q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

【例 1.5】 p：明天我坐 T5 去北京；q：我坐 K186 去北京；$p \overline{\vee} q$：明天我坐 T5 或 K186 去北京.

定义 1.5 “如果 p 则 q”为 p 和 q 的**条件式或蕴涵式**(conditional statement，implication)，用符号→表示. 设 p、q 表示两命题，那么 $p \to q$ 表示命题“如果 p，那么 q”. 当 p 真而 q 假时，命题 $p \to q$ 为假，否则均认为 $p \to q$ 为真. $p \to q$ 中的 p 称为蕴涵前件，q 称为蕴涵后件. $p \to q$ 的读法较多，可读作“如果 p 则 q”，“p 蕴涵 q”，“p 是 q 的充分条件”，“q 是 p 的必要条件”，“q 当 p”，“p 仅当 q”等. 数学中还常把 $q \to p$，$\neg p \to \neg q$，$\neg q \to \neg p$ 分别叫做 $p \to q$ 的逆命题、否命题、逆否命题.

蕴涵联结词“→”的意义及复合命题 $p \to q$ 的真值状况规定见表 1.5.

表 1.5 蕴涵联结词“→”的定义

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

【例 1.6】 一位父亲对儿子说：“如果星期天天气好，就一定带你去动物园.”问：在什么情况下父亲食言？

解 父亲的可能情况有如下四种：

(1) 星期天天气好，带儿子去了动物园；

(2) 星期天天气好，却没带儿子去动物园；

(3) 星期天天气不好，却带儿子去了动物园；

(4) 星期天天气不好，也没带儿子去动物园.

显然，(1)，(4)两种情况父亲都没有食言；(3)这种情况和父亲原来的话没有相抵触的地方，当然也不算食言；只有(2)这种情况，答应的事却没有做，应该算是食言了. (2)对应着“前件真后件假”的情况，使得蕴涵式为假，而其他三种情况都使得蕴涵式为真.

上述规定的蕴涵联结词称为**实质蕴涵**(substantive implication),因为它不要求 $p\rightarrow q$ 中的 p、q 有什么关系,只要 p、q 为命题,$p\rightarrow q$ 就有意义. 例如"如果 $2+2=5$,那么雪是黑的",就是一个有意义的命题,且据定义其真值为"真". 蕴涵联结词的这种规定形式,在讨论数学问题和逻辑问题时是正确的、充分的,但在某些情况下显得有些不足,为此不少人对其他规定形式的蕴涵联结词有兴趣,对此本书不予介绍.

定义 1.6 "p 当且仅当 q"称为 p、q 的**等价式**或**双条件式**(equivalence, biconditional),用符号↔表示之. 设 p、q 为两命题,那么 $p\leftrightarrow q$ 表示命题"p 当且仅当 q","p 与 q 等价",即当 p 与 q 同为真值时 $p\leftrightarrow q$ 为真,否则为假.

等价联结词"↔"的意义及 $p\leftrightarrow q$ 的真值状况由表 1.6 给出.

表 1.6 等价联结词"↔"的定义

p	q	$p\leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

以上介绍了六种常用的逻辑联结词及与之相关的复合命题. 这些联结词反映了复合命题及其支命题之间抽象的逻辑关系. 复合命题的符号化一般可以根据上述定义进行,基本步骤如下:

(1) 找出各个支命题,并逐个符号化;

(2) 找出各个联结词,符号成相应联结词;

(3) 用联结词将各个命题逐个联结起来.

【例 1.7】 将下列命题符号化.

(1) 李明是计算机系的学生,他住在 312 室或 313 室;

(2) 辱骂和恐吓绝不是战斗;

(3) 李瑞和李珊是姐妹;

(4) 除非天气好,否则我是不会去公园的.

解 (1) p:李明是计算机系的学生;

q:李明住在 312 室;

r:李明住在 313 室.

因为李明不可能既住在 312 室又住在 313 室,所以这里应该用 $\forall$,而不用 $\vee$,符号化为 $p\wedge(q\ \forall r)$.

(2) p:辱骂是战斗;

q:恐吓是战斗.

符号化为 $\neg p\wedge\neg q$.

(3) p:李瑞和李珊是姐妹.

符号化为 p.

(4) p:今天天气好;

q:我去公园.

符号化为 $q \to p$.

1.2 命题公式及其分类

1.2.1 合式公式及层次

命题常元、变元及联结词是形式描述命题及其推理的基本语言成分，用它们可以形式地描述更为复杂的命题. 下面引入高一级的语言成分——合式公式.

定义 1.7 **合式公式**(well formed formula)的定义如下：

(1) 单个命题 $p,q,r,\cdots,1,0$ 是合式公式；

(2) 如果 A 是合式公式，则 $\neg A$ 也是；

(3) 如果 A 和 B 是合式公式，则$(A \wedge B)$,$(A \vee B)$,$(A \vee B)(A \to B)$,$(A \leftrightarrow B)$也是；

(4) 只有有限次应用(1)—(3)构成的含有命题常项、命题变项、联结词及括号的符号串才是合式公式.

上述定义方法称为递归定义法，递归定义法是离散数学中常用的方法. 其中，(1)是递归定义的基础，直接规定简单的内容；(2),(3)是递归定义的归纳，规定了由简单到复杂的过程；(4)是递归定义的界限，规定了满足前述(1)～(3)条件的最小范围.

【例 1.8】 下面哪些字符串是合式公式：

(1) $(((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \vee r))$

p、q 是公式，$(p \to q)$是公式；q、r 是公式，$(q \to r)$是公式；$((p \to q) \wedge (q \to r))$是公式；$p$、$r$ 是公式，$(p \vee r)$是公式；$(((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \vee r))$是公式.

这样一个命题公式的形成过程简单表述为：

$p,q,(p \to q);q,r,(q \to r);((p \to q) \wedge (q \to r))$;

$p,r,(p \vee r);(((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \vee r))$.

(2) $((p \wedge q) \to qr)$

$p,q,(p \wedge q);q,r,qr$ 不是公式；$((p \wedge q) \to qr)$不是公式.

合式公式也称为**命题公式**，简称为**公式**，简记为 wff. 从定义来看，不同公式的复杂程度是不同的，在一个复杂的公式中，为了避免歧义需要引进许多的括号，但如果括号太多会使人眼花缭乱，如$((p \wedge (q \vee r)) \to ((p \ \forall q) \wedge (r \vee s)))$，共有六对括号. 为使公式的表示更为简练，我们作如下约定：

(1) 公式最外层括号一律可省略；

(2) 规定联结词的运算优先级别由高到低是：$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\forall$、$\to$、$\leftrightarrow$，若无括号，优先级高的先运算；

(3) 若同一个联结词连续多次出现且无括号，则按从左到右的顺序运算.

按照上述约定，$((p \wedge (q \vee r)) \to ((p \vee q) \wedge (r \vee s)))$省略了三对括号简化为 $p \wedge (q \vee r) \to (p \vee q) \wedge (r \vee s)$. 省略括号只是让公式书写简便，但并不能改变其复杂性. 显然，有些公式的字符串很长，有些很短，甚至只有单个字母，这样公式的复杂性必然有所不同，为了描述这种复杂

性，引入公式层次来描述.

定义 1.8　公式的层次定义如下：

(1) 如果 A 是单个命题常项或命题变项 $p,q,r,s,\cdots,0,1$，则称 A 是 0 层公式；

(2) 称 A 是 $n+1(n\geqslant 0)$ 层公式，是指 A 符合下列情况之一：

① $A=\neg B$，B 是 n 层公式；

② $A=(B\wedge C)$，其中 B、C 分别是 i 层和 j 层公式，且 $n=\max(i,j)$；

③ $A=(B\vee C)$，其中 B、C 的层次同②；

④ $A=(B\bar{\vee} C)$，其中 B、C 的层次同②；

⑤ $A=(B\rightarrow C)$，其中 B、C 的层次同②；

⑥ $A=(B\leftrightarrow C)$，其中 B、C 的层次同②.

(3) 若 A 的最高层次为 k，则称 A 是 k 层公式.

上述两个定义也是递归定义法，其中出现的"="即为通常意义上的等号.

在以上两个定义中，不仅有 $p,q,r,s,\cdots,0,1$ 等，而且引入了大写的 A、B、C 等代表任意的合式公式，它们不同于 $p,q,r,\cdots$ 及联结词构成的表示某个具体的公式，两者是命题逻辑中不同层次上的语言.

【例 1.9】　求下面合式公式的层次.

(1) $(p\rightarrow q)\bar{\vee}(r\wedge(p\vee s))$

(2) $\neg q\vee\neg(p\vee s)$

解　(1) p,s 是 0 层公式，$p\vee s$ 是 1 层公式；r 是 0 层公式，$r\wedge(p\vee s)$ 是 2 层公式；p,q 是 0 层公式，但 $p\rightarrow q$ 是 1 层公式；$(p\rightarrow q)\bar{\vee}(r\wedge(p\vee s))$ 是 3 层公式. 公式层次是 3.

(2) q 是 0 层公式，$\neg q$ 是 1 层公式；p,s 是 0 层公式，$p\vee s$ 是 1 层公式；$\neg(p\vee s)$ 是 2 层公式；$\neg q\vee\neg(p\vee s)$ 是 3 层公式. 公式层次是 3.

1.2.2　真值赋值及公式分类

一般来说，一个含有命题变项的命题形式，其真值是不确定的. 只有给其每个命题变项都指定确定的真值，命题形式才会有确定的真值.

定义 1.9　设 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 是出现在 A 中的所有命题变项，给 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ 指派一组真值，称为对 A 的一个**赋值**(assignments)，也称为一个**解释**(interpretation). 若一个赋值使得 A 的真值为真，则称此赋值**满足** A，此赋值称为 A 的一个**成真赋值**；若一个赋值使得 A 的值为假，则称此赋值**不满足** A，此赋值称为 A 的一个**成假赋值**.

一个含有 n 个命题变项的命题形式，共有 2^n 个赋值.

【例 1.10】　已知 A 是含命题变项 p,q,r 的命题形式，其成真赋值为 000，010，101，求 $\neg A$ 的成真赋值和成假赋值.

解　A 的成真赋值为 000，010，101；

A 的成假赋值为 001，011，100，110，111；

$\neg A$ 的成真赋值为：001，011，100，110，111；

$\neg A$ 的成假赋值为：000，010，101.

定义 1.10　命题公式 A 称为**重言式**(tautology)，如果对 A 中命题变元的一切指派均为