品质成就品牌　品牌创造奇迹

名师伴你行

新课标

同步创新版

● 教材知识与基本能力的完美链接
● 轻松课堂与快乐学习的绿色畅想
● 基础训练与综合测试的水乳交融
● 应试技巧与综合素质的立体渗透

丛书主编：张连生

C版

高中数学

苏教版/必修1

8017844092

天津人民出版社

品质成就品牌　品牌创造奇迹

- 教材知识与基本能力的完美链接
- 轻松课堂与快乐学习的绿色畅想
- 基础训练与综合测试的水乳交融
- 应试技巧与综合素质的立体渗透

名师伴你行

C版

丛书主编：张连生

高中数学

【苏教版/必修1】

姓　名: ______________

Q　Q: ______________

E-mail: ______________

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

名师伴你行．高中数学：C版．1：必修/张连生主编．
天津：天津人民出版社，2009.6
ISBN 978-7-201-06263-1

Ⅰ．名… Ⅱ．张… Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第101145号

天津人民出版社出版
出版人：刘晓津
（天津市西康路35号　邮政编码：300051）
网址：http://www.tjrmcbs.com.cn
电子信箱：tjrmcbs@126.com
河间市华联印刷厂 印刷　新华书店 经销
*
2009年6月第1版　2009年6月第1次印刷
880×1230毫米　16开本　7印张
字数：224千字　印数：1-10，000
定价：20.00元

MINGSHIBANNIXING

名师伴你行

丛书主编：张连生
本册主编：孙长征
副 主 编：窦他石　孙向荣
编　　委：孙长征　窦他石　孙向荣　窦一鸣
聂方程　王如月　李洪广　卢一舟
蒋光晴　马辅堂

目录 contents

第 1 章　集　合

第 2 章　函数概念与基本初等函数Ⅰ

参考答案

第1章 集合

本章共包括三大节，分别是“集合的含义及其表示”“子集、全集、补集”“交集、并集”. 第一大节是集合及有关概念. 教材根据小学和初中的数学知识，在对集合有感性认识的基础上给出了集合的描述性定义，进而给出了集合的两种表示方法：列举法和描述法. 第二、三大节是集合间的关系和集合的运算. 教材从例子入手，给出了子集的概念，从而讨论了集合间的包含与相等关系，定义了集合的运算：补集、交集、并集.

集合语言是基本的数学语言，是提高数学交流能力所必备的知识. 在高中数学中，集合语言将贯彻始终，用集合的思想去揭示事物的内涵与外延，成为认识事物、解决问题的重要思想方法. 因此，本章是高中数学学习的起点.

集合的有关概念、集合的运算是本章的重点. 有关集合的各个概念的含义以及这些概念间的联系与区别、集合的符号语言是本章的难点. 学习本章内容，要多联系现实生活中的例子，联系初中学过的代数、几何知识，以帮助我们认识和理解集合及集合间的关系. 善于用类比的方法找出相关概念的区别与联系. Venn 图是帮助我们直观认识集合有关概念的有力工具. 以上方法是帮助我们突破难点的有效策略.

本章学法如下：

(1) 注意和初中数学知识的衔接，这就需要重新整理初中数学知识，形成良好的知识基础，如一元二次方程、二元一次方程组、平面几何中常见的平面图形等. 在此基础上，再根据本章特点，较快地吸收新知识，形成新的知识结构.

(2) 认真理解、反复推敲、思考本章各知识点的含义及各种表示方法. 容易混淆的知识应仔细辨识，达到熟练掌握，逐步建立与集合知识相适应的理论体系与思想方法.

(3) 本章常用的数学思想方法主要有：数形结合的思想(如常借助于数轴、Venn 图解决问题)、分类讨论的思想(如一元二次方程根的讨论、集合间的包含关系等). 逐步培养用集合的思想来分析问题、解决问题的能力.

学案 1 集合的含义及其表示

要点大整合

知识清仓

1. 一般地，一定范围内某些________、________对象的全体构成一个________. 集合中的每一个对象称为该集合的________，简称________.
2. 集合常用大写________来表示，而集合的元素常用小写________表示.
3. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作________，读作________；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作________，读作________.
4. 自然数集、正整数集、整数集、有理数集、实数集，分别记作________、________、________、________、________.
5. 集合的表示方法通常有两种：________、________，用 Venn 图示意集合，有时显得更加形象直观.
6. 列举法是指________，用这种方法表示集合时，元素之间用逗号分隔.
7. 描述法是指________.
8. 集合中元素具有________、________、________.
9. 两个集合相等是指________，用描述法表示集合时，集合中元素满足的条件相同.
10. 按集合中元素的数目，集合可分为________和________.
11. 空集是指________.

基础演练

1. 下列四个关系式中，正确的是________.(填序号)

①$a\in\{a,b\}$；　②$\{a\}\leqslant\{a,b\}$；
③$a\notin\{a\}$.　④$a\in\{a\}$.

2. 集合$\{x\in \mathbf{N}^*\mid x-3<2\}$的另一种表示法是________.
3. 下列集合中不是空集的是________.(填序号)

①$\{x\in\mathbf{N}\mid x^2\leqslant 0\}$；
②$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-1=0\}$；
③$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+x+1=0\}$；
④0.

4. 设 P,Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b\mid a\in P,b\in Q\}$. 若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是________.
5. 方程 $2x^2-5x-3=0$ 在实数范围内的解集有________个元素；在整数范围内的解集为________.
6. 用恰当的符号填空：

(1)0 ____ $\mathbf{N}$；(2)0 ____ $\mathbf{N}_+$；(3)-6 ____ $\mathbf{Z}$；(4)$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$.

学点大展板

题型水库

学点一 集合的概念

下列各组对象能否组成集合：
(1) 小于 10 的自然数：0，1，2，3，…，9；
(2) 满足 $3x-2>x+3$ 的全体实数；
(3) 所有直角三角形；
(4) 到两定点距离的和等于两定点间的距离的点；

(5) 高一(1)班成绩好的同学;

(6) 参与中国加入WTO谈判的中方成员;

(7) 小于零的自然数;

(8) 小于等于零的正整数.

【分析】一组对象能否构成集合,关键在于是否具有确定性.

【解析】由于研究对象具有确定性,故(1)(2)(3)(4)(6)构成集合;(7)(8)中的元素不存在,故构成空集;而(5)中的对象无标准,故成绩是否好是不确定的,不能构成集合.

【评析】要构成集合,必须明确集合中的元素是确定的,模棱两可、似是而非的不确定对象不能构成集合.

变式探究

下列各组对象能否构成集合:

(1) 所有漂亮的人;

(2) 不大于3且不小于0的有理数;

(3) 所有的正整数;

(4) 某校2009年在校的所有成绩好的同学.

学点二 元素与集合的关系

给出下列命题:

① $\mathbf{N}$中最小的元素是1;

② 若$a\in\mathbf{N}$,则$-a\notin\mathbf{N}$;

③ 若$a\in\mathbf{N}$,$b\in\mathbf{N}$,则$a+b$的最小值是2.

其中所有正确命题的个数为________.

【分析】元素与集合间是"属于"或"不属于"的关系,根据定义直接判定.

【解析】对命题逐个分析判断.

$\mathbf{N}$是自然数集,最小的自然数为0,故①错误;若$a\in\mathbf{N}$,则$-a\notin\mathbf{N}$,错误,如$a=0$时,$-a=0\in\mathbf{N}$,②错误;因为$\mathbf{N}$中最小元素为0,故当$a\in\mathbf{N}$,$b\in\mathbf{N}$时,$a+b$的最小值不为2,故③错误.

∴ 命题①②③均不正确.

∴ 正确命题的个数为0.

【评析】① 判断正误时举反例是一种好办法,要注意应用. ② 理解并掌握常用数集的概念和意义,是解决问题的基本要求.

变式探究

下列关系中不正确的个数为________.

① $\frac{2}{3}\in\mathbf{R}$; ② $\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$;

③ $|-20|\notin\mathbf{N}_+$; ④ $|-\sqrt{5}|\in\mathbf{Q}$;

⑤ $-2\notin\mathbf{Z}$.

学点三 集合中元素的性质

判断下列命题是否正确:

(1) 由$1,1.5,\frac{1}{2},\frac{6}{4},\left|-\frac{1}{2}\right|$组成的集合中有5个元素;

(2) 由1,2,3,4构成的集合只能写成$\{1,2,3,4\}$;

(3) 在集合$\{1,x,x^2\}$中,$x\in\mathbf{R}$可任意取值.

【分析】集合中元素具有三个性质,即确定性、互异性、无序性,这是判断此类命题正确与否的依据.

【解析】(1) ∵ $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2},\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1.5$,∴ 这5个数放到一个集合中时只能是3个元素:$1,1.5,\frac{1}{2}$,故原结论不正确.

(2) 当1,2,3,4构成一个集合时,这4个数在集合中的次序是任意的,∴ 表示形式不唯一,故结论不正确.

(3) 集合$\{1,x,x^2\}$中元素是不相等的,故应有

$$\begin{cases}x\neq 1\\ x^2\neq 1\\ x^2\neq x\end{cases}\Rightarrow x\neq 1,x\neq -1,x\neq 0.$$

∴ $x\in\mathbf{R}$且$x\neq 0,x\neq 1,x\neq -1$.故结论不正确.

【评析】集合的性质可以更好地帮助理解集合和研究集合,应用集合解决问题.

变式探究

已知集合$A=\{2,x^2-2x-1\}$,则x的取值范围是________.

学点四 集合的表示

用适当的方法表示下列集合:

(1) 方程组$\begin{cases}2x-3y=14\\3x+2y=8\end{cases}$的解集;

(2) 1 000以内被3除余2的正整数所组成的集合;

(3) 直角坐标平面上第二象限内的点所组成的集合;

(4) 所有正方形;

(5) 直角坐标平面上在直线$x=1$和$x=-1$两侧的点所组成的集合.

【分析】(1)宜用列举法,(2)(3)(4)和(5)宜用描述法.

【解析】(1) 由$\begin{cases}2x-3y=14\\3x+2y=8\end{cases}$得$\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$

∴ 方程组的解集为$\{(4,-2)\}$.

(2) 1 000以内被3除余2的正整数可以表示为$x=3k+2,k\in\mathbf{N}$的形式.故所求集合为$\{x\mid x=3k+2,k\in\mathbf{N}$,且$x<1\,000\}$.

(3) 在直角坐标平面上,位于第二象限的点,其横坐标$x<0$,纵坐标$y>0$,用集合表示为$\{(x,y)\mid x<0$,且$y>0\}$.

(4) 所有正方形构成的集合表示为{正方形}.

(5) 在直角坐标平面上,在直线$x=1$和$x=-1$两侧的点,其横坐标$x>1$或$x<-1$,纵坐标y可以取任意值,故集合表示为$\{(x,y)\mid x>1$或$x<-1\}$.

【评析】所谓适当的表示方法,就是较简单、较明了的表示方法.用描述法表示集合时,若需要多层次描述属性时,可选用"且"与"或"等词连接(如(3)和(5));若描述部分出现元素记号以外的字母时,要对新字母说明其含义或指出其取值范围(如(2)).

变式探究

观察下面三个集合：

①$\{x \mid y=x^2+1\}$；

②$\{y \mid y=x^2+1\}$；

③$\{(x,y) \mid y=x^2+1\}$.

它们所表示的意义相同吗？为什么？

学点五 集合的相等

已知$M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且$M=N$.求a,b的值.

【分析】两个集合相等是指集合中所含元素相同，但顺序可以不同.

【解析】由题意得$\begin{cases}a=2a\\b=b^2\end{cases}$或$\begin{cases}a=b^2,\\b=2a.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

由集合元素的互异性知，$\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

【评析】当方程组得出多组解时要注意检验集合中元素的互异性.

变式探究

已知含有三个实数的集合可表示为$\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可表示为$\{a^2,a+b,0\}$，求$a,b$的值.

学点六 常见数集的应用

用符号"$\in$"或"$\notin$"填空：

(1)1 ____ **N**，-3 ____ **N**，0.5 ____ **N**；

(2)1 ____ **Z**，0 ____ **Z**，-3 ____ **Z**，0.5 ____ **Z**；

(3)1 ____ **Q**，0 ____ **Q**，-3 ____ **Q**，0.5 ____ **Q**；

(4)1 ____ **R**，0 ____ **R**，-3 ____ **R**，0.5 ____ **R**.

【分析】元素在集合内时，用符号"$\in$"表示元素与集合的关系，而元素不在集合内时用符号"$\notin$"表示元素与集合的关系.

【解析】(1)$1\in\mathbf{N}$，$-3\notin\mathbf{N}$，$0.5\notin\mathbf{N}$.

(2)$1\in\mathbf{Z}$，$0\in\mathbf{Z}$，$-3\in\mathbf{Z}$，$0.5\notin\mathbf{Z}$.

(3)$1\in\mathbf{Q}$，$0\in\mathbf{Q}$，$-3\in\mathbf{Q}$，$0.5\in\mathbf{Q}$.

(4)$1\in\mathbf{R}$，$0\in\mathbf{R}$，$-3\in\mathbf{R}$，$0.5\in\mathbf{R}$.

【评析】数集的范围不明确或数集的符号记忆错误是这类题目出错的主要原因.

变式探究

用符号"$\in$"或"$\notin$"填空：

(1) $2\sqrt{3}$ ____ $\{x \mid x<\sqrt{11}\}$；$3\sqrt{2}$ ____ $\{x \mid x>4\}$；$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ____ $\{x \mid x\leqslant 2+\sqrt{3}\}$.

(2) 3 ____ $\{x \mid x=n^2+1,n\in\mathbf{N}^*\}$；

5 ____ $\{x \mid x=n^2+1,n\in\mathbf{N}^*\}$.

(3) $(-1,1)$ ____ $\{y \mid y=x^2\}$；

$(-1,1)$ ____ $\{(x,y) \mid y=x^2\}$.

学点七 集合语言的应用

已知集合$A=\{x \mid ax^2+2x+1=0\}$.

(1) 若$A=\varnothing$，求a的取值范围；

(2) 若A中只有一个元素，求a的取值范围；

(3) 若A中至少有一个元素，求a的取值范围；

(4) 若A中至多有一个元素，求a的取值范围.

【分析】了解空集的概念，理解"只有""至少""至多"的准确含义是解本题的关键.

【解析】(1)$\because A=\varnothing$，

$\therefore$ 方程$ax^2+2x+1=0$无实根.

当$a\neq 0$时，$\Delta<0\Leftrightarrow a>1$；

当$a=0$时，$x=-\frac{1}{2}$，$A\neq\varnothing$，

$\therefore a>1$.

(2) 由已知方程$ax^2+2x+1=0$只有一解，

若$a\neq 0$，则$\Delta=0$，解得$a=1$，此时$x=-1$；

若$a=0$，则$x=-\frac{1}{2}$.

$\therefore a=0$或$a=1$时，A中只有一个元素.

(3)①A中只有一个元素时，由(2)知$a=0$或$a=1$；

②A中有两个元素时，$\begin{cases}a\neq 0,\\\Delta>0.\end{cases}$

得$a<1$且$a\neq 0$.

综上$a\leqslant 1$.

(4)A中至多有一个元素$\Leftrightarrow$方程$ax^2+2x+1=0$至多有一解，

$\therefore\begin{cases}\Delta=4-4a\leqslant 0\\a\neq 0\end{cases}$或$a=0$，

$\therefore a \geqslant 1$ 或 $a=0$.

$\therefore$ 当 $a \geqslant 1$ 或 $a=0$ 时,A 中至多有一个元素.

【评析】本题应用一元二次方程有实根的讨论,将集合语言转化为方程解的问题.本题难点在于如何将集合中元素个数转化为方程系数所需要的条件.

变式探究

设A是数集,且满足条件:若 $a \in A, a \neq 1$,则 $\dfrac{1}{1-a} \in A$.求证:

(1) 若 $2 \in A$,则 A 中必还有另外两个元素;

(2) 集合 A 不可能是单元素集.

难点清障

1.解题时如何应用集合中元素的性质?

集合中元素的确定性、互异性、无序性是集合中元素的三个重要性质,要充分理解和认识三个性质,掌握其规律.如在解有关集合相等时,集合中元素间存在相等关系,元素顺序是一个重要因素,利用元素的无序性,可解决此问题.另外在解决了表示集合元素的字母后,应代回集合中检验互异性.

2.集合的列举法和描述法的转换如何进行?

集合的表示形式主要有两种:列举法和描述法.当需要转换表示形式时,可这样实施:由描述法到列举法,只需把满足性质的所有元素一一写出来即可.而完成由列举法到描述法,需从列出的元素找规律,常常用归纳、猜测、计算等方法.要注意元素的一些限制条件.

规律指津

1.空集就是不含任何元素的集合,空集对高中数学的"危害"不亚于数"0"对初中数学的"危害",要处处设防,时刻提高警惕,才不至于掉进空集这一陷阱之中,另外还要注意 0, $\varnothing$, $\{0\}$ 三者的区别和联系.即 0 是元素,$\varnothing$, $\{0\}$ 是两个集合;$0 \notin \varnothing$, $0 \in \{0\}$, $\varnothing$ 和 $\{0\}$ 是两个不同的集合.

2.解题时要特别关注集合中元素的三个性质,尤其是互异性,解题后要进行检验.

3.注意将数学语言与集合语言进行相互转化.

4.列举法与描述法各有其优点,应该根据具体问题确定采用哪种表示法,列举法有直观、明了的优点,但有些集合是不能用"列举法"表示出来的,如满足 $x>3$ 的 x 的集合.描述法是把集合中元素所具有的性质描述出来,具有抽象、概括、普遍性的优点,表示一个集合可认为是进行如下的过程.

$$\text{列举法} \underset{\text{根据元素的性质找出具体元素}}{\overset{\text{由对元素规律的观察概括出元素的性质}}{\rightleftharpoons}} \text{描述法}.$$

精题大比拼

一、填空题

1.给出三个命题:① 集合 $\{a,b\}$ 可以写成 $\{b,a\}$;② 方程 $4x^2-4x+1=0$ 的解集可表示为 $\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right\}$;③"很小的数"构成一个集合.其中正确命题的个数是________.

2.由实数 $-x$, $|x|$, $\sqrt{x^2}$, x, $-\sqrt[3]{x^3}$ 组成的集合最多含有________个元素.

3.若方程 $x^2-5x+6=0$ 和方程 $x^2-x-2=0$ 的解为集合 M 的元素,则 M 中元素的个数为________.

4.给出下列五个关系:$\sqrt{3} \in \mathbf{R}$; $\dfrac{1}{2} \in \mathbf{Q}$; $0 \in \{0\}$; $1 \in \mathbf{N}$; $\pi \in \mathbf{Q}$,其中正确的个数为________.

5.设 a,b 都是非零实数 $y=\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}+\dfrac{ab}{|ab|}$ 可能取的值组成的集合为________.

6.已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长,那么 $\triangle ABC$ 一定不是________.(填序号)

① 锐角三角形;　② 直角三角形;

③ 钝角三角形;　④ 等腰三角形.

7.若 $x \in \mathbf{N}$,则 $\{5, x, x^2-4x\}$ 中的元素 x 必须满足的条件是________.

8.下列集合是有限集的为________.(只填序号)

① 不超过 10 的非负偶数的集合;

② 大于 10 的所有自然数组成的集合;

③ 方程 $x^2-4=0$ 的解集;

④ 在平面上,到两定点 A,B 距离相等的点的集合.

9.在直角坐标系中,坐标轴上的点的集合可表示为________.(填序号)

①$\{(x,y) \mid x=0, y \neq 0$ 或 $x \neq 0, y=0\}$;

②$\{(x,y) \mid x=0$ 且 $y=0\}$;

③$\{(x,y) \mid xy=0\}$;

④$\{(x,y) \mid x,y$ 不同时为 $0\}$.

10.有下列结论:

①$\{\varnothing\}$ 是空集;

② 集合 $\{x \mid ax+b=0\}$ 是单元素集合;

③ 集合 $\{x \mid x^2-2x+1=0\}$ 有两个元素;

④ 集合 $\left\{x \,\middle|\, \dfrac{100}{x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{Z}\right\}$ 为无限集.

其中正确的个数是________.

11.已知下列命题:

①$\{$奇数$\}=\{x \mid x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$;

②$\cos 60^\circ \in \mathbf{Q}$;

③$\{x \mid |x| \leqslant 3, x \in \mathbf{N}\}=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$;

④$\left\{(x,y) \,\middle|\, \begin{cases} x+y=3 \\ x-2y=6 \end{cases}\right\}=\{4,-1\}$.

其中正确命题的个数是________.

12.设 $5 \in \{x \mid x^2-ax-5=0\}$,则集合 $\{x \mid x^2-4x-a=$

0} 中所有元素之和为________.

二、解答题

13. 把大于5且不大于15的整数和除以4余3的整数分别用描述法与列举法表示出来.

14. 设A表示集合$\{2,3,a^2+2a-3\}$,B表示集合$\{|a+3|,2\}$,已知$5\in A$且$5\notin B$,求a的值.

检测大阅兵

(20分钟,30分)

1. (5分) 集合$M=\{(x,y)\mid xy<0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$是指________.

2. (5分) 下列集合中表示同一集合的是________.(填序号)

①$M=\{(3,2)\},N=\{(2,3)\}$;

②$M=\{3,2\},N=\{2,3\}$;

③$M=\{(x,y)\mid x+y=1\},N=\{y\mid x+y=1\}$;

④$M=\{1,2\},N=\{(1,2)\}$.

3. (5分) 已知集合$A=\{x\mid x^2+px+q=x\}$,集合$B=\{x\mid(x-1)^2+p(x-1)+q=x+3\}$,当$A=\{2\}$时,则集合$B=$________.

4. (5分) 已知集合$A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\dfrac{12}{6-x}\in\mathbf{N}\right\}$,则用列举法表示集合$A=$________.

5. (10分) 已知集合$A=\{x\mid kx^2-8x+16=0\}$只有一个元素,试求实数k的值,并用列举法表示集合A.

学案2 子集、全集、补集

要点大整合

知识清仓

1. 如果集合 A 的________元素都是集合 B 的元素(若 $a\in A$ 则 $a\in B$),那么集合 A 称为集合 B 的子集,记为 A________B 或 B________A,读作"集合 A________集合 B"或"集合 B________集合 A".

2. 如果 $A\subseteq B$,并且 $A\neq B$,那么集合 A 称为集合 B 的________,记为 A________B 或 B______A,读作"A________B"或"B____A".

3. 空集是任何集合的______,记作 $\varnothing$______A;空集又是任何________集合的________.

4. 设 $A\subseteq S$,由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的________,记为________(读作"A 在 S 中的________"),即 $\complement_S A=$________.

5. 一般地,如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为________,表示为________.

基础演练

1. 下列关系式正确的个数为________.
①$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$; ②$\varnothing\subsetneqq\{0\}$;
③$\varnothing\in\{0\}$; ④$0=\varnothing$;
⑤ 若 $A=\{1,2\}$,$U=\{1,2,3\}$,则 $\complement_U A=\{3\}$.

2. 设 $A=\{x\mid 1<x<2\}$,$B=\{x\mid x<a\}$,若 $A\subsetneqq B$,则 a 的取值范围是________.

3. 若集合 $A=\{1,3,x\}$,$B=\{x^2,1\}$,且 $B\subseteq A$,则满足条件的实数 x 的个数是________.

4. 若 $U=\{x\mid x$ 是三角形$\}$,$P=\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$,则 $\complement_U P=$________.

5. 集合 M 满足 $\{a\}\subseteq M\subsetneqq\{a,b,c\}$,则集合 M 有______个.

6. 设全集 $S=\{0,1,2,3,4\}$,$A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3\}$,则 $\complement_S A$______$\complement_S B$.

学点大展板

题型排雷

学点一 集合间的关系

判断下列各组中两集合间的关系:

(1) $P=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$,$Q=\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{Z}\}$;

(2) $P=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$,$Q=\{x\mid x=2(n-1),n\in\mathbf{Z}\}$;

(3) $P=\{x\mid x=2n-1,n\in\mathbf{N}^*\}$,$Q=\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{N}^*\}$;

(4) $P=\{x\mid x^2-x=0\}$,$Q=\left\{x\mid x=\dfrac{1+(-1)^n}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$.

【分析】对问题中给出的集合,要仔细考虑元素的意义是什么,构成集合的元素的整体状况如何.

【解析】(1) 中 P 是偶数集,Q 是 4 的倍数集,$\therefore Q\subsetneqq P$.

(2)Q 中,$n\in\mathbf{Z}$,$\therefore n-1\in\mathbf{Z}$,$Q$ 亦表示偶数集,$\therefore P=Q$.

(3)P 是由 $1,3,5,\cdots$ 所有正奇数组成的集合,Q 是由 $3,5,\cdots$ 正奇数组成的集合,但 $1\notin Q$,$\therefore Q\subsetneqq P$.

(4)$P=\{0,1\}$,Q 中当 n 是奇数时,$x=0$;当 n 是偶数时,$x=1$,$\therefore Q=\{0,1\}$,$P=Q$.

【评析】两个集合的关系存在着包含、相等或不包含等情况,其中包含情况要注意是否是真包含,而集合相等往往应从正反两个方面予以说明.了解一些常见集合的不同表现形式可以使我们更好地研究问题.

变式探究

(1) 设 $M=\{x\mid x=a^2+1,a\in\mathbf{N}^*\}$,$P=\{y\mid y=b^2-4b+5,b\in\mathbf{N}^*\}$,判断 M 与 P 的关系;

(2) 设集合 $M=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,判断 M 与 N 之间的关系.

学点二 子集

写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集.

【分析】按集合中元素的个数分类写,以防遗漏、重复.

【解析】(1)$\varnothing$;

(2) 一个元素的子集:$\{a\}$,$\{b\}$,$\{c\}$;

(3) 两个元素的子集:$\{a,b\}$,$\{a,c\}$,$\{b,c\}$;

(4) 三个元素的子集:$\{a,b,c\}$.

综上,$\{a,b,c\}$ 的所有子集有 8 个:$\varnothing$,$\{a\}$,$\{b\}$,$\{c\}$,$\{a,b\}$,$\{a,c\}$,$\{b,c\}$,$\{a,b,c\}$.

【评析】① 写出集合的所有子集时,一定要按顺序、规律写出,避免遗漏或重复.② 一般地,如果一个集合有 n 个元素,则子集有 2^n 个,非空子集有 2^n-1 个.

变式探究

已知集合 $M=\{a,b,c,d\}$,$N=\{p\mid p\subseteq M\}$,则集合 N 的元素个数为________.

学点三 子集的应用

设集合 $A=\{x\mid x^2+4x=0,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R},x\in\mathbf{R}\}$,若 $B\subseteq A$,求实数 a 的

值.

【分析】$B\subseteq A$可分$B\subsetneqq A$,$B=A$两种情况,所以此题需分类并结合一元二次方程根的情况加以解决.

【解析】$\because A=\{0,-4\}$,$B\subseteq A$,于是可分类处理.

(1) 当$A=B$时,得$B=\{0,-4\}$.

$\therefore 0,-4$是方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$的两根.由韦达定理得$\begin{cases}-2(a+1)=-4\\a^2-1=0\end{cases}$,解得$a=1$.

(2) 当$B\subsetneqq A$时,又可分为:

①$B\neq\varnothing$时,即$B=\{0\}$或$B=\{-4\}$,

$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0$,解得$a=-1$,$B=\{0\}$满足条件;

②$B=\varnothing$时,$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$,解得$a<-1$.

综合(1)(2)知,所求实数a的值为$a\leqslant-1$或$a=1$.

【评析】$B\subseteq A$时,要注意$B=\varnothing$的情况,因为当$B=\varnothing$时,$B\subseteq A$仍然成立.

变式探究

已知集合$A=\{x\mid-2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$.若$B\subseteq A$,求实数$m$的取值范围.

学点四　补集与全集

设$A=\{0,2,4,6\}$,$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$,$\complement_U B=\{-1,0,2\}$,求$B$.

【分析】由$A\cup(\complement_U A)=U$,确定全集U,则B可求.

【解析】$\because A=\{0,2,4,6\}$,$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$,

$\therefore U=\{-3,-1,0,1,2,3,4,6\}$,

又$\complement_U B=\{-1,0,2\}$,$\therefore B=\{-3,1,3,4,6\}$.

【评析】解决与补集有关问题时,应明确全集是什么,同时注意补集的有关性质:$\complement_U\varnothing=U$,$\complement_U U=\varnothing$,$\complement_U(\complement_U A)=A$等.

变式探究

设全集$U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,且$\complement_U A=\{5\}$,求实数a的值.

难点清障

1.本学案需要注意什么问题?

本学案在学习中应注意以下几个问题:

(1) 由于空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集,所以在看到类似"$A\subseteq B$""$A\subsetneqq B$,$B\neq\varnothing$"这种相关条件时,要注意讨论$A=\varnothing$和$A\neq\varnothing$的情况.

(2) 要注意区分一些容易混淆的符号.

①"$\in$"与"$\subseteq$"的区别:$\in$表示元素与集合之间的从属关系,例如$1\in\mathbf{N}$,$-1\notin\mathbf{N}$等;$\subseteq$表示集合与集合之间的包含关系,例如$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{R}$,$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$等.

②"a"与"$\{a\}$"的区别:一般地,a表示一个元素,而$\{a\}$表示只有一个元素a的集合.

③"$\{0\}$"与"$\varnothing$"的区别:$\{0\}$是含有一个元素0的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合,因此,$\varnothing\subseteq\{0\}$,不能写成$\varnothing=\{0\}$,$\varnothing\in\{0\}$.

④ 子集与真子集的区别:如果A是B的子集,则$A\subseteq B$,那么存在两种情况,一是$A=B$,二是$A\subsetneqq B$,二者必居其一;反之,若$A\subsetneqq B$,也可以说$A\subseteq B$;$A=B$也可以说成$A\subseteq B$.

(3) 非空集合$A=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$有2^n个子集,有2^n-1个真子集,有2^n-2个非空真子集.

2.怎样理解全集和补集?

全集并非包罗万象,含有任何元素的集合,它仅仅含有我们所要研究的问题中所涉及的所有元素,如研究方程实根,全集取为$\mathbf{R}$;研究整数,$\mathbf{Z}$为全集.同时,要理解补集的定义及求法.

3.Venn图有什么用处?

Venn图在研究集合与元素、集合与集合关系中有广泛的应用,它主要体现在用图示帮助我们加强问题的理解,是数形结合在集合中的具体体现,特别是在解决列举法给出的集合运算中应用广泛.

规律指津

1.理解子集、真子集的概念,正确运用有关的术语、符号和图示方法;正确区分术语"包含于"与"包含"以及符号"$\subseteq$"与"$\subsetneqq$"的不同意义.

2.掌握子集的有关性质:(1)$\varnothing\subseteq A$(空集是任何集合的子集,当然也是空集的子集,且是任何非空集合的真子集);

(2)$A\subseteq A$(任何非空集合A都有两个特殊的子集$\varnothing$,A);

(3) 传递性:若$A\subseteq B$,且$B\subseteq C$,则$A\subseteq C$;

(4) 相等:若$A\subseteq B$,且$B\subseteq A$,则$A=B$(即相等的两个集合的元素完全相同).

3.要理解补集的概念,能正确运用补集的符号和表示形式.U中子集A的补集记号及其意义为:$\complement_U A=\{x\mid x\in U$且$x\notin A\}$.会用Venn图表示一个集合中某个子集的补集.

4.对于补集有下面性质:$\complement_U A\subseteq U$;$\complement_U(\complement_U A)=A$;$\complement_U U=\varnothing$;$\complement_U\varnothing=U$.

5.有些集合问题比较抽象,解题时若借助Venn图进行数形分析或利用数轴、图象采取数形结合的思想方法,往往可将问题直观化、形象化,使问题简捷地获解.可见,数形结合思想是解决数学问题的重要思想方法.

精题大比拼

一、填空题

1. 下列各式中，不正确的是________.（填序号）

①$2\sqrt{3}\subseteq\{x\mid x\leqslant 3\}$；

②$2\sqrt{3}\notin\{x\mid x\leqslant 3\}$；

③$\{2\sqrt{3}\}\subsetneqq\{x\mid x\leqslant 3\}$；

④$\{2\sqrt{3}\}\in\{x\mid x\leqslant 3\}$.

2. 若 $A=\{x\mid 1<x<2\}$，$B=\{x\mid x^2>0\}$，则 A______B.

3. 设全集 $U=\mathbf{Z}$，$A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x<5\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x\leqslant 2\}$，则 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$ 的关系是________.

4. 集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x<3,x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集个数为________.

5. 集合 A 满足 $\{1\}\subsetneqq A\subsetneqq\{1,2,3,4\}$，则集合 A 的个数为________.

6. 设全集为 U，A，B 是 U 的非空子集，且 $\complement_U A\supseteq B$，则一定成立的是________.（填序号）

①$A\subseteq\complement_U B$；　　②$A\subsetneqq\complement_U B$；

③$\complement_U A=\complement_U B$；　　④$A=B$.

7. 若 $\{x\mid 2x-a=0\}\subsetneqq\{x\mid -1<x<3\}$，则 a 的取值范围是________.

8. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2-5x+6=0\}$，若集合 A 至少有一个非空子集，则实数 a 的取值范围是________.

9. 已知 $U=\{x\in\mathbf{R}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$A=\{x\in U\mid -1<x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-2x-3=0\}$，$C=\{x\in\mathbf{R}\mid -1\leqslant x<3\}$，则下列关系成立的是________.（填所有正确序号）

①$\complement_U A=B$；　　②$\complement_U B=C$；

③$\complement_U A\supseteq C$；　　④$A\supseteq C$.

10. 已知 $A=\{x\mid x<3\}$，$B=\{x\mid x<a\}$.

(1) 若 $B\subseteq A$，则 a 的取值范围是________；

(2) 若 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是________.

11. 已知 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2\}$. 定义集合 A，B 之间的运算"$*$"：$A*B=\{x\mid x=x_1+x_2,x_1\in A,x_2\in B\}$，则集合 $A*B$ 中最大的元素是________；集合 $A*B$ 的所有子集的个数为________.

12. 集合 $A=\{x\mid x=a^2-4a+5,a\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x=4b^2+4b+3,b\in\mathbf{R}\}$，则 A 与 B 的关系为________.

二、解答题

13. 若不等式 $|x|<1$ 成立，不等式 $1<x-a<4$ 也成立，求实数 a 的取值范围.

14. 设全集 U 为 $\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x^2-x-2=0\}$，$B=\{x\mid |x|=y+1,y\in A\}$，求 $\complement_U B$.

检测大阅兵

（20分钟，30分）

1.（5分）如果集合 $A=\left\{x\mid x>\dfrac{1}{2}\right\}$，那么①$0\subseteq A$；②$\varnothing\subseteq A$；③$\{0\}\subsetneqq A$；④$\mathbf{N}\subseteq A$；⑤$\left\{\dfrac{1}{3}\right\}\subsetneqq A$，以上各式中正确的个数是________.

2.（5分）设 $A=\{0,a\}$，且 $B=\{x\mid x\in A\}$，则集合 A 与集合 B 的关系是________.

3.（5分）已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=|x|\}$，集合 $B=\{(x,y)\mid x\in\mathbf{R},y>0\}$，则 A 与 B 的关系是________.

4.（5分）设集合 $P=\{m\mid -1<m<0\}$，$Q=\{m\in\mathbf{R}\mid mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立$\}$，则 P，Q 的关系是________.

5.（10分）已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，若 $A=\{b,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a，b 的值.

学案 3 交集、并集

要点大整合

知识清仓

1.一般地,由________构成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$(读作"A 交 B"),即 $A\cap B=$________.

2.一般地,由________构成的集合,称为 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$(读作"A 并 B"),即 $A\cup B=$________.

3.$A\cap B$________$B\cap A$;$A\cap B$________A;
$A\cap B$________B;$A\cup B$________$B\cup A$;
$A\cup B$________A;$A\cup B$________B.

4.设 $a,b\in\mathbf{R}$ 且 $a<b$,则
$[a,b]=$________;
$(a,b)=$________;$[a,b)=$________;
$(a,b]=$________;$(a,+\infty)=$________;
$(-\infty,b)=$________;$(-\infty,+\infty)=$________.

基础演练

1.设集合 $A=\{x|-5\leqslant x<1\}$,$B=\{x\mid x\leqslant 2\}$,则 $A\cup B$ 等于________.

2.若 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4,5\}$,则 $A\cap B=$________.

3.设集合 $A=\{1,2\}$,则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是________.

4.设全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$,$A=\{c,e\}$,$B=\{a,d\}$,则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$________.

5.设集合 $A=\{(x,y)\mid x+3y=7\}$,$B=\{(x,y)\mid x-y=-1\}$,则 $A\cap B=$________.

6.设全集 $U=\{1,3,5,7\}$,集合 $M=\{1,a-5\}$,$M\subseteq U$,$\complement_U M=\{5,7\}$,则 a 的值为________.

学点大展板

题型拼图

学点一 交集

已知集合 $M=\{x\mid y^2=x+1\}$,$P=\{x\mid y^2=-2(x-3)\}$,那么 $M\cap P=$________.

【分析】由集合的定义,集合 M 表示方程 $y^2=x+1$ 中 x 的范围,集合 P 表示方程 $y^2=-2(x-3)$ 中 x 的范围,故应先化简集合 M,P.

【解析】$\because M=\{x\mid y^2=x+1\}=\{x\mid x+1\geqslant 0\}$
$=\{x\mid x\geqslant -1\}$,
$P=\{x\mid y^2=-2(x-3)\}=\{x\mid x\leqslant 3\}$,
$\therefore M\cap P=\{x\mid x\geqslant -1$ 且 $x\leqslant 3\}$
$=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$.

【评析】理解集合的表示形式,掌握其意义,利用交集定义可解决所给问题.

变式探究

设集合 $A=\{(x,y)\mid 2x+y=1,x,y\in\mathbf{R}\}$,$B=\{(x,y)\mid a^2x+2y=a,x,y\in\mathbf{R}\}$,若 $A\cap B=\varnothing$,求 a 的值.

学点二 并集

设 $A=\{4,5,6,8\}$,$B=\{3,5,7,8\}$,下列集合中与 $A\cup B$ 相等的是________.

①$\{4,5,6,7,8\}$; ②$\{3,4,6,7,10,16\}$;
③$\{3,4,5,6,7,8,9\}$; ④$\{3,4,5,6,7,8\}$.

【分析】注意到集合 A 与集合 B 的并集的定义中:(1)集合 $A\cup B$ 中的元素必须是集合 A 或集合 B 的元素.(2)集合 $A\cup B$ 包含集合 A 与集合 B 中的所有元素.

【解析】①中,$3\in B$,但 $3\notin\{4,5,6,7,8\}$,$\{4,5,6,7,8\}\subsetneqq A\cup B$;

②中,$10\notin A$,$10\notin B$,$16\notin A$,$16\notin B$,$\{3,4,6,7,10,16\}\neq A\cup B$;

③中,$9\notin A$,$9\notin B$,$A\cup B\subsetneqq\{3,4,5,6,7,8,9\}$;

④中,显然 $A\cup B=\{3,4,5,6,7,8\}$.

【评析】在判定或书写集合 A 与集合 B 的并集时,既不能遗漏元素,也不能增添元素,要严格地理解、掌握并集的定义.

变式探究

已知 $A=\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3\}$,$B=\{x\mid a<x<4\}$,若 $A\cup B=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围是________.

学点三 交集的应用

已知集合 T 是方程 $x^2+px+q=0(p^2-4q>0)$ 的解组成的集合,$A=\{1,3,5,7,9\}$,$B=\{1,4,7,10\}$,且 $T\cap A=$

$\varnothing$，$T \cap B = T$，试求实数 p 和 q 的值.

【分析】集合的交、并、补的运算有多条性质，请结合前面的知识点讲解再进行回味、体会性质的含义，如 $T \cap B = T$，则 $T \subseteq B$，即集合 T 是集合 B 的子集，T 可能是如下的几种情形：(1) 空集；(2) 非空真子集；(3) 与集合 B 相等. 应根据题意具体判断集合 T 的类型.

【解析】$\because \Delta = p^2 - 4q > 0$，

$\therefore$ 方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个不等的实数根，即集合 T 中含有两个元素.

$\because A \cap T = \varnothing$，$\therefore 1,3,5,7,9 \notin T$. 又 $T \cap B = T$，$\therefore T \subsetneqq B$.

$\therefore T = \{4,10\}$，即 4 和 10 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的根.

由韦达定理得 $\begin{cases} 4+10=-p, \\ 4\times 10 = q. \end{cases}$ $\therefore \begin{cases} p=-14, \\ q=40. \end{cases}$

【评析】解决该题时，必须搞清"$T \cap A = \varnothing$"和"$T \cap B = T$"的含义. $T \cap A = \varnothing$ 的含义是集合 A 中的元素都不是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的根；$T \cap B = T$ 的含义是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的根是集合 B 中的元素，因此，首先应排除 $A \cap B$ 的元素，这样便可确定出方程的根.

变式探究

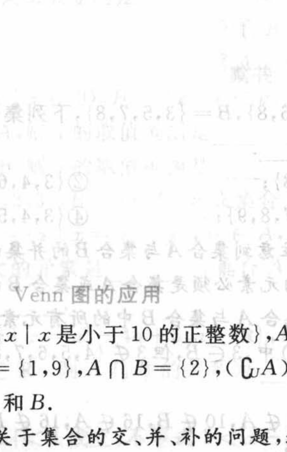
设集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$，$B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$，$A \cap B = \{-3\}$，求实数 a.

学点四 Venn图的应用

若集合 $U = \{x \mid x$ 是小于10的正整数$\}$，$A \subseteq U$，$B \subseteq U$，且 $(\complement_U A) \cap B = \{1,9\}$，$A \cap B = \{2\}$，$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4,6,8\}$，试求 A 和 B.

【分析】关于集合的交、并、补的问题，通常可以由分析法找出集合中一定有或一定没有的元素，再对它们逐一检验；或利用 Venn 图把元素一一放在图中的相应位置，从而写出所求集合.

【解析】解法一：利用 Venn 图，在图中标出各个元素的相关位置，可以直接写出 A 和 B，$A = \{2,3,5,7\}$，$B = \{1,2,9\}$.



解法二：$\because A \cap B = \{2\}$，$(\complement_U A) \cap B = \{1,9\}$，

$\therefore B = (A \cap B) \cup [(\complement_U A) \cap B] = \{1,2,9\}$；

$\because A \cup B = \complement_U[(\complement_U A) \cap (\complement_U B)] = \{1,2,3,5,7,9\}$，

又 $B = \{1,2,9\}$，$A \cap B = \{2\}$，$\therefore A = \{2,3,5,7\}$.

【评析】事实上，在解决这类问题时，将 Venn 图的使用与分析法相结合更准确、简洁.

变式探究

设 $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A = \{3,4,5\}$，$B = \{4,7,8\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$，$(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$，$(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

学点五 交、并集的综合应用

设全集 U 为 $\mathbf{R}$，$A = \{x \mid x^2 + px + 12 = 0\}$，$B = \{x \mid x^2 - 5x + q = 0\}$，若 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$，$A \cap (\complement_U B) = \{4\}$，求 $A \cup B$，$A \cap B$.

【分析】本题应以条件 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$，$A \cap (\complement_U B) = \{4\}$ 入手，研究集合 A，B 的特点，如 $A \cap (\complement_U B) = \{4\}$，说明 $4 \in A$ 且 $4 \notin B$，然后转化为 A，B 中关于 x 的一元二次方程根与系数的关系.

【解析】$\because (\complement_U A) \cap B = \{2\}$，$\therefore 2 \in B$，但 $2 \notin A$；

$\because A \cap (\complement_U B) = \{4\}$，$\therefore 4 \in A$，但 $4 \notin B$.

$\therefore \begin{cases} 4^2 + 4p + 12 = 0, \\ 2^2 - 10 + q = 0. \end{cases}$

$\therefore p = -7$，$q = 6$. $\therefore A = \{3,4\}$，$B = \{2,3\}$.

$\therefore A \cup B = \{2,3,4\}$，$A \cap B = \{3\}$.

【评析】$\because A \cap (\complement_U B) = \{4\}$，$\therefore 4 \in A$，$4 \in (\complement_U B)$，从而 $4 \notin B$. 这主要是依据若 $a \in A$，则 $a \notin (\complement_U A)$；若 $a \in (\complement_U A)$，则 $a \notin A$. 进一步可推出如下性质：$A \cap (\complement_U A) = \varnothing$，$A \cup (\complement_U A) = U$.

变式探究

设 A，B 是两个非空集合，定义 A 与 B 的差集

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{且} x \notin B\}.$$

(1) 试举出两个数集 A,B，求它们的差集；

(2) 差集 $A-B$ 与 $B-A$ 是否一定相等?说明你的理由；

(3) 已知 $A=\{x\mid x>4\}$，$B=\{x\mid |x|<6\}$，求 $A-(A-B)$ 及 $B-(B-A)$，由此你可以得到什么更一般的结论?(不必证明)

难点清障

1. 在解题时如何用好集合语言?

解集合问题，不仅仅是运用集合语言，更重要的是明确集合语言所蕴含的真实的数学含义，集合语言的转换过程，实质就是在进行数学问题的等价转换，向着我们熟悉的能够解决的方向转化.

2. 在学习时应注意什么问题?

(1) 对于全集、补集、交集、并集等概念的理解，要注意教材中的实例和 Venn 图的直观作用.

(2) 要善于将交、并、补集进行比较记忆，找出它们之间的联系与区别.

(3) 注意在集合运算中，运用 Venn 图，借助于数轴等几何方法直观理解.

(4) 学会集合语言的运用，并逐渐学会用集合的观点研究事物的内涵与外延.

规律指津

1. 交集与并集是集合的两种不同运算，对它们概念的理解要特别注意“且”与“或”的区别. 交集和并集的符号“$\cap$”“$\cup$”既有相同的地方，但又完全不同，不要混淆.

2. 对于交集“$A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}$”，不能简单地认为 $A\cap B$ 中的任一元素都是 A 与 B 的公共元素，或者简单地认为 A 与 B 的公共元素都属于 $A\cap B$，这是因为并非任何两个集合总有公共元素.

3. 对于并集“$A\cup B=\{x\mid x\in A,或\ x\in B\}$”，不能简单地理解为 $A\cup B$ 是由 A 的所有元素与 B 的所有元素组成的集合，这是因为 A 与 B 可能有公共元素.

4. 解决集合问题，应从元素入手进行分析处理.

在顺向思维受阻时，改用逆向思维，可能“柳暗花明”，从这个意义上讲，补集思想具有转换研究对象的功能，这是转化思想的又一体现.

精题大比拼

一、填空题

1. 已知集合 $P=\{x\in\mathbf{N}\mid 1\leqslant x\leqslant 10\}$，集合 $Q=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+x-6=0\}$，则 $P\cap Q=$ ________.

2. 设集合 $A=\{x\mid |x-2|\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=-x^2,-1\leqslant x\leqslant 2\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)=$ ________.

3. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合 $S=\{1,3,5\}$，$T=\{3,6\}$，则 $\complement_U(S\cup T)=$ ________.

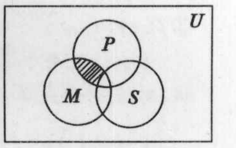
4. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，且 $A=\{x\mid |x-1|>2\}$，$B=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$ ________.

5. 设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x\leqslant 6\}$，那么下列结论正确的是________.(填序号)

①$P\cap Q=P$；　②$P\cap Q\supsetneqq Q$；

③$P\cap Q\subsetneqq P$.

6. 如图，U 是全集，M,P,S 是 U 的3个子集，则阴影部分所表示的集合是________.



7. 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<5\}$，$A\cap B=\{x\mid 1\leqslant x<5\}$，$A\cup B=\{x\mid -3<x<5\}$，则集合 $B=$ ________.

8. 设 $U=\mathbf{R}$，$M=\{x\mid |x|<3\}$，$N=\{y\mid y\neq 2\}$，则 $M\cap(\complement_U N)=$ ________.

9. 设数集 $M=\left\{x\mid m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\mid n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M,N 都是集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的“长度”，那么 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是________.

10. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x\leqslant -3\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x\leqslant 2\}$，全集 $U=\mathbf{Z}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$ ________.

11. 若全集 $U=\{x\mid x\leqslant 9, x\in\mathbf{N}_+\}$，$M=\{1,7,8\}$，$P=\{2,3,5,7\}$，$S=\{1,4\}$，则 $(M\cup P)\cap(\complement_U S)=$ ________.

12. 设集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$C=\{x\mid x\geqslant a\}$. 若 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$，则 a 的取值范围是________.

二、解答题

13. 已知 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，且 $A\cup B=A$，求实数 a 的值组成的集合 C.

14. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid -5<x<4\}$，集合 $B=\{x\mid x<-6$ 或 $x>1\}$，$C=\{x\mid x-m<0\}$，求实数 m 的取值范围，使其分别满足下列两个条件：①$C\supseteq A\cap B$；②$C\supseteq(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

15. 已知 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2x+p=0\}$，且 $A\cap\{x\in\mathbf{R}\mid x>0\}=\varnothing$，求 p 的取值范围.

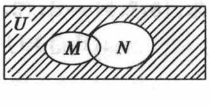
检测大阅兵

（20分钟，30分）

1.（5分）已知全集 $I=\{x\in\mathbf{N}_+\mid -2<x<9\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，那么 $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=$________.

2.（5分）设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则 $P\cap(\complement_U Q)=$________.

3.（5分）已知 M,N 都是 U 的子集，则图中的阴影部分表示为________.



4.（5分）设全集 $U=\{(x,y)\mid y=x+1,x,y\in\mathbf{R}\}$，$M=\left\{(x,y)\mid \dfrac{y-3}{x-2}=1\right\}$，则 $\complement_U M=$________.

5.（10分）已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$P=\left\{x\mid x\leqslant 0 \text{ 或 } x\geqslant \dfrac{5}{2}\right\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U B)\cup P$，$(A\cap B)\cap(\complement_U P)$.

温馨提示 复习至此，敬请使用《名师伴你行》同步质量检测卷

本内容单独装订成册！

第2章　函数概念与基本初等函数 I

本章内容包括函数的概念和图象、指数函数、对数函数、幂函数、函数与方程、函数模型及其应用共六部分.

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型.高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系,同时还用集合与对应的语言来刻画函数,使函数的思想方法贯穿于高中数学课程的始终.配方法、换元法、待定系数法等基本方法,特殊化思想、分类讨论思想、数形结合等数学思想在本章中有较大应用.通过学习幂、指、对函数以及一次、二次函数,感受运用概念建立数学模型的方法,体会函数在数学和其他学科中的重要性,初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题.在这一章里,我们将初步接触运用计算机研究函数,利用函数的性质求方程近似解,体会函数与方程的有机联系,体验信息技术与数学的联系,因此说函数是中学数学的一条主线,是中学数学的重要内容,是学习数学其他知识和分支的基础.

本章学习的重点:

(1) 函数的概念及对函数概念的认识与理解;

(2) 函数的单调性、奇偶性;

(3) 映射的概念;

(4) 函数与方程的关系;

(5) 重要的数学思想方法:数形结合思想、函数与方程的思想、换元法、配方法、待定系数法、二分法等;

(6) 幂、指、对函数的图象、性质及应用.

本章学习的难点:

(1) 函数概念的理解;

(2) 函数单调性的判定及应用;

(3) 二分法求方程的近似解;

(4) 函数模型的建立及应用.

本章学法如下:

1. 函数语言与集合语言一样,都是数学中的通用语言,函数是描述变量之间依赖关系和集合之间的关系的一个基本的数学模型,是研究客观世界变化规律和集合之间关系的一个最基本的数学工具,我们将在本章中进一步体会.

2. 本章我们要学习有理指数幂的概念及运算性质;对数的概念及运算性质.在此基础上分别从实际问题中抽象出指数函数和对数函数模型,并分别研究它们的图象及性质,另外我们还要学习幂函数 $y=x^a(a\in\mathbf{R})$ 的图象及性质.

3. 幂函数、指数函数、对数函数是重要的基本初等函数,是高中数学函数部分的主体内容,是函数理论的主要载体.特别是指数函数、对数函数,更是历届高考的重点、热点.从简单函数性质到复合函数知识,从容易题到压轴难题,都可能以它们为背景编拟.

学案 1　函数的概念和图象

要点大整合

知识清仓

1. 一个输入值对应到唯一的输出值,具有这一特征的对应叫________.

2. 一般地,设 A,B 是两个非空的数集,如果按某种对应法则 f,对于集合 A 中的每一个元素 x,在集合 B 中都有唯一的元素 y 和它对应,这样的对应叫做从 A 到 B 的一个________,通常记为________.

3. 在函数 $y=f(x)$ 中,所有的输入值 x 组成的集合 A 叫做函数 $y=f(x)$ 的________.所有输出值 y 组成的集合 B 称为函数 $y=f(x)$ 的________.

4. 一个函数 $y=f(x)$ 可以由________、________来确定,因此,确定一个函数,只需这两个要素.

基础演练

1. 下列四组函数表示同一函数的是________.(填序号)

①$f(x)=\sqrt{x^2},g(x)=(\sqrt{x})^2$;

②$f(x)=x,g(x)=|x|$;

③$f(x)=x^2,g(x)=(x+2)^2$;

④$f(x)=\dfrac{(\sqrt{x})^2}{x},g(x)=\dfrac{x}{(\sqrt{x})^2}$.

2. 确定函数 $y=x^2+1$ 的对应关系是________.(填序号)

①$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$;　②$f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$;

③$f:\mathbf{R}\to(0,+\infty)$;　④$f:\mathbf{R}\to[1,+\infty)$.

3. 函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x^2-1}$ 的定义域是________.

4. 下列四个方程中表示 y 是 x 的函数的是________.(填序号)

①$x-2y=6$;　②$x^2+y=1$;

③$x+y^2=1$;　④$x=\sqrt{y}$.

5. 函数 $f(x)=(x-1)^2-1,x\in[0,3]$ 的值域为________.

6. 下列对应为函数的是________.(填序号)

①$x\to|x|-1,x\in\mathbf{R}$;

②$x\to y$,其中 $y=3x^2+1,x\in\mathbf{R}$;

③$x\to t$,其中 $x^2+t^2=1$;

④$x\to y$,其中 $y^2=x,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{R}$.