高等学校应用型“十一五”规划教材

大学物理实验

主　编　康伟芳　薛玉春
副主编　冯　颖　王连加　刘　泓
　　　　赵　辉　秦万广　王立风

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

型“十一五”规划教材

大学物理实验

主　编　康伟芳　薛玉春

副主编　冯　颖　王连加　刘　泓

赵　辉　秦万广　王立风

西安电子科技大学出版社

2008

内 容 简 介

本书根据教育部颁布的“高等院校工科本科大学物理实验教学基本要求”编写而成。

本书共 5 章。第 1 章讲述测量误差和数据处理的基本知识；第 2 章为物理实验预备知识；第 3、4 章编入力学、热学、电磁学和光学共 31 个实验；第 5 章编入 6 个近代物理实验。书末附表介绍了有关的物理常数。

本书可作为高等学校理工科类专业的物理实验教学用书或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/康伟芳，薛玉春主编．—西安：西安电子科技大学出版社，2008.8

高等学校应用型“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5606-2097-8

Ⅰ.大…　Ⅱ.①康…　②薛…　Ⅲ.物理学—实验—高等学校—教材　Ⅳ.04—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 114106 号

策　　划　杨丕勇

责任编辑　杨丕勇

出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电　　话　(029)88242885　88201467　邮　编　710071

http：//www.xduph.com　E-mail：xdupfxb001@163.com

经　　销　新华书店

印刷单位　陕西华沐印刷科技有限责任公司

版　　次　2008 年 8 月第 1 版　2008 年 8 月第 1 次印刷

开　　本　787 毫米×1092 毫米　1/16　印　张　14.625

字　　数　347 千字

印　　数　1～4000 册

定　　价　21.00 元

ISBN 978-7-5606-2097-8/O·0094

XDUP 2389001-1

前　言

物理实验课是高等学校理工科学生的重要基础课，是培养学生实验能力的基础课程。

本书根据教育部颁布的“高等院校工科本科大学物理实验教学基本要求”编写而成。按照循序渐进的原则，全书分为基础实验，综合、设计性实验，近代物理实验等三个实验部分，共编写了37个实验题目，内容涵盖力学、热学、电磁学、光学等，教学内容比较充实，其中基础实验与综合、设计性实验每个实验可用2～3个学时完成，近代物理实验可用4～6个学时完成。本书所编写的实验数目超过了规定完成的实验数目，以便学生根据专业特点、兴趣和需要有所选择。

实验教材离不开实验室的建设与发展，本书中的每个实验题目都是针对普通高等学校物理实验室现有仪器设备开设的，其实用性较强。部分实验开始有一段引言，引言主要反映了实验的历史背景、实验方法或实验技术在工程中的实际意义等，以吸引或引导学生学习本实验。另外，多数实验后附有思考题，以引导学生在实验前预习及实验后进一步分析讨论。

参加本书编写工作的还有：东北电力大学的张海波、于连江、王未然，北华大学的刘玉安、张威。本书在编写过程中，得到了东北电力大学理学院相关领导及物理教学部全体教师的大力支持和帮助，借此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，实验经验不足，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

2008年6月

目　录

绪论 ………………………………………………………… 1

第 1 章　测量误差与数据处理 ………………………………… 3

1.1　测量与误差 ………………………………………………… 3

1.2　精密度、准确度和精确度 ………………………………… 7

1.3　直接测量的标准差估算 …………………………………… 7

1.4　间接测量的误差传递 ……………………………………… 10

1.5　有效数字及其运算 ………………………………………… 15

1.6　用作图法处理数据 ………………………………………… 19

1.7　用逐差法处理数据 ………………………………………… 20

1.8　用最小二乘法处理数据 …………………………………… 21

1.9　物理实验常用的测量方法 ………………………………… 24

第 2 章　物理实验预备知识 ………………………………… 29

2.1　力学实验基本知识 ………………………………………… 29

2.2　电磁学实验基本知识 ……………………………………… 33

2.3　光学实验基本知识 ………………………………………… 41

第 3 章　基础实验 ………………………………………………… 51

实验 1　固体密度的测量 ……………………………………… 51

实验 2　动态法测定金属材料的杨氏模量 …………………… 53

实验 3　扭摆法测转动惯量 …………………………………… 57

实验 4　不良导体导热系数的测量 …………………………… 61

实验 5　落球法测定液体的粘滞系数 ………………………… 64

实验 6　用三线摆测物体的转动惯量 ………………………… 67

实验 7　气体比热容比的测定 ………………………………… 72

实验 8　伏安法测电阻 ………………………………………… 78

实验 9　电表改装与万用表的使用 …………………………… 81

实验 10　电桥法测电阻 ……………………………………… 85

实验 11　示波器的使用(1) …………………………………… 90

实验 12　示波器的使用(2) …………………………………… 95

实验 13　用电位差计测电源电动势 ………………………… 96

实验 14　用电位差计校准电表 ……………………………… 101

实验 15　*RC* 及 *RL* 电路暂态特性 ………………………… 104

实验 16　温度传感器的特性研究 …………………………… 109

实验 17　光电效应 …………………………………………… 110

实验 18　光路调整与薄透镜焦距的测量 …………………… 114

实验 19　等厚干涉及应用 …… 119
实验 20　分光计的调节与应用 …… 123
实验 21　迈克尔逊干涉仪的调整与应用 …… 129
第 4 章　综合、设计性实验 …… 134
实验 1　声速的测量 …… 134
实验 2　霍尔效应及其应用 …… 139
实验 3　电子束的电偏转和磁偏转 …… 146
实验 4　电子束的电聚焦和磁聚焦与荷质比的测定 …… 153
实验 5　铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线 …… 157
实验 6　半导体 PN 结电流-电压关系的实验研究 …… 169
实验 7　半导体温度计的设计与制作 …… 173
实验 8　望远镜的设计与组装 …… 178
实验 9　激光椭圆偏振仪的调整与使用 …… 181
实验 10　全息照相与观察 …… 187

第 5 章　近代物理实验 …… 193
实验 1　普朗克常数的测定 …… 193
实验 2　密立根油滴实验 …… 196
实验 3　电子衍射的研究 …… 201
实验 4　夫兰克-赫兹实验 …… 210
实验 5　塞曼效应 …… 213
实验 6　核磁共振法测磁场 …… 219

附录　常用物理常数 …… 226

绪　论

1. 物理实验课的地位

物理学是一门实验科学，物理规律的研究是以实验事实为基础的，并且要不断受到实验的检验。物理实验对物理学的发展一直起着重要作用，而且在探索和开拓新的科技领域中，物理实验仍然是有力的工具。大学物理实验课是对学生进行科学实验基础训练的一门重要课程，是继大学物理课后单独开设的一门实验课程。它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识，在实验方法和技能等方面也能得到较为系统、严格的训练。物理实验课是大学里学习或从事科学实验的起点，因此，学好物理实验对于高等理工院校的学生是十分重要的。

2. 物理实验课的目的

(1) 通过对物理实验现象的观测分析，学习运用理论指导实验、分析和解决实验中问题的方法。从理论和实际的结合上加深对理论的理解。

(2) 培养学生从事科学实验的初步能力。这些能力是指：通过阅读教材或资料，概括出实验原理和方法的要点；正确使用基本实验仪器，掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能；正确记录和处理数据，分析实验结果和撰写实验报告，直至达到能自行设计简单的实验方案，选择仪器，安全调试，完成实验任务等。

(3) 培养学生实事求是的科学态度、严谨踏实的工作作风以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

3. 物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的，学生应重视物理实验教学的三个重要环节。

(1) 实验预习：课堂时间有限，为了有效地利用课上时间高质量地完成实验课的任务，就需要课前对实验内容进行预习，要仔细阅读实验教材，了解本次实验的目的、内容、基本原理，使用的仪器，实验关键，根据实验任务有时还要事先画好记录数据的表格，有些实验还要求学生课前自拟实验方案，自己设计线路图或光路图，自拟数据表格等。因此，课前预习的效果是实验中能否取得主动权的关键。

(2) 实验操作：学生进入实验室后应遵守实验室规则，像一个科学工作者那样要求自己，经教师允许后开始安装调试仪器，安全操作，要注意细心观察实验现象，认真钻研和探索实验中的问题。在遇到问题时，应冷静地分析和思考，仪器发生故障时要及时报告教师，并在教师指导下学习排除故障的方法。总之，要把着重点放在培养实验的能力上，而不是测出几个数据就完成了任务。对实验数据要严肃对待，要用钢笔或圆珠笔记录原始数据。如确系记错了，也不要涂改，应轻轻划上一道，在旁边写上正确值(错误多的，必须重

新测量)，使正误数据清晰可辨，以供分析测量结果和误差时参考。不可以用铅笔记录，也不要先草记在另外的纸上再誊写在数据表格里，这样容易出错，况且，这已不是“原始记录”了。希望同学们从一开始就注意养成良好的习惯，以不断培养良好的科学作风。实验结束时，将实验数据交教师审阅签字，整理还原仪器后经教师允许方可离开实验室。

(3) 实验总结：实验后要对实验数据及时进行处理。如果原始记录删改较多，应加以整理，对重要的数据要重新列表。数据处理过程包括计算、作图、误差分析等。计算要有计算式及简要的计算过程，代入的数据都要有根据，便于别人(教师)看懂，也便于自己检查。作图要按作图规则，图线要规矩、清晰。数据处理后应给出实验结果。最后要求撰写出一份简洁、明了、工整的实验报告。每一个大学生都必须具备报告总结工作成果的能力，撰写实验报告为今后撰写科学论文奠定了基础。

实验报告的内容包括：

① 实验名称。

② 实验目的。

③ 实验原理。简要叙述(不要抄写教材，应自己归纳、总结)有关物理内容(包括电路图、光路图或实验装置示意图)及测量中依据的主要公式，式中各量的物理含义及单位，公式成立所应满足的实验条件等。

④ 实验步骤。根据实验的实际操作过程写明关键步骤，不可过简。

⑤ 数据表格与数据处理。记录中应有实验台编号、规格及完整的实验数据。要完成计算、曲线图、误差分析，最后写出实验结果。

⑥ 思考题。思考题是实验的要点，要认真思考。

报告一律使用学校统一规定的实验报告用纸，要用坐标纸画实验曲线。

4. 实验室规则

(1) 学生要在课前预习的前提下，才可进入实验室，必须带上预习的书面记录(如预习报告或数据记录表格)，要根据实验室具体要求，进行实验。

(2) 遵守课堂纪律，保持安静的实验环境。

(3) 使用电源时，务必经过教师检查线路后才能接通电源。

(4) 爱护仪器。进入实验室不能擅自搬弄仪器，实验中要严格按操作规程操作，如有损坏，照章赔偿。公用工具用完后应立即放回原处。

(5) 做完实验，学生应将仪器整理还原，将实验台面和凳子收拾整齐。经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后，才能离开实验室。

(6) 实验报告应在教师要求的时间内交抵实验室。

第 1 章　测量误差与数据处理

1.1　测量与误差

物理实验作为一门定量的科学，无论是研究物理现象、验证物理原理，还是研究物质特性等，都离不开物理量的测量。为了进行测量，每一个物理量都有相应的计量单位。测量就是将待测的物理量与相应的计量单位进行比较，其倍数即为测量值。

待测物理量的测量可分为两类：一类是用量具或仪器直接读出测量的结果，这一类测量称为直接测量，相应的物理量为直接测得量。另一类是间接测得的，由直接测得量代入公式进行计算得出测量结果，这类测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测得量。

测量按测量条件的不同还可分为等精度测量和不等精度测量。等精度测量是指测量过程中，影响测量的诸因素相同的测量。在测量条件相同的情况下进行的一系列测量是等精度测量。例如，由同一个人在同一仪器上采用同样测量方法对同一被测物理量进行多次重复测量，每次测量的可靠程度都相同，这些测量就是等精度测量，否则就是非等精度测量。

等精度测量，其测量结果的数据处理比较容易；而非等精度测量其数据处理很复杂，所以只有在非用不可的情况下，才采用非等精度测量。在大学物理实验中一般采用等精度测量，下面介绍的误差理论和数据处理等方法只限于等精度测量。

人们用仪器对某一物理量进行测量时，由于仪器、实验条件等各种因素的限制，测量结果总是与客观存在的实际值——真值之间有一定的偏差，这个偏差值称为测量的误差。误差的大小反映了人们的认识接近于客观真实的程度。误差存在于一切测量中，而且贯穿于测量的始终。

测量的目的是设法减少测量误差，尽可能得到被测物理量的最接近值，并估算出测量结果的误差。为此，必须研究误差的性质、来源和规律，以便达到测量的目的。

根据误差的性质和产生的原因，直接测量的误差可分为系统误差、偶然误差(或称随机误差)、过失误差(或称粗差)三种。

一、系统误差

系统误差的特征是其确定性。在同一条件(方法、仪器、环境和观测人均不变)下进行多次测量时，误差的大小和正负或保持不变，或在条件改变时按一定的规律变化。增加测量次数并不能减少这种误差对测量结果的影响。

1. 系统误差的主要来源

1) 仪器误差

这是由于测量工具或仪器本身的缺陷而产生的，如天平臂不等长，砝码标称质量不准确，秒表的周期或刻度不准等。

2) 方法误差

这是由于实验方法或理论不完善而导致的。如采用伏安法测电阻时(采用不同的连接方法)，电表的内阻产生的误差。采用单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 测量周期时，摆角引起的误差，这些都是方法误差。

3) 环境误差

这是由于周围环境(如温度、压力、湿度、电磁场等)与实验要求不一致而引起的误差。

4) 人身误差

这是由于观测人员生理或心理特点所造成的误差，如个人的习惯与偏见等。

系统误差一般都有较明显的原因，因此可以采取适当的措施加以限制或消除。系统误差是测量误差的重要组成部分，所以发现系统误差，弄清其产生的原因，进而消除它对测量结果的影响是物理实验的一项重要任务。

2. 发现系统误差的方法

由于系统误差的性质，系统误差是不能通过多次重复测量发现的，要发现系统误差，必须仔细地研究测量理论和方法的每一步推导，检验和校准每一件仪器，分析每一个实验条件，考虑每一次调整和测量，注意每一个因素对实验的影响，下面介绍几种发现系统误差的方法。

1) 对比的方法

(1) 实验方法的对比。用不同的方法测同一个量，看结果是否一致。如用单摆测得重力加速度 $g=(980\pm1)\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$，用复摆测得 $g=(983.0\pm0.3)\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$，在精密测量中用自由落体法测得 $g=(977.63\pm0.05)\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$。三种方法测得的结果不一致，即它们在所估算的误差的范围内不重合，一般来说，这说明至少两种测量中存在系统误差没有发现或合理估算。

(2) 仪器对比。用两个电流表接入同一个电路，读数不一致，说明至少有一个有明显的系统误差。如果一个是标准表，就可以得出另一个表的修正值。

(3) 改变测量方法，例如把电流反向读数，刻度盘转 180°读数等，观察结果是否一致。

(4) 改变实验中某些参量的数值，测量结果若有单调的变化或规律性的变化，就说明存在系统误差。

(5) 改变实验条件，例如，将电路中某个元件的位置改变一下，观察对结果是否有影响。

(6) 更换测量人，可以发现人员的系统误差。

2) 理论分析的方法

(1) 分析实验理论公式所要求的条件在实验测量过程中是否得到满足。

(2) 分析仪器要求的条件是否得到满足，例如，0.1 级电阻箱要求在(20±8)℃环境下使用，电表要求水平或垂直放置等，不合要求必然会产生系统误差。

(3) 数据分析法，当偶然误差很小时，将测量的偏差 $\Delta x_i = x_i - x$ 按测量的先后次序排列，观测 Δx_i 的变化，如果 Δx_i 呈现规律性变化，则必然有系统误差存在。

3. 消除系统误差的方法

1）消除产生系统误差的根源

(1) 采用符合实验的理论公式。

(2) 严格保证仪器和实验所要求的条件。

(3) 多人做重复实验。

2）找出修正值并对测量结果进行修正

通过使用特殊测量方法，设计专用仪器来抵消系统误差。实验中常用对换法、补偿法、异号法、对称测量法、半周期偶次测量等特殊方法消除系统误差。

二、偶然误差

偶然误差的特征是其随机性。在同一条件下多次测量某一物理量时，即使消除了一切引起系统误差的因素，测量结果也仍然存在着误差，这种误差称为偶然误差。

1. 偶然误差的来源

偶然误差是由于人的感官灵敏程度和仪器精密度(最小刻度)的限制，周围环境的干扰及随测量而来的其他不可预测的偶然因素所造成的。观测时，待测物对得不准，平衡点定得不准，直接测量结果的显示不可能绝对准确。温度、湿度、电源电压的起伏等也会引起误差。偶然误差不能像系统误差那样找出明显的原因并加以限制或消除。

2. 偶然误差的规律

偶然误差使测量值有时偏大，有时偏小，不可预知。但当对某一物理量进行测量次数较多时，这些测量结果将呈现出一定的统计规律性，也就是说，偶然误差服从一定的统计分布。偶然误差在测量次数很多时，可以认为近似遵从正态分布规律，如图 1 所示。

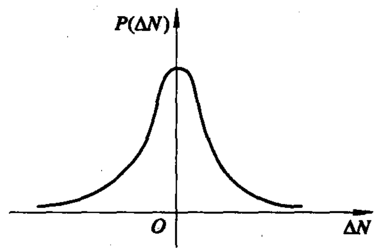

图 1　正态分布

横坐标 ΔN 表示偶然误差；纵坐标 $P(\Delta N)$ 表示某个误差出现的机会(概率密度)。由图可知，其绝对值相等的正负误差出现的概率相等，绝对值小的误差出现的概率大，即有单峰、对称、正负相消、有界性。

3. 测量结果的处理

由偶然误差的统计规律可知，增加测量次数取测量的平均值作为测量结果可以减小误差，提高可靠度。这就是做实验时重复多次测量取平均值作为测量结果的依据。当然，并不是测量次数越多越好，因为增加测量次数要延长测量时间，这将给保持稳定的测量条件增加困难。同时，增加测量次数也会给测量者造成疲劳，这又可能引起较大的观测误差。另外，增加测量次数只能减少偶然误差而不能减少系统误差。只有当个别测量的偶然误差超过该测量的系统误差时，多次测量才有意义，所以实际观测次数不必过多，在物理实验中一般限于 5～10 次(或 3 次以上)。当偶然误差小于系统误差时，多次测量就没有意义了，可以只做单次测量，总误差就只估算系统误差(一般只估算仪器误差)。

三、过失误差

过失误差即实验过程中由于过失、错误所产生的误差。凡是用测量时的客观条件不能解释为合理的那些明显歪曲测量结果的误差，均称为过失误差，亦称粗差。过失误差是实验者在观测、记录和整理数据过程中由于缺乏经验、粗心大意、疲劳等原因引起的。应防止粗差的出现。

含有粗差的测量值称为异常值或坏值，应剔除。

总之，系统误差、偶然误差、过失误差，由于它们的性质不同，来源不同，处理的方法也不同。

【补充材料】

有关偶然误差——正态分布的补充知识

正态分布是常见的一种连续型分布。在物理实验中，测量值和测量的偶然误差都可以认为近似遵从正态分布。

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2},\quad -\infty<x<\infty \tag{1}$$

或写作

$$p(x)=n(x;\mu,\sigma^2)$$

的形式，则称这个随机变量 x 的分布为正态分布，服从正态分布的随机变量称为正态变量。

正态变量的分布函数如下：

$$P(x)=\int_{-\infty}^{x}p(x)\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\mathrm{d}x \tag{2}$$

或写作

$$P(x)=N(x;\mu,\sigma^2)=\int_{-\infty}^{x}n(x;\mu,\sigma^2)\mathrm{d}x$$

式(1)及(2)中的 σ 取正值。μ 和 σ 是正态分布的两个参数，μ 和 σ 确定，这个随机变量的分布也就完全确定。正态分布的概率密度曲线如图 1 所示，图中 x 代表某一物理量的测量值，$P(x)$为测量值的概率密度，μ 与正态分布概率密度曲线的峰值相对应。可以求出 $P(x)$ 曲线下的面积在区间$(\mu-\sigma,\ \mu+\sigma)$内占曲线下全部面积的 68.27%，即 x 落在区间$(\mu-\sigma,\ \mu+\sigma)$内的概率为 68.27%。由于 $P(x)$是归一化的，故概率密度曲线下的面积是 1。因此，σ 越大，曲线的峰值就越低；σ 越小，曲线的峰值就越高，如图 2 所示。

μ 是物理量 x 的真值，x 取 μ 时，它的偶然误差为零。物理量 x 的测量结果落在$(\mu\pm\sigma)$区间的概率为 68.27%，σ 的大小反映了测量结果的误差大小，故把 σ 定义为随机变量 x 的标准误差。

如果已知正态分布的随机变量 x 的两个参数 μ 和 σ，则可计算出随机变量在任何区间的概率：

在区间$(\mu-3\sigma,\ \mu+3\sigma)$内的概率为 99.73%；

在区间$(\mu-2\sigma,\ \mu+2\sigma)$内的概率为 95.5%；

在区间($\mu-1.645\sigma$, $\mu+1.645\sigma$)内的概率为 90.0%；
在区间($\mu-0.674\sigma$, $\mu+0.674\sigma$)内的概率为 50.0%。

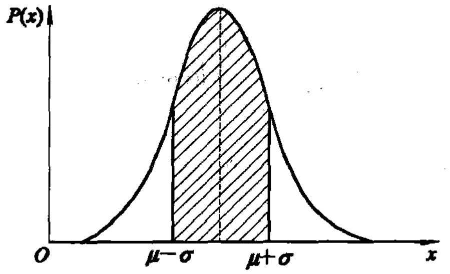

图 1　正态概率密度曲线

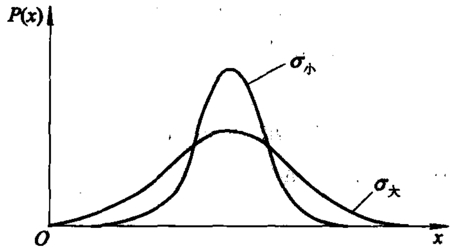

图 2　不同 σ 的正态分布曲线

1.2　精密度、准确度和精确度

精密度、准确度和精确度都是评价测量结果的量，它们之间既有联系，也有区别。

精密度是衡量多次测量数值之间互相接近程度的量，由偶然误差的大小决定，与系统误差无关。测量精密度高是指多次重复测量结果比较集中一致，测量的偶然误差小，系统误差可能较大。

准确度是衡量所测数值与真值接近程度的量。测量的准确度高是指多次测量的平均值偏离真值较小，系统误差也一定小，偶然误差可能不小。

精确度是反映所测数值的精密度与准确度的综合情况的量。测量的精确度高是指测量数值既比较集中一致，又在真值附近，即测量的系统误差和偶然误差都比较小。

以打靶为例说明上述三个概念的意义。如图 1 所示，其中(a)图表示精密度较高，但准确度不高；(b)图表示精密度较低，但平均的结果可能很接近靶心(在物理量的测量上是指平均值很接近真值)，准确度可能很高；(c)图则表示精密度和准确度都很高，即精确度高。另外，精确度常说成精度，但精度的意思较多。一般对实验结果来说，精度多指相对误差的数量级，如 $E=1.0\%$，则可称精度为 10^{-2}；对仪器来说，精度多指仪器的最小分度值。

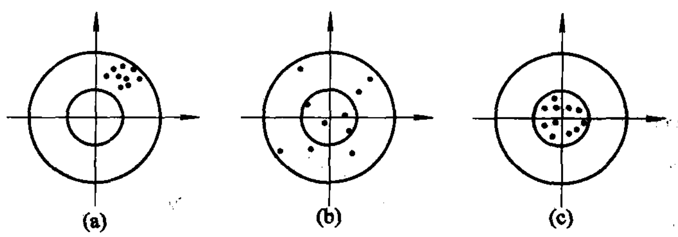

图 1　测量的精密度、准确度、精确度

1.3　直接测量的标准差估算

一般情况下，对直接测量量进行多次测量，测量结果取其算术平均值，结果的误差由

偶然误差表示。

一、多次测量的算术平均值

由于测量误差的存在，测量结果是一个随机变量。在任何测量中，真值总是不能确切知道的。在测量条件不变的情况下，以多次测量的算术平均值作为真值的最佳值，即测量结果。

如对某一物理量 N 进行了 k 次测量，得到测量值分别为 N_1、N_2、$\cdots N_k$，是一个测量列，则 N 的该测量列的算术平均值定义为

$$\overline{N} = \frac{1}{k}(N_1 + N_2 + \cdots + N_k) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} N_i \tag{1}$$

注意：$\overline{N}$ 也是一个随机变量。因为我们对该物理量作另一组 k 次测量得到另一个 $\overline{N}$。由偶然误差服从正态分布的理论可知，当测量次数无限增加时，算术平均值将无限接近真值，即 $\overline{N} \to N_0$（不考虑系统误差），因此以多次测量的算术平均值作为测量结果是合理的、可信赖的、最佳的真值近似值。

二、偶然误差的估算

测量值与真值之差称为误差。由于实际测量中只能进行有限次测量，故实际测量中得不到真值，因此，也得不到测量的误差，只能得到测量值与算术平均值之差。测量值与算术平均值之差称为偏差，因为算术平均值是真值的最佳近似值，故用偏差来估算误差是合理的。用偏差来估算误差的方法有很多种，这里只介绍最常用的两种：算术平均偏差和算术平均值的标准偏差。

1. 算术平均偏差

设第 i 次测量值 N_i 与平均值 $\overline{N}$ 的偏差为 $\Delta N_1 = N_1 - \overline{N}$，$\Delta N_2 = N_2 - \overline{N}$，…，$\Delta N_k = N_k - \overline{N}$，则算术平均偏差 δ 定义为

$$\delta = \frac{1}{k}(|\Delta N_1| + |\Delta N_2| + \cdots + |\Delta N_k|) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} |\Delta N_i| \tag{2}$$

2. 算术平均值的标准偏差

根据误差理论，可以得出估算偶然误差的更精确的方法，这就是利用标准偏差 S 去估算误差的方法。在有限次（k 次）测量中，测量列中任一次测量结果 N_i 的标准偏差 S_N 定义为

$$S_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(N_i - \overline{N})^2}{k-1}} \tag{3}$$

S_N 标准偏差描述测量结果 N_i 的密集程度，即反映出被测量的偶然误差大小。S_N 是一个随机变量，每组 k 次测量量的 S_N 是不同的，从理论上可以证明当 $k \to \infty$ 时，$S_N \to \sigma_N$，

$\lim\limits_{k\to\infty}S_N=\sigma_N$，$\sigma_N$ 为 N 的标准误差。

σ_N 是反映 N 分布形状的一个正常数，它的大小代表着 N 的偶然误差大小，可以证明，测量列中任意一个测量结果 N_i 落在 $N_0\pm\sigma_N$ 内的概率为 68.3%；落在 $N_0\pm2\sigma_N$ 和 $N_0\pm3\sigma_N$ 的概率为 95.5%和 99.7%。

k 次测量结果的算术平均值 $\overline{N}$(注意，$\overline{N}$ 也是随机变量)的标准偏差 $S_{\overline{N}}$ 定义为

$$S_{\overline{N}}=\frac{S_N}{\sqrt{k}}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{k}(N_i-\overline{N})^2}{k(k-1)}} \tag{4}$$

$S_{\overline{N}}$ 是一个描述不同组的 k 个测量值平均值 $\overline{N}_i$ 的密集程度的量，它反映出 $\overline{N}_i$ 的偶然误差大小。

$S_{\overline{N}}$ 也是一个随机变量，当 $k\to\infty$ 时，$S_{\overline{N}}\to\sigma_{\overline{N}}$，$\lim\limits_{k\to\infty}S_{\overline{N}}=\sigma_{\overline{N}}$，$\sigma_{\overline{N}}$ 为 $\overline{N}$ 的标准误差，$\sigma_{\overline{N}}$ 与 $\overline{N}$ 的关系，和 σ_N 与 N 的关系一样。$\sigma_{\overline{N}}$ 是反映 $\overline{N}$(也是随机变量)分布形状的一个正常数，它的大小代表着 $\overline{N}$ 的偶然误差大小，同样可证 N 的任一组测量结果 $\overline{N}_i$ 落在 $N_0\pm\sigma_{\overline{N}}$ 内的概率为 68.3%，落在 $N_0\pm2\sigma_{\overline{N}}$ 和 $N_0\pm3\sigma_{\overline{N}}$ 的概率为 95.5%和 99.7%。

我们要估算 $\overline{N}$ 的偶然误差就要估算 $\sigma_{\overline{N}}$，由于 $S_{\overline{N}}\to\sigma_{\overline{N}}$($k\to\infty$ 时)，$\sigma_{\overline{N}}$ 不可能准确得到，我们只能用 $S_{\overline{N}}$ 来估算 $\sigma_{\overline{N}}$。而 $S_{\overline{N}}$ 也是一个随机变量，因此用 $S_{\overline{N}}$ 来估算(或代替)$\sigma_{\overline{N}}$ 时，也有个可靠程度的问题，显然测量次数 k 越多，可靠性越高，另外也可以通过扩大误差范围即用 $2S_{\overline{N}}$ 或 $3S_{\overline{N}}$ 来估算误差范围的办法来提高测量结果的可靠性。在这里，就直接用算术平均值的标准偏差 $S_{\overline{N}}$ 来估算 $\sigma_{\overline{N}}$，不过我们要知道测量次数 k 越少，估算 $\sigma_{\overline{N}}$ 的可靠性就越差。

应该清楚，S_N 是测量列中任一次测量值 N_i 的标准误差 σ_N 的估算，而 $S_{\overline{N}}$ 是对测量列的平均值 $\overline{N}$ 的标准误差 $\sigma_{\overline{N}}$ 的估算，$S_{\overline{N}}=S_N/\sqrt{k}$，这也说明 $\overline{N}$ 作为测量结果比任一次测量值 N_i 都可靠，可以信赖。

3. 单次测量结果的误差估算

由于测量条件的限制无法进行多次测量，或实验要求不高，对一物理量进行了单次测量，这时可根据仪器的具体情况估算。一般情况下，仪器的精度(最小分度值)和仪器本身的最大误差是一致的，所以，我们取仪器精度的一半作为测量结果的算术平均偏差，对于给出 $\Delta_{仪}$(仪器的最大误差)的仪器，则取 $\Delta_{仪}$ 的一半作为算术平均偏差 δ 的估算，即 $\delta_{仪}=\frac{精度}{2}=\frac{\Delta_{仪}}{2}$。电表的最大误差为 $\Delta_{仪}$＝量程×级别%。

4. 量具误差对测量结果的影响

一般而言，合格的量具(仪器)都具有标定的测量精度，同时也有确定的量具(极限)误差 $A_{仪}$，因而在用它测量物理量时，无论怎样精细，测量误差总受 $\Delta_{仪}$ 的制约，即在多次测量时，测量值 $\overline{N}$ 的误差与仪器误差 $\Delta_{仪}$ 相比较，取其较大者作为测量结果的误差。只有当测量条件不符合仪器所要求的工作条件时，才把测量误差与 $\Delta_{仪}$ 加起来，作为测量结果的误差。

例 1：用单摆测重力加速度公式为 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$，对摆长 l 测量 10 次，测量值如表 1 所示。

表 1　摆长 l 的测量值

测量次序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l/cm	100.2	99.8	99.9	100.2	100.0	100.1	99.9	100.0	99.9	100.1

对周期 T 测量 5 次，测量值如表 2 所示。

表 2　周期 T 的测量值

测量次序	1	2	3	4	5
T/s	2.001	2.002	1.998	2.003	1.997

求 l 和 T 的算术平均值 $\bar{l}$、$\bar{T}$，算术平均偏差 δ_l、δ_T，某一次测量结果的 l、T 的标准偏差 S_l、S_T，算术平均值 $\bar{l}$、$\bar{T}$ 的标准偏差 $S_{\bar{l}}$、$S_{\bar{T}}$。

解：

$$\bar{l} = \frac{1}{10}(100.2+99.8+99.9+100.2+100.0+100.1+99.9+100.0+99.9+100.1)\ \text{cm} = 100.01\ \text{cm}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{5}(2.001+2.002+1.998+2.003+1.997)\text{s} = 2.0002\ \text{s}$$

$$\delta_l = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}|l_i-\bar{l}| = \frac{1}{10}(0.2+0.2+0.1+0.2+0.0+0.1+0.1+0.0+0.1+0.1)\text{cm} = 0.11\ \text{cm}$$

$$\delta_T = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}|T_i-\bar{T}| = \frac{1}{5}(0.001+0.002+0.002+0.003+0.003)\text{s} = 0.0022\ \text{s}$$

$$S_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(l_i-\bar{l})^2}{10-1}} = \sqrt{\frac{0.17}{9}}\ \text{cm} = 0.14\ \text{cm}$$

$$S_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(l_i-\bar{l})^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{27\times10^{-6}}{4}}\ \text{s} = 0.0026\ \text{s}$$

$$S_{\bar{l}} = \frac{S_l}{\sqrt{10}} = \frac{0.14}{3.16}\ \text{cm} = 0.044\ \text{cm}$$

$$S_{\bar{T}} = \frac{S_T}{\sqrt{5}} = \frac{0.0026}{2.24}\ \text{s} = 0.0011\ \text{s}$$

我们一般用平均偏差和标准偏差作为测量结果的误差，在计算偏差时，我们最多取两位有效数字，而总误差的估算一般只留一位有效数字。

1.4　间接测量的误差传递

在物理实验中，有些物理量是可以直接测量的，有些物理量则不能直接测量，需依据

直接测得量按一定的公式计算。由于直接测得量存在误差，因此间接测得量(计算得到的量)也必然有一定的误差，误差的传递主要是讨论由直接测得量的误差估算间接测得量的误差问题。

一、算术误差传递公式

设间接测得量 N 和 n 个直接测得量 x_1、x_2、…、x_n 有如下函数关系(n 可以是 1)：

$$N = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{1}$$

设 Δx_1、Δx_2、…、Δx_n，分别代表直接测得量 x_1、x_2、…、x_n 的误差(算术平均偏差)，ΔN 代表由 Δx_1、Δx_2、…、Δx_n 引起的误差，则有

$$N + \Delta N = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \cdots, x_n + \Delta x_n)$$

将上式按泰勒级数展开，略去高次项，得

$$\Delta N = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 \tag{2}$$

设 E 表示相对误差，则有：

$$E = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \frac{\Delta x_1}{N} \tag{3}$$

Δx_1 可正可负，因为估算误差时，往往从误差的上限(最大可能误差)进行估算。公式(2)、(3)可以写成：

$$\Delta N_{\max} = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right| \tag{4}$$

$$E_{\max} = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\Delta x_i}{N} \right| \tag{5}$$

式(4)、(5)就是我们计算间接测得量的算术误差的传递公式。Δx_i 为 x_i 的算术平均偏差。

下面具体讨论一个算术误差传递公式在基本运算(和、差、积、商)中的应用。

1. 和、差的算术误差

设 $N=A+B+C+\cdots$，根据式(4)，有：

$$\Delta N_{\max} = |\Delta A| + |\Delta B| + |\Delta C| + \cdots$$

2. 积、商的误差

设 $N=A \cdot B \cdot C\cdots$ 或 $N=A/B$，根据式(5)分别得

$$E_{\max} = \frac{\Delta N}{N} = \left|\frac{\Delta A}{A}\right| + \left|\frac{\Delta B}{B}\right| + \left|\frac{\Delta C}{C}\right| + \cdots$$

$$E_{\max} = \left|\frac{\Delta A}{A}\right| + \left|\frac{\Delta B}{B}\right|$$

由此可见，和、差的绝对误差为各直接测得量的绝对误差之和；积、商的相对误差为各直接测得量的相对误差之和。

在物理实验中，应用误差传递公式进行计算时，先算和、差的绝对误差，后算相对误差；先算积、商的相对误差，后算绝对误差，这样比较方便。

例 2：用例 1 的公式及测量值，计算重力加速度 g 的算术误差 Δg。

解：由例 1 求出 $\bar{l}=100.01$ cm，$\overline{T}=2.0002$ s，$\delta_l=0.11$ cm，$\delta_T=0.0022$ s。