正文科技文庫

機械公式應用手冊

正文書局編譯委員會編

23-61
4

正文書局印行

正文科技文庫

機械公式應用手冊

正文書局編譯委員會編譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

正文書局印行

原序

要說機械工業是工業的基礎，當不敢誇大其詞，唯其如此，從事機械工業的技術人員之培養，乃成爲斯界熱切盼望的課題。我國的機械技術進步神速，但是，無論如何必須多多瞭解較基礎性的領域。

我們這幾個同仁，在一次聚會促膝談心之餘，曾經檢討過機械技術之最基礎的是什麼？如何學習？等許多問題。當時，有人提議爲了要養成解決問題之能力，最重要的是能把公式運用自如。以此爲契機，同仁乃以公式之有效運用爲着眼點，去無存精，編纂本書，俾經常利用。

本書之編纂，我們特別留意下列幾點。

㈠ 關於公式之選定，曾經考慮以高工機械科學生學習之程度，並着重於重要性和必需性。

㈡ 公式曾考慮到有機性的關聯性，做有系統的編排。

㈢ 也考慮到將一個公式予以變形，俾收有效運用之效

㈣ 關於列題則選用能有效運用公式而也能養成計算能力的適當的例題。

本書之執筆同仁、皆在高級等工業學校長年爲培養技術人員而不遺餘力的名師，編者深信透過他們的經驗，本書將有助於各位讀者對機械公式有更深一層瞭解與進步，則讀者幸甚。

編者謹識

數學符號

符號	意義	符號	意義
$+$	加，正	$n!$	n 階層
$-$	減，負	$\vert x \vert$	x 之絕對值
$\pm$	加或減，正或負	$\vert \quad \vert$	行列式，絕對值
$\times$	乘	Σ	總和
$\div$	除	Π	相乘積
$=$	等於	ε, e	自然對數之底
$\neq$	不等於	i, j	虛數之單位
$\fallingdotseq$	幾乎等於	π	圓周率
$>$	大於	$(\quad)$	小括弧
$<$	小於	$\{\quad\}$	中括弧
$\not>$	不大於	$[\quad]$	大括號
$\not<$	不小於	$\bar{a}$	a 之平均值
$\geqq$	大於或等於	%	百分比
$\leqq$	小於或等於	G.C.M.	最大公約數
$\gg$	非常大於	L.C.M.	最小公倍數
$\ll$	非常小於	$\angle$R	直角
$\equiv$	經常等於	$\parallel$	平行
$\not\equiv$	經常不等於	$\backsim$	相似
$:$	比	$\therefore$	故
$\propto$	成比例	$\because$	因爲
∞	無限大	θ°	度
x^n	x 之 n 次方	θ'	分
$\sqrt{x}$	x 之平方根	θ''	秒
$\sqrt[n]{x}$	x 之 n 次方根	rad	弧度

希臘文

α	alpha	ι	iota	ρ	rho
β	beta	κ	kappa	σ	sigma
γ	gamma	λ	lambda	τ	tau
$\delta \quad \partial$	delta	μ	mu	υ	upsilon
ε	epsilon	ν	nu	ϕ	phi
ζ	zeta	ξ	xi	χ	chi
η	eta	o	omicron	ψ	psi
θ	theta	π	pi	ω	omega

機械公式應用手冊

目　　錄

此为试读，需要完整PDF请访问： www.ertongbook.com

1. 二力之合成

[1] 二力在角α交叉時(見圖1)

$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}\quad[\mathrm{kg}]\qquad(1)$$

$$\tan\phi=\frac{F_2\sin\alpha}{F_1+F_2\cos\alpha}\qquad(2)$$

ϕ：合力R和力F_1所形成之角

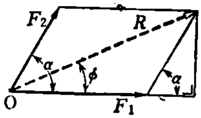


圖1

[2] 二力交叉成直角時(見圖2)

$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\quad[\mathrm{kg}]\qquad(3)$$

$$\tan\phi=\frac{F_2}{F_1}\qquad(4)$$

【例題】 試求30 kg與40 kg二力形成60° 而作用於一點時之合力。

【解答】 將$F_1=30\,\mathrm{kg}$，$F_2=40\,\mathrm{kg}$代入於公式(1)，(2)，則

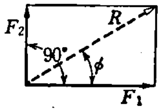


圖2

$$R=\sqrt{30^2+40^2+2\times30\times40\times\cos60^\circ}$$

$$=\sqrt{3700}=60.8\,\mathrm{kg}$$

$$\tan\phi=\frac{40\times\sin60^\circ}{30+40\times\cos60^\circ}=\frac{40\times0.866}{30+40\times0.5}=0.693$$

$\therefore\ \phi=34^\circ45'$(和30 kg之力所形成之角)

【例題】 將50 kg之力以水平施於水平面上重量100 kg的物體時，則物體有何力作用於該水平面上？

【解答】 該面承受之力如圖3所示，是100 kg與50 kg之合力R。將$F_1=100\,\mathrm{kg}$，$F_2=50\,\mathrm{kg}$代入於公式(3)，(4)求之。

$$R=\sqrt{100^2+50^2}=112\,\mathrm{kg}$$

$$\tan\phi=\frac{50}{100}=0.5$$

$\therefore\ \phi=26^\circ34'$

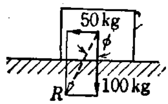


圖3

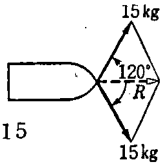


圖4

【例題】 如圖4所示，將二條纜索繫於船上，互相以120°之角度，以15 kg之力拉纜索，試問該船被多大之力拉至哪一方向？

【解答】 將該船拉至進行方向之力是二力之合力。將$F_1=F_2=15\,\mathrm{kg}$，$\cos\alpha=\cos120^\circ=\cos(180^\circ-60^\circ)=-\cos60^\circ=-0.5$代入於公式(1)，則

$$R=15^2+15^2-2\times15\times15\times0.5$$

$$=15\,\mathrm{kg}$$

合力之二力相等，故成其方向在所夾住之角120°之二等分線上。

MEMO 二力不作用於一點而作用於二點時，將二力移動至各作用線之交叉點，應用公式(1)，(2)求出。

2. 矩

[1] 力矩（見圖 1(a)）

$M=Fl=Fl'\cos\theta$

$=F\cos\theta\, l'$ [kg cm]　　(1)

[2] 偶力矩（見圖 1(b)）

$M=Fd$ [kg cm]　　(2)

[3] 矩之合成

$M=\Sigma M_i=\Sigma F_i l_i\ (=\Sigma F_i d_i)$　　(3)

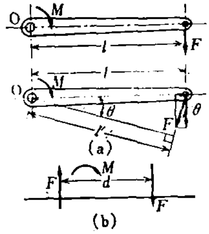


圖 1

【例題】 試就圖 2，求軸周圍之矩。

【 解 】 將 $F=15$kg, $l=20\times\cos 30^\circ+10=27.32$ cm代入於公式(1)，則

$M=15\times 27.32=409.8$kg cm

（左轉）

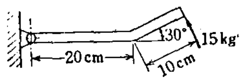


圖 2

【例題】 試就圖 3 求軸周圍之矩。

【 解 】 設右轉之矩爲（+），則應用公式(1)，(3)，

$M=10\times 50\times\cos 60^\circ-30\times 30-20$

$\times 20+10\times 40=-650$kg cm （左轉）

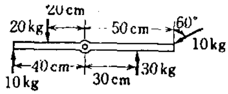


圖 3

【例題】 如圖 4 所示，有四力作用於正方形的零件。這時候的軸 0 承受何力之作用？

【 解 】 以四力構成着100kg 與50kg之二力偶。應用公式(2)，(3)，

$M=100\times 10-50\times 20\times\cos 45^\circ$

$=293$kg cm（右轉力偶）

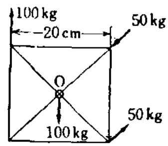


圖 4

【例題】 如圖 5 所示，力 F 在離軸僅 l 之位置發揮作用時，軸所承受的力之作用如何？

【 解 】 卽使大小相同而方向相反的二力在一點上發揮作用，在力學上來說，其結果和二力不發揮作用時相同，故認爲如圖 5 所示，使和 F 相等的二力F′，F″在軸發揮作用。軸由於 F 與F″而承受$M=Fl$的力偶矩，而且也和F 同方向承受力F′（＝F）。

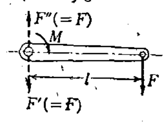


圖 5

MEMO

①Σ 是表示總和的符號。如果將公式(3)寫得更詳細，則

$\Sigma M_i=M_1+M_2+M_3+\cdots\ \Sigma F_i l_i+F_2 l_2+F_3 l_3+\cdots$

②力偶矩是旋轉之原動力。當力偶作用於物體時，不論將軸裝於該物體之任何部位，使物體在該軸周圍旋轉的能力均等。故力偶矩並不如力矩之有中心。

3. 多數力之合成

[1] 力作用於一點（見圖1）

該點周圍之合成矩 $M=0$

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{(\Sigma F_i\cos\alpha_i)^2+(\Sigma F_i\sin\alpha_i)^2}\ [\mathrm{kg}] \tag{1}$$

$$\tan\phi=\frac{R_y}{R_x}=\frac{\Sigma F_i\cos\alpha_i}{\Sigma F_i\cos\alpha_i} \tag{2}$$

[2] 着力點不同（見圖2）

可應用公式(1)，(2)求作用於某點O的合力R。

$$M=\Sigma M_i$$

（參閱 2. 矩．圖 5 例題）

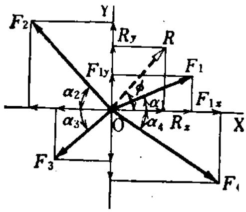


圖 1

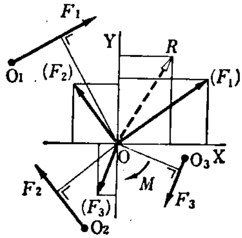


圖 2

【例題】 試求作用於一點的後列四力之合力。

$F_1=7\,\mathrm{kg}$，$F_2=6\,\mathrm{kg}$，$F_3=5\,\mathrm{kg}$，$F_4=4\,\mathrm{kg}$，$\angle F_1F_2$（F_1與F_2所形成之角）$=90°$，$\angle F_2F_3=60°$，$\angle F_3F_4=60°$

【解】 依照圖3，畫XY正交軸，使F_1重疊於X軸，以圖示各力。

$$\begin{cases} F_3x=-F_3\cos30°=-5\times0.866 \\ \quad=-4.33\,\mathrm{kg} \\ F_3y=F_3\sin30°=5\times0.5 \\ \quad=2.5\,\mathrm{kg} \end{cases}$$

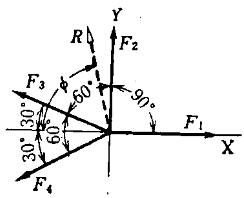


圖 3

應用公式(1)

$$\begin{cases} R_x=7+0-4.33-3.46=-0.79\,\mathrm{kg} \\ R_y=0+6+2.5-2=6.5\,\mathrm{kg} \end{cases}$$

$\therefore R=\sqrt{0.79^2+6.5^2}=\sqrt{42.87}=6.55\mathrm{kg}$

$$\tan\phi=-\frac{6.5}{0.79}=-8.23$$

$\therefore \phi=83°$（因$\tan\phi$之結果為負，故比－X軸更向Y軸）

MEMO 將XY軸予以重疊的力可以不分解。

4. 平行力之合成

[1]同向的二平行力之合成（見圖1）

$$R = F_1 + F_2 \qquad (1)$$

$$l_1 = l\frac{F_2}{F_1 + F_2} \qquad l_2 = l\frac{F_1}{F_1 + F_2} \qquad (2)$$

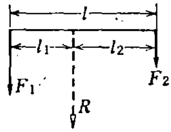


圖 1

l_1：合力R與力F_1所作用的作用線間之距離[cm]
l_2：合力R與力F_2所作用的作用線間之距離[cm]
l ：力F_1與力F_2所作用的作用線間之距離 [cm]

[2]反向的二平行力之合成（見圖2）

$$R = F_1 - F_2 \qquad (3)$$

$$l_1 = l\frac{F_2}{F_1 - F_2} \qquad l_2 = l\frac{F_1}{F_1 - F_2} \qquad (4)$$

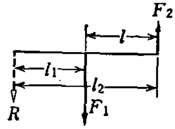


圖 2

合力R在大的力之外側爲同向。

[3]多數的平行力之合成（見圖3）

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots\cdots = \Sigma F_i \qquad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \cdots\cdots}{R} = \frac{\Sigma F_i l_i}{\Sigma F_i} \qquad (6)$$

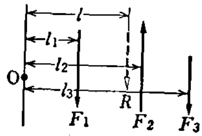


圖 3

各平行力[kg]
任意之點O至力F_i爲止之距離[cm]
點O至合力R爲止之距離[cm]

【例題】 平行的二力40kg與10kg以5cm之距離互相作用。試求二力爲同向時與反向時之合力。

【解】 二力同向時，將$F_1 = 40$kg，$F_2 = 10$kg 代入於公式(1)，(2)。二力爲反向時，則代入於公式(3)，(4)。

$R = 40 + 10 = 50$kg

$l_1 = 5 \times \frac{10}{40+10} = 1$ cm

$R = 40 - 10 = 30$kg

$l_2 = 5 \times \frac{10}{40-10} = 1.67$ cm

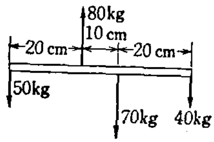


圖 4

【例題】 試求依圖4發揮作用的四平行力之合力。

【解】 力以向下爲正、而矩則以右轉爲正。將$F_1 = 50$kg，$F_2 = -80$kg、$F_3 = 70$kg，$F_4 = 40$kg，$l_1 = 0$，$l_2 = 20$cm，$l_3 = 30$cm，$l_4 = 50$cm代入於公式(5)，(6)

$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80$ kg（向下）

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = \frac{2500}{80} = 31.3\text{cm}$$

因合力之矩2500kgcm是右轉，故合力R就作用於比F_1更右邊31.3cm之處。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

5. 重心與圖心

［1］重心之位置（見圖1）

$$\bar{x}=\frac{\Sigma w_i x_i}{W} \qquad \bar{y}=\frac{\Sigma w_i y_i}{W} \qquad (1)$$

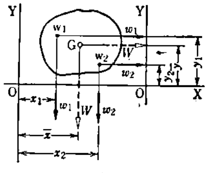


圖 1

$\bar{\chi}$，$\bar{y}$：重心之座標［cm］，χ_i，y_i：各部份之座標［cm］，w_i：各部份之重量［kg］，W：物體之重量［kg］

［2］圖心之位置

$$\bar{\chi}=\frac{\Sigma a_i \chi_i}{A} \qquad \bar{y}=\frac{\Sigma a_i y_i}{A} \qquad (2)$$

$\bar{\chi}$，$\bar{y}$：圖心之座標［cm］，χ_i，y_i：各部份之座標［cm］，a_i：各部份之面積［cm^2］，A：全面積［cm^2］，$a_i\chi_i$，$a_i y_i$：各部份之面積矩［cm^3］

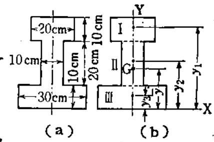


圖 2

【例題】有一個使用勻質的材料製成的形狀如圖2(a)所示的零件。假設其厚度均勻，則其重心之位置在何處？

【解】將圖2(a)之零件，依照(b)所示分割為Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三個部份。因材料勻質而厚度均勻，故重心和將厚度剖成一半的面之圖心一致。因形狀左右對稱，故圖心就在中心線上。根據圖2(b)，將 $a_1=10\times20=200\ cm^2$，$a_2=20\times10=200\ cm^2$，$a_3=10\times30=300\ cm^2$，$A=200+200+300=700\ cm^2$，$y_1=10+20+5=35\ cm$，$y_2=10+10=20\ cm$，$y_3=5\ cm$ 代入於公式(2)

$$\bar{y}=\frac{200\times35+200\times20+300\times5}{700}=\frac{12500}{700}=17.9\ cm$$

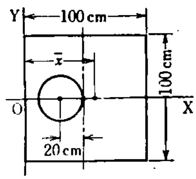


圖 3

【例題】有一依圖3所示開了圓孔的正方形的薄板。試求此圖心之位置。

【解】依照圖3取XY軸。圖心在X軸上。圓圓地缺損的部份之面積矩須以負予以計算。將 $a_1\chi_1=100\times100\times50=500000\ cm^3$，$a_2\chi_2=-\pi\times20^2\times(50-20)=-37700\ cm^3$，$A=100\times100-\pi\times20^2=8744\ cm^2$ 代入於公式(2)，

$$\bar{\chi}=\frac{500000-37700}{8744}=\frac{462300}{8744}\fallingdotseq 52.8\ cm$$

MENO

①公式(1)，(2)的 $\bar{x}$，$\bar{y}$ 唸如 x bar，y bar 。

②認為物體是簡單的形狀部份之和或差時，首先須各別求各部份的重心（圖心），認為各部份之重量（面積）以正或負落在各點上，決定全體的重心（圖心）之位置，做為其合力之位置。

6. 作用於一點上的力之均衡

[1] 作用於一點上的力之均衡條件

$$\left.\begin{aligned} R_x &= F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}+\cdots\cdots=\Sigma F_{ix}=0 \\ R_y &= F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}+\cdots\cdots=\Sigma F_{iy}=0 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

F_{ix} ; F_{iy} :以着力點為原點的X Y正交軸上之各力之分力 [kg]

R_x, R_y: 各力的X Y分力之總和

[2] 三力之均衡(拉密的定理)(見圖1)

$$\frac{F_1}{\sin\alpha_1}=\frac{F_2}{\sin\alpha_2}=\frac{F_3}{\sin\alpha_3} \qquad (2)$$

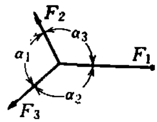


圖 1

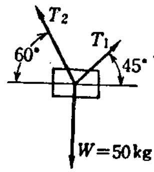


圖 2

【例題】依圖2所示,將二條繩子繫於重量50 kg的物體之一點,分別向和水平形成60°,45° 的方向拉下去,把物體掛起來。試求這時候的二條 繩子之張力。

【解 】假設繩子的張力為T_1 ,T_2 ,物體的重量為W,則T_1, T_2, W之三力呈均衡。故應用公式(1),可得下示的均衡之公式。

$R_x=T_{1x}+T_{2x}+W_x=0\cdots\cdots①$ $\quad R_y=T_{1y}+T_{2y}+W_y=0\cdots\cdots②$

$T_{1x}=T_1\cos45°=0.707T_1$, $T_{1y}=T_1\sin45°=0.707T_1$, $T_{2x}=-T_2\cos60°=-0.5T_2$,

$T_{2y}=T_2\sin60°=0.866T_2$, $W_x=0$, $\quad W_y=-50\,\text{kg}$

$\therefore\quad 0.707T_1-0.5T_2=0\cdots\cdots③ \qquad 0.707T_1+0.866T_2-50=0\cdots\cdots④$

④−③ $\quad 1.366T_2=50 \qquad \therefore\quad T_2=36.6\,\text{kg}$

代入於③ $\qquad T_1=25.9\,\text{kg}$

【例題】使用拉密定律試解前題。

【解 】將 $F_1=W=50\,\text{kg}$, $F_2=T_1$, $F_3=T_2$, $\quad \sin\alpha_1=\sin\{180°-(60°+45°)\}=\sin75°=0.966$, $\sin\alpha_2=\sin(60°+90°)=\cos60°=0.5$, $\sin\alpha_3=\sin(45°+90°)=\cos45°=0.707$代入於公式(2),則

$$\frac{50}{0.966}=\frac{T_1}{0.5}=\frac{T_2}{0.707}$$

據此。 $T_1=25.9\,\text{kg}$, $T_2=36.6\,\text{kg}$

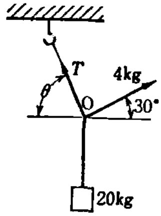


圖 3

【例題】圖3之各力呈均衡。試求繩子的張力T和水平形成之角θ 。

【解 】根據公式(1),可得下列的均衡之公式。

$R_x=4\cos30°-T\cos\theta=0\cdots\cdots①$

$R_y=4\sin30°+T\sin\theta-20=0\cdots\cdots②$

根據①,②,$T\cos\theta=3.46$,$T\sin\theta=18$

$$T=\sqrt{(T\cos\theta)^2+(T\sin\theta)^2}$$
$$=\sqrt{3.46^2+18^2}=18.3\,\text{kg}$$

$$\tan\theta=\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta}=\frac{18}{3.46}=5.2$$

$$\therefore\quad \theta=79°10'$$

MEMO 同一平面上的三力,在三力為平行或集中於一點時,能夠均衡。

7. 着力點不同的力之均衡

[1] 着力點不同的力之均衡條件

$$\left.\begin{aligned} R_x &= F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}+\cdots\cdots=\Sigma F_{ix}=0\\ R_y &= F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}+\cdots\cdots=\Sigma F_{iy}=0\\ M &= M_1+M_2+M_3+\cdots\cdots=\Sigma M_i=0 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

F_{ix} , F_{iy} ： 任意的X Y正交軸方向的各力之分力[kg]，R_x ，R_y ：各自的X Y分力之總和，M_i ： 任意的點之周圍各力矩[kg m]，M：任意的點之周圍各力矩之總和。

【例題】 依圖1所示，將40kg負荷施於由銷與繩支承成平行的棍子之端時，試求繩之張力。

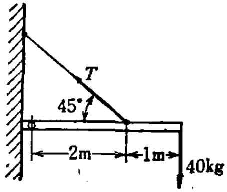


圖1

【 解 】 作用於該棍之力，是負荷40kg與繩張力T與銷的反力之三力，而這三力呈均衡。此題所要求的是張力T而已，故根據銷周圍的二力矩之均衡，可以解答。

將$M_1=40\times3=120$kgm ，$M_2=-T\times\sin45°\times2=-1.4T$ kgm代入於公式(1)，則

$M=120-1.4T=0$

將其解之 $T=85.7$ kg

【例題】 依圖2所示，有200kg，150kg 兩負荷作用於長2m的水平梁。須將那一支點設於何處，左端的支點之反力才能夠達到50kg？又試求該支點之反力大小？

【 解 】 假設R是所求之反力，而該反力位於離左端l之位置。考慮垂直力與O點周圍之矩之均衡，應用公式(1)，

$R_y=50-200-150+R=0$ ·········①

$M=-Rl+150\times1.5+200\times1=0$ ·········②

根據①，$R=300$kg 根據② $l=1.42$ m

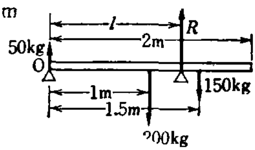


圖2

【例題】 試就圖3，求銷之反力P與繩之張力T。

【 解 】 圖3上，P，W，T三力呈均衡。

應用公式(1)： $R_x=P_x-T\cos30°=0$ ··················①

$R_y=P_y-20+T\sin30°=0$ ············②

$M=-T\sin30°\times2.5+20\times1.5=0$ ··③

根據③ $2.5T\sin30°=30$ $\therefore T=24$ kg

根據① $P_x=T\cos30°=24\times0.866=20.8$kg

根據② $P_y=20-T\sin30°=20-24\times0.5=8$ kg

$\therefore P=\sqrt{P_x^2+P_y^2}=\sqrt{20.8^2+8^2}=\sqrt{495}$

$=22.3$kg

$\tan\theta=\dfrac{P_y}{P_x}=\dfrac{8}{20.8}=0.384 \quad \therefore \quad \theta\doteqdot21°$

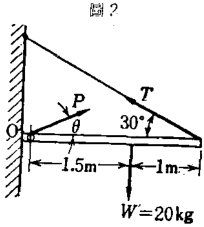


圖3

8. 構架之解法

［1］接合點之方法（求作用於全部構件之力）

按每一節點。適當應用和由構件作用的力均衡的力均衡條件，算出作用於各構件之力。

⇨ 參閱 6. 作用於一點的力之均衡

$$R_x=\Sigma F_{ix}=0 \qquad R_y=\Sigma F_{iy}=0 \tag{1}$$

［2］切斷法（求作用於一部構件之力）

以假想方法考慮將構架予以切斷，對於作用於該部份的外力和由於構件而形成的力適應均衡之條件，算出作用於構件之力。

⇨ 參閱 7. 着力點不同的力之平衡

$$R_x=\Sigma F_{ix}=0 \qquad R_y=\Sigma F_{iy}=0 \qquad M=\Sigma M_i=0 \tag{2}$$

【例題】試求作用於如圖 1 所示的構架的各構件之力。

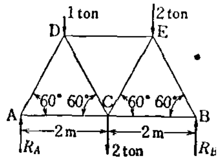


圖 1

【解】將作用於各構件之力，譬如說按 F_{AC} 表示作用於AC構件之力。利用A點周圍的矩之均衡，

$$-R_B\times 4+2000\times 3+2000\times 2+1000\times 1=0$$

$$4R_B=11000 \qquad \therefore R_B=2750\text{ kg}$$

$$R_A=2000+2000+1000-R_B=2250\text{ kg}$$

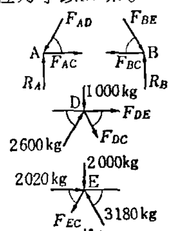
在節點 A，$F_{AD}\sin 60^\circ=R_A$ $\quad\therefore F_{AD}=2600\text{ kg}$（壓縮）

$F_{AC}=F_{AD}\cos 60^\circ=1300\text{ kg}$（拉力）

在節點B，$F_{BE}\sin 60^\circ=R_B$ $\quad\therefore F_{BE}=3180\text{ kg}$（壓縮）

$F_{BC}=F_{BE}\cos 60^\circ=1590\text{ kg}$（拉力）

在節點 D，F_{DC}，F_{DE} 無法以視察知道其方向，故須依圖所示假定爲拉力予以計算。



$F_{DE}+F_{DC}\cos 60^\circ+2600\cos 60^\circ=0$ …………①

$1000+F_{DC}\sin 60^\circ-2600\sin 60^\circ=0$ …………②

根據② $\quad F_{DC}=1440\text{ kg}$（拉力）

根據① $\quad F_{DE}=-2020\text{kg}$（壓縮）

在節點E $2000+F_{EC}\sin 60^\circ-3180\sin 60^\circ=0$

$F_{EC}=870\text{kg}$（拉力）

【例題】試就前題，求作用於構件DE，DC，AC 之力。

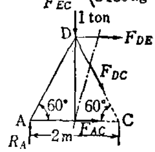


圖 2

【解】以圖 2 之鏈線將構架切斷，考慮五力之均衡。取C點周圍之矩，

$$1000\times 1-2250\times 2-F_{DE}\times 2\sin 60^\circ=0$$

$\therefore F_{DE}=-2023\text{ kg}$（壓縮）

在D點周圍，$F_{AC}\times 2\sin 60^\circ-2250\times 1=0$ $\quad\therefore F_{AC}=1300\text{kg}$（拉力）或根據垂直方向之均衡，

$F_{DC}\sin 60^\circ+1000-2250=0$ $\quad\therefore F_{DE}=1445\text{ kg}$（拉力）

9．滑動摩擦

［1］靜止摩擦（見圖1）

$$F_0=\mu_0 N \qquad (1)$$

$$\tan\phi_0=\mu_0 \qquad (2)$$

F_0：最大摩擦力［kg］

ϕ_0：靜止摩擦角

N：接觸面之垂直壓力［kg］

μ_0：靜止摩擦係數

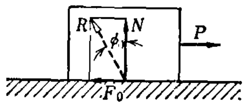


圖1

［2］運動摩擦

$$F=\mu N \qquad (3)$$

$$\tan\phi=\mu \qquad (4)$$

F：運動摩擦力［kg］，μ：運動摩擦係數

ϕ：運動摩擦角，N：接觸面之垂直壓力［kg］

【例題】使20kg 水平力作用於靜止於水平面上的重80kg的物體、這才使該物體移動。試求靜止摩擦係數與摩擦角。

【解】將$F_0=20$kg，　$N=80$ kg 代入於公式(1)，

$$20=\mu_0\times 80 \qquad \mu_0=\frac{20}{80}=0.25$$

將$\mu o=0.25$ 代入於公式(2)

$$\tan\phi_0=0.25 \qquad \text{據此，}\ \phi_0=14^\circ$$

【例題】將重量100kg的物體放在板上，使板傾斜至和水平形成30°之角，結果該物體才開始滑下來。將板再度放成水平，則需要多大之力，才能夠以水平方向之力推動該物體？

【解】在圖2上，是欲將物體沿着傾斜的板拉下來之力，達到最大摩擦力，所以，物體才開始滑動。

$$W\sin\theta=\mu o\, W\cos\theta$$

$$\mu_0=\frac{W\sin\theta}{W\cos\theta}=\tan\theta$$

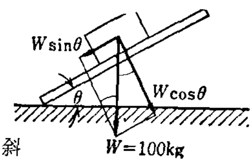


圖2

試將此公式和公式(2)互相比較，則$\theta=\mu_0$，而物體僅藉自重沿斜面滑下來時之傾斜角（叫做靜止角）和摩擦角相等。

$$\mu_0=\tan\theta=\tan 30^\circ=0.577$$

將$\mu o=0.577$，$N=W=100$kg代入於公式(1)，則

$$F_0=0.577\times 100=57.7\text{kg}$$

MEMO　靜止摩擦力產生於和外產相反方向，隨外力一起增加，達到最大摩擦力而不會再大。摩擦力是一種阻力，如果沒有產生該摩擦力之原因的外力，則不能存在。

10. 速度與相對速度

［1］速度

$$v=\frac{s}{t}\ [\mathrm{m/sec}] \qquad s=vt\ [\mathrm{m}] \qquad (1)$$

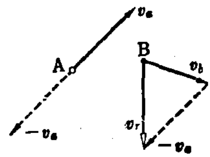


圖 1

［2］相對速度（見圖1）

$$\vec{v_r}=\vec{v_b}+(-\vec{v_a})=\vec{v_b}-\vec{v_a} \qquad (2)$$

v_r：B對A之相對速度

v_a：A之絕對速度

v_b：B之絕對速度

【例題】試求進行等速運動的物體在12秒鐘之間前進240m那時候之速度。

【 解 】將$s=240\ \mathrm{m}$，$t=12\mathrm{sec}$代入於公式(1)，則

$$v=\frac{240}{12}=20\ \mathrm{m/sec}$$

【例題】試求以三小時走完T市與O市間553.7km的列車之平均時速，並以秒速表示該時速。

【 解 】所求的是平均的速度，故將$s=553.7\ \mathrm{km}$，$t=3\ \mathrm{hr}$代入於公式(1)，則

$$v=\frac{553.7}{3}=184.6\ \mathrm{km/hr}=\frac{184.6\times 1000\mathrm{m}}{60\times 60\mathrm{sec}}=51.3\mathrm{m/sec}$$

【例題】試求從以36km/hr以水平疾駛的列車中看以10m/sec垂直下來的雨時之雨落下方向與速度。

【 解 】求雨對觀察者的相對速度即可。

在公式(2)，因$\vec{v_a}=36\mathrm{km/hr}$，$\vec{v_b}=10\mathrm{m/sec}$，故

$$v_r=\sqrt{v_a^2+v_b^2} \qquad \tan\theta=v_a/v_b$$

在這裡，因爲$v_a=36\mathrm{km/hr}=36\times 1000/(60\times 60)\mathrm{m/sec}=10\mathrm{m/sec}$，$v_b=10\mathrm{m/sec}$，故

$$v_r=\sqrt{10^2+10^2}=\sqrt{200}\doteqdot 14\mathrm{m/sec}$$

$$\tan\theta=\frac{10}{10}=1 \qquad \therefore\ \theta=45°$$

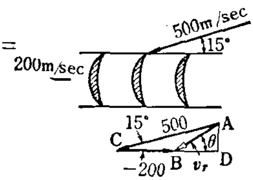


圖 2

【例題】有500m/sec速度的蒸汽如圖所示，噴於正旋轉的汽輪機之輪葉。試就圖2．求以200m/sec之周速碰到輪葉上的蒸汽的速度。

【 解 】在公式(2)，$\vec{v_a}=500\mathrm{m/sec}$，$v_b=200\mathrm{m/sec}$，故

$$v_r=\sqrt{500^2+200^2-2\times 500\times 200\cos 15°}=311\mathrm{m/sec}$$

$$\sin\theta=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AC}\cdot\frac{AC}{AB}=\sin 15°\times\frac{500}{311}=0.416$$

$$\therefore\ \theta=24°35'$$

MEMO　公式(2)的$\vec{v_a}$表示向量v_a。故公式(2)之計算須將向量予以合成。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com