



水科学数学模型丛书  
*Books on Mathematical Models in Water Sciences*

Groundwater Flow Models

# 地下水运动数学模型

杨金忠 蔡树英 王旭升 / 编著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

水科学数学模型丛书

# 地下水运动数学模型

杨金忠 蔡树英 王旭升 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书重点介绍了地下水运动、土壤水运动和溶质运移的基本理论；河渠影响下地下水运动模型及解析解；井流条件下地下水运动模型及井流试验求参方法；地下水数值模拟常用数值方法和数值模型；非饱和带水分运动模型；地下水溶质运移模型和数值方法；地下水分运动的随机数值模型和时间序列分析模型。书中还简单介绍了分析地下水运动、土壤水运动和溶质运移的常用软件和数值方法。

本书可作为水文学与水资源、农田水利、农业水土工程、水文地质、土壤物理等专业的选修课教材，也可作为相关专业科研、教学和工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP) 数据

地下水运动数学模型/杨金忠，蔡树英，王旭升编著. —北京：科学出版社，2009

(水科学数学模型丛书)

ISBN 978-7-03-025758-1

I. 地… II. ①杨…②蔡…③王… III. 地下水运动-数学模型  
IV. P641.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 180846 号

责任编辑：赵 峰 沈晓晶 赵 冰 / 责任校对：陈玉凤

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 11 月第 一 版 开本：787 × 1092 1/16

2009 年 11 月第一次印刷 印张：19 1/2

印数：1—2 000 字数：460 000

定价：59.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈科印〉)

## 《水科学数学模型丛书》学术委员会

主任：刘昌明

委员：（按姓氏笔画顺序）

王 浩 刘昌明 朱显谟 张勇传  
张蔚榛 陈志恺 林学钰 韩其为

## 《水科学数学模型丛书》编写委员会

主任：徐宗学

委员：（按姓氏笔画顺序）

王光谦 方红卫 邓 军 包为民  
伍 超 任立良 刘志雨 刘宝元  
许唯临 杨永全 杨金忠 李占斌  
李怀恩 李 锋 陈吉宁 陈晓宏  
郑邦民 胡铁松 姚文艺 徐宗学  
梅亚东 谢正辉 蔡树英

## 丛 书 序

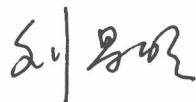
最近 20 年来，伴随着全球社会经济的快速发展，水科学研究也取得了累累硕果，研究理论、技术与方法日新月异，研究对象向微观纵深发展的同时，也进一步向宏观层面拓展，研究尺度从区域、流域扩展到大陆乃至全球范围，尺度问题已成为当今水科学的研究的前沿课题之一。随着信息技术的快速发展和计算机技术的不断进步，地理信息系统、遥感、全球定位系统（3S）在水科学的研究中得到了日益广泛的应用；传统的水资源评价已发展为在可持续发展思想的指导下，包括水量、水质、生态和环境等全方位的评价；水文科学中加强了全球气候变化和人类活动对水循环影响的研究。在这一过程中，数学模型技术在水科学的研究的各个领域得到了前所未有的快速发展和广泛应用，集水文过程、土壤侵蚀、水沙输移、非点源污染以及水资源规划与管理等功能的数学模型如雨后春笋，层出不穷，这些模型技术的诞生和发展极大地丰富了水科学的研究内容，促进了水科学有关学科的发展。

20 世纪 60 年代以来，随着计算机技术的出现，数学模型得到了广泛的认同和应用，在水科学的研究的不同领域诞生了许多概念性水科学数学模型，尤其是最近 20 年来，很多基于物理机制的水科学数学模型应运而生，取得了颇为丰富的研究成果。因此，迫切需要对过去近 50 年来的研究成果进行系统的归纳和总结，对过去近 50 年开发的各种水科学数学模型进行系统的梳理和提炼。2005 年下半年，由北京师范大学徐宗学教授和科学出版社赵峰编辑组织发起，成立了一支由在水科学的研究领域活跃的中青年专家组成的《水科学数学模型丛书》编写委员会。经过一年多的酝酿、筹备和多次编委会论证，决定首批推出《水力学数学模型》、《水文模型》、《水沙输移数学模型》、《地下水运动数学模型》、《水资源管理数学模型》、《水环境数学模型》和《土壤侵蚀数学模型》，分别由四川大学许唯临教授、北京师范大学徐宗学教授、清华大学方红卫教授、武汉大学杨金忠和梅亚东教授、清华大学陈吉宁教授以及西安理工大学李占斌教授负责相应分册的编写工作。以上主要编写人员均为活跃在我国水科学领域的知名中青年专家，并在各自的专业领域和国内外均具有一定的影响力，对水科学数学模型理论与方法的研究进展见解独到。

《水科学数学模型丛书》从开始酝酿到最终出版，前后历时近四年，其

间先后组织召开了多次编写工作协调会议及学术委员会工作会议，在充分讨论并征求由多名院士组成的学术委员会委员意见的基础上，最后确定了各分册的基本框架和主体内容。客观地讲，该丛书选题新颖独到，学术定位准确，紧紧站在学术研究的前沿，它的出版发行，将会极大地丰富和发展水科学前沿研究的理论和方法。

该丛书集成当前国内外水科学研究领域主要的数学模型及其相关的基本理论和求解方法，而且许多内容都是这些编著者自身多年的研究成果，对今后相关研究工作有十分重要的参考价值。尤其是各分册都配有相应的案例介绍，可以作为大专院校、科研院所相关专业研究生的参考用书，也可供水科学与工程专业技术人员与管理人员参考。该丛书的出版发行，一定会推动我国水科学数学模型的研究与应用，也会极大地推动我国的水科学的研究事业。



中国科学院院士  
《水科学数学模型丛书》学术委员会主任  
2009年4月

# 序

地下水是全球水资源的重要组成部分，在社会经济发展中发挥着重要的作用。由于人类对地下水过度开发引起的一系列生态和环境问题，提示人们必须对地下水进行合理开发和有效保护才能达到可持续利用；促使人们进一步加强对地下水科学的研究，从而在地下水运动理论和方法研究方面不断取得新的进展和突破，为解决实际生产问题提供理论基础和技术保障。要实现对地下水的合理开发和持续利用，需要定量分析地下水量和地下水水质的时空分布特征和转化运移规律，地下水运动数学模型是开展这方面工作的理论基础和实用工具。本书在阐述地下水科学领域的基本理论和数学模型的基础上，也将该领域的一些最新研究成果及时传递给读者。

Darcy 定律的提出奠定了地下水运动的理论基础，建立了地下水流通量和水分能量之间的定量关系。根据渗流的基本概念和 Darcy 定律，应用流体力学和水力学的基本理论，可以建立多孔介质中水流运动的基本方程。非饱和土壤中的水分运动是土壤物理学家研究的主要问题之一，根据 Buckingham 和 Richards 的研究，Darcy 定律对非饱和土壤水分运动同样适用，这样，非饱和土壤水分的运动和饱和地下水运动可以利用近乎相同的数学物理方程进行描述，两者之间的主要差别是关于水力传导率和水分能量的描述。多孔介质中溶质运移的基本理论为水动力弥散理论，该理论建立了溶解于多孔介质水分中的溶质通量与水分溶质浓度之间的定量关系，应用流体力学中的质量守恒原理，可以得到多孔介质中溶质运移的水动力弥散方程。作者较简洁地叙述了地下水、土壤水和溶质运移的基本理论，给出了基本方程和定解问题，为地下水运动模型的建立奠定了基础。

描述地下水水流运动或溶质运移的数学形式都是一组偏微分方程（或偏微分方程组）。定量研究地下水、土壤水和溶质运移的问题，实际上是求解偏微分方程的数学问题。早期的求解方法主要为复变函数方法和积分变换方法，对于相对简单的边值问题，利用这些方法得到相应问题的解析解，解析解结果对深入认识和理解地下水水流运动的特征和解决实际生产问题起到了重要作用。该书作者未对解析解的具体求解方法进行详细讨论，但利用少量笔墨简单介绍了典型的解析解和实用公式，主要分析了这些结果的物理意义和应用条件。

对于比较复杂的问题，解析解就显得无能为力了，但可借助于渗流槽模拟、电模拟和数值方法得到问题的近似解。前两种方法在 20 世纪 60~70 年代应用较多，但随着计算机的广泛应用，已逐渐被数值计算方法所代替。目前，数值方法已成为求解复杂地下水运动和溶质运移问题的主要方法。作者和他们所在的研究团队在数值计算方面开展了大量的研究，书中给出了不同的数值模型和数值方法，其中包括作者多年的研究成果，具有较好的实用性。

介质渗透特性分布的随机性决定了地下水运动的不确定性，这对传统的确定性理论模型提出了新的挑战，而随机理论的出现为解决这一问题提供了可能。作者在此领域进行了深入研究，据我所知，作者近年来主持和参加了多项有关地下水运动随机理论的国家自然科学基金项目的研究，取得了丰硕的研究成果。该书针对地下水运动、非饱和土壤水分运动和溶质运移问题，介绍了介质的随机特征及描述方法，建立了水分运动的随机模型，并对求解随机微分方程的常用方法进行探讨，同时讨论了随机数值模型和时间序列分析模型，这些内容将对读者了解随机理论的进展和应用这些方法解决实际问题提供重要参考。

该书以一种比较简练的方式给出各种地下水、土壤水和溶质运移问题的数学模型，同时介绍了目前在该领域常用的计算软件和实用工具。其中不仅涵盖了已被广泛应用的模型和计算方法，还汇集了作者及其团队多年来在该领域的研究成果，包括数学模型、数值方法和计算软件等。该书可供从事水文地质、水资源、农田水利等领域的科研、教学工作人员和实际应用工作人员阅读和参考。相信该书的出版将对解决地下水开发利用中的生产实际问题和促进地下水科学研究的发展发挥重要的作用。

应作者之约，以此为序。



武汉大学教授

中国工程院院士

2009 年 7 月

# 前　　言

本书是《水科学数学模型丛书》中的一册，主要阐述地下水科学领域的基础理论和数学模型以及该领域的最新研究成果。

全书包括绪论和7章内容。绪论中概述了研究地下水运动数学模型的意义、地下水理论的发展历史以及最新的研究动态。第一章简单介绍了地下水运动的基本理论。第二章给出了常用的河渠影响下的地下水运动模型。含水层中的井流模型在第三章中作了介绍。第四章除了论述了地下水数值模拟常用的数值方法和数值模型外，还介绍了目前国际上较为通用的 MODFLOW 应用软件。非饱和带是地下水与大气连接的通道，其中的水分运动状况不仅与农田作物生长密切相关，还对地下水的质和量有着直接影响，第五章对非饱和带中水分运动模型进行了介绍。随着地下水污染的加剧和人们对环境问题的重视，地下水溶质运移理论和计算问题显得尤为重要，本书第六章在叙述水动力弥散和对流-弥散方程后，给出了几种求解对流-弥散方程比较有效的数值方法，简单介绍了几个求解对流-弥散问题的常用数值模型和应用软件。由于介质渗透特性分布的随机性，水流在随机介质中运动也将是随机的，在第七章中首先介绍了介质的随机特征及描述方法，为解决水分运动问题建立了随机模型，讨论了求解随机微分方程常用的方法，对于饱和带中地下水运动问题和饱和-非饱和水分运动问题，详细介绍了蒙特卡罗模型和基于 Karhunen-Loeve 展开的随机数值模型，同时讨论了简单实用的时间序列分析模型。

参加本书编写的人员有：杨金忠（绪论、第六章、第七章）；蔡树英（第一章、第二章、第五章）；王旭升（第三章、第四章）；李少龙（第七章部分内容）。杨金忠和蔡树英负责全书的统稿工作。张蔚榛院士仔细阅读了初稿，对本书的结构和内容取舍等方面提出了宝贵意见。研究生李少龙、史良胜、廖卫红、朱焱、周发超、孙怀卫、查元源、谭丹、邓明亮等参加了部分研究工作，承担了大量资料整理和编排工作。书中的部分内容是作者所在课题组多年来的研究成果，课题组的成员和研究生作出了大量贡献，研究工作曾得到国家自然科学基金委员会、国家高技术研究发展计划（“863”计划）、国家科技支撑计划的资助。本书的出版得到国家自然科学基金（50639040）和水资源与水电工程科学国家重点实验室（武汉大学）研究成果出版基金的资助，在此一并表示感谢！

限于作者水平，本书定有许多不完善和欠妥之处，敬请同行批评指正。

编　者

2009年5月

# 目 录

## 丛书序

## 序

## 前言

绪论	1
第一章 地下水运动的基础理论	7
第一节 地下水运动的基本概念	7
第二节 达西定律与连续性方程	11
第三节 含水层的储水特性	15
第四节 地下水运动的微分方程和定解条件	19
第二章 河渠(沟)影响下的地下水运动	28
第一节 河渠渗漏过程	28
第二节 河渠发生自由渗漏时附近地下水的运动	29
第三节 河渠顶托渗流条件下地下水的运动	32
第四节 水平排水条件下的地下水运动	36
第三章 井流条件下的地下水运动	50
第一节 地下水井流模型的发展与应用	50
第二节 稳定井流模型	51
第三节 无越流承压含水层非稳定井流	56
第四节 潜水含水层非稳定井流	59
第五节 多含水层系统的非稳定井流	63
第六节 复杂条件井流分析	65
第七节 井流试验及其解译	79
第四章 地下水运动的数值模型	84
第一节 地下水流数值方法概述	84
第二节 地下水流有限差分模型	85
第三节 地下水流有限元模型	100
第四节 地下水流边界元模型	110
第五节 地下水流数值模型的反演	117
第六节 MODFLOW 模型简介	123
第五章 非饱和渗流模型	130
第一节 非饱和土壤水的基本性质	130
第二节 非饱和水分运动基本方程	136

---

第三节 入渗条件下的非饱和土壤水分运动	145
第四节 蒸发条件下的土壤水分运动	151
<b>第六章 地下水溶质运移模型</b>	<b>155</b>
第一节 多孔介质中的水动力弥散	155
第二节 水动力弥散系数	160
第三节 溶质运移的对流-弥散方程	164
第四节 水动力弥散方程的解析解	174
第五节 溶质运移问题的数值方法	176
第六节 常用饱和-非饱和水流与溶质运移模型简介	192
<b>第七章 地下水运动的随机模型</b>	<b>208</b>
第一节 多孔介质的空间变异性及随机描述	209
第二节 随机模拟的数学方法	218
第三节 地下水运动随机问题的蒙特卡罗方法	225
第四节 地下水运动随机问题的 Karhunen-Loève 展开模型	238
第五节 时间序列分析模型	277
<b>参考文献</b>	<b>288</b>
<b>附录 主要符号一览表</b>	<b>296</b>

## 绪 论

地下水资源是水资源的重要组成部分，我国水资源总量为 $28\,000\text{亿m}^3$ ，其中地下水资源总量为 $8288\text{亿m}^3$ ，约占全国水资源总量的30%（钱正英和张光斗，2001）。2005年全国总供水量 $5633\text{亿m}^3$ ，地下水供水量 $1038\text{亿m}^3$ ，约占总供水量的18%。我国南方地区供水量 $3142\text{亿m}^3$ ，其中地下水供水量 $135\text{亿m}^3$ ，占5%；北方地区供水量 $2490\text{亿m}^3$ ，其中地下水供水量 $904\text{亿m}^3$ ，占36%（水利部，2005，2006）。海河流域是我国水资源供需矛盾最突出的地区之一，2005年该地区总供水量 $383\text{亿m}^3$ ，其中地下水供水量 $253\text{亿m}^3$ ，占总供水量的66%（任宪韶等，2007），供水主要依靠地下水。根据河北省1991~2000年供水量的统计资料，10年来河北省地下水供水量的比例占总供水量的73%。

20世纪80年代初至90年代末，在全国范围内以城市和农村井灌区为中心形成的地下水超采区数量已从56个发展到164个；超采区面积从 $8.7\text{万km}^2$ 扩展到 $18\text{万km}^2$ ；超采量逐年增加，2000年的超采量已近百亿立方米，累计超采量逾 $1000\text{亿m}^3$ 。根据我国80年代的水资源评价结果，并结合水利部水资源司和南京水利科学研究院（2004）对地下水资源量的计算结果，海河流域地下水资源量为 $273\text{亿m}^3$ ，松辽流域地下水资源量为 $636\text{亿m}^3$ ，黄河流域地下水资源量为 $432\text{亿m}^3$ ，以上三流域地下水资源利用率为0.93、0.42和0.31，地下水可开采量分别为 $214\text{亿m}^3$ 、 $311\text{亿m}^3$ 和 $186\text{亿m}^3$ ，地下水的开采系数K（地下水的实际开采量与地下水可开采量之比）分别为1.3、2.0和2.3，均大于1。海河流域、松辽流域和黄河流域是我国地下水超采较严重的地区，其中海河流域地下水超采问题最为严重，地下水严重超采面积占全国严重超采面积的50%以上。其他流域，由于局部地下水超采，同样分布有地下水严重超采面积。地下水的开发利用支持和保障了我国社会经济的快速发展，但由于对地下水资源的认识不足，在水资源供需矛盾日益突出的情况下，开发利用不合理造成的地下水环境问题也随之凸现：部分地区浅层地下水水位持续下降，一些地区的含水层几近疏干，大批生产井吊泵报废；20多个大中城市因深层承压水超采引发地面沉降，造成建筑物开裂、毁坏、堤防防洪标准降低等灾害；部分沿海地区发生了海水入侵，致使这些地区的地下水基本丧失了使用功能；一些隐覆岩溶区发生了地面塌陷；西北干旱半干旱地区，大片天然植被枯萎、绿洲消退、土地沙化、沙尘暴加剧，危及当地人民的生存条件；与此同时，地下水污染状况也日趋严重，被调查的城市中地下水大部分受到不同程度的污染。上述问题若不加以解决，地下水资源的持续利用将面临巨大的威胁。

要维持地下水资源的可持续利用，必须科学、合理地利用地下水，这就需要了解地下水的补给、径流和排泄条件，研究地下水的运动规律。地下水动力学是一门专门研究

地下水运动规律的学科，主要研究地下水的循环规律，对地下水的数量和质量进行定量评价，研究与地下水有关的环境问题。其主要研究领域包括：①水在介质中的运动机理、数学模型和计算方法；②溶质和热量在地下水中的运移规律和计算方法；③水和溶质在包气带中的运动；④地下水的合理开发和优化管理。在地下水动力学的研究中，主要根据数学物理原理，运用物理模拟、数学模拟和数学规划法，通过渗流槽、窄缝槽、电模拟、野外试验等物理手段研究地下水的运动机制或水文地质原型的物理量之间的定量关系。

本书侧重于地下水运动的机理和定量研究。地下水运动的定量研究主要包括三个方面：①地下水运动机理的研究，主要研究地下水以及地下水的物理特征（如地下水中溶质的浓度、地下水的温度等），通过复杂的介质（包括孔隙介质、裂隙介质、溶隙介质等）运移和转化所遵循的物理规律，并给出物理规律的定量描述，研究地下水及其溶质运移和转化规律的定量描述中所涉及的物理参数或经验参数，以及这些参数的表达方式、物理意义及其与介质、流体及其外界等因素之间的关系，研究由地下水水头、浓度、温度等物理特征的变化所引起的流体性质或介质性质的变化的规律，如溶质的结晶溶解、吸附解吸、蒸发冻结、介质压缩、孔隙度或导水性的变化、地面沉降规律等；②提出地下水以及地下水的物理特征在多孔介质中运动所满足的数学模型，首先确定地下水水头、含水量、溶质浓度、水温等待求变量所遵守的数学物理方程，然后根据需要找出问题的边界特征和起始状况，确定边界条件和起始条件，有时还需要确定不同待求未知量之间或未知量与影响因素之间的本构关系，建立本构方程，如果以上所谈及的问题得到了较好的回答，这时所要解决的特定问题为一个定解问题；③对于所建立的定解问题，利用不同方法得到问题的解，也就得到了待求未知函数的时空分布，求解方法主要包括解析方法、物理模拟方法、数值方法等。原则上对于简单的问题可以采用解析解，而对于复杂的问题就必须利用数值方法求解。本书以数值解和随机模型为重点，兼顾一些简单可用的解析解。

法国水力工程师达西（Henry Darcy）在 1856 年通过实验得出了水在孔隙介质中的渗透定律，即达西定律。达西定律与欧姆定律和热传导定律在数学上具有相同的形式，在物理概念上描述了通量与势能之间的关系，正是这种基本运动规律的相似性，为以后利用电模拟方法研究地下水运动奠定了基础。达西定律指出了地下水渗透通量与地下水水头梯度成正比，比例系数为介质固有的透水性质——渗透系数，其重要贡献是将地下水水流通量与地下水水头相联系，这样可以将已经成熟的研究流体力学的方法和成果用于研究地下水运动。关于流体在多孔介质中运动基本理论的论著，读者可参考薛定谔（1982）、Bear（1972）、Bear 与 Bachmat（1990）、薛禹群（1986）等著作。以达西定律为基础，裘布依推导出了不同类型的地下水单向及平面径向稳定流公式。这些公式描绘了地下水在稳定状态下的运动特征，得到了广泛应用（卡明斯基，1955；北京地质学院，1961；施普德，1977）。裘布依公式的出现，对当时地下水水力学的发展起到了重要的作用，直到今天仍有一定的实用价值，目前大量利用地下水稳定抽水试验求解含水层参数的方法仍然采用地下水稳定流计算方法。裘布依公式出现后的很长一段时间，地下水水力学虽然有一定程度的发展，但总体没有超出稳定流理论的范围。随着地下水开

发利用的持续，以 1935 年发表的泰斯公式为代表，地下水非稳定流理论得到了长足发展，并在生产实践中得到广泛应用。张宏仁（1975, 1992）详细研讨了地下水非稳定流理论的发展历史，编译了在非稳定流理论发展过程中具有里程碑意义的论文，为我们了解地下水非稳定理论的发展提供了最基础和最完整的文献资料。20 世纪 70 年代开始，地下水非稳定流理论在我国得到快速发展，一些数学家和水文地质学家密切合作，形成了具有中国特色的地下水非稳定流运动的理论体系，出版了一系列具有代表性的论著（杨天行等，1980；张蔚榛，1983；陈崇希，1983）。地下水的开采主要以管井为主，在地下水非稳定流理论的论著中，学者主要探讨的是井的非稳定渗流问题；在地下水动力学的教材中，井流的计算和求参是其主要的研究内容；而在与地下水运动有关的农田水利领域，地下水位的控制、盐碱地的治理主要以排水沟为主，需要利用地下水运动的理论确定排水沟间距和排水沟深度（张蔚榛，1983）。因此，井流和沟渠影响下的地下水运动的理论和计算是本书涉及的主要内容之一。

从计算方法的角度来看，在高速计算机出现之前，解析方法和物理模拟方法是求解地下水数学物理问题的主要方法。

在 20 世纪 50 年代以前，求解地下水运动问题以解析方法为主，它通过数学分析手段（包括变量代换、分离变量、保角变换和积分变换等）得到各种理想化条件下水流运动的解析解。解析解在理论上和形式上都很完美，通过对解析解的分析，可以从物理机理上深入理解地下水的运动过程与特征。特别重要的是，地下水运动的解析解为求取水文地质参数提供了简洁的工具。但是，由于数学工具的局限性，只有在比较简单的条件下才有可能得到解析解，条件稍一复杂，特别是对于非均质问题、非线性问题和区域较为复杂的问题，就很难得出解析解。有的时候，即便是可以得出解析解，但由于解的形式太过繁杂而难以在实际工作中应用。正是解析方法的这一缺点限制了它的推广和应用。

20 世纪 50~70 年代初期，可求解复杂地下水运动规律的电模拟方法得到深入研究和广泛应用。这种方法根据地下水运动的达西定律与电流运动的欧姆定律的相似性以及对地下水质量守恒方程的有限差分，可以利用介质的电阻和电容模拟含水层的导水性和储水性，通过测量电网络系统的电流和电压，得到相应地下水系统的渗透速度和水头分布，为非均质、各向异性、不规则的几何形状、多层结构含水层及复杂的人工干扰条件下的地下水运动的模拟提供了有力的工具。用电阻网络模拟稳定流的模型在 20 世纪 40 年代末就出现了，而模拟非稳定流的电阻-电容网络是在 50 年代发展起来的，到 60 年代初期，它已经成为求解大范围含水层中地下水水流问题的有力工具。南京水利科学研究所对电网络模型进行了详细的研究，武汉水利电力学院（现已合并为武汉大学）建立了电阻网络和电阻-电容网络，河北地质学院（现石家庄经济学院）使用电阻-电容网络解决了天津大化供水和邯郸某矿区地下水疏干条件下的地下水系统的模拟。电模拟方法的主要缺点是网络固定，通用性较差，难以处理潜水问题，而且只能用于地下水水流的模拟，不能用于水质和其他方面的模拟（孙讷正，1981）。70 年代以后，由于计算机的快速发展，求解地下水运动问题的数值方法得到快速发展，不断提出各种求解方法，开发出大量通用软件。由于数值模拟方法的便利性和通用性，几乎可以替代电网络模型而成

为解决地下水运移模拟的主要方法。20世纪80年代后，电模拟模型的研究和发展受到很大的限制，已逐步退出历史舞台。因此，本书未对地下水运动的电模拟模型进行介绍。

我国地下水数值模拟的研究始于20世纪70年代，特别是水文地质学家与数学家合作，从理论研究、数值方法、实际应用等不同层面开展不同类型的协作研究，经过几十年的不懈努力，数值模拟方法得到广泛的应用，已成为目前研究地下水运移问题的主要工具和手段。我国科学家在数值理论和数值方法方面的研究基本与国际前沿研究同步，利用有限差分法、有限元法、边界元法、有限解析法、有限体积法和特征线法等解决地下水渗流和溶质运移问题，各研究单位和高等学校编制了大量的地下水数值计算的应用程序，撰写了多部专著和教材（薛禹群和谢春红，1980, 2007；孙讷正，1981, 1989；陈崇希和唐仲华，1989），对地下水模拟的推广和应用起到重要作用。数值模拟方法也是解决实际工程问题的主要技术手段，在地下水资源评价、地下水污染、地面沉降、海水入侵、非饱和带水分和盐分的运移、地热分析和地下储能、渠道渗漏以及地下水管理等方面得到广泛的应用。尽管我们在实际应用方面取得了显著的成果，但是我国的研究主要是以跟踪国际前沿研究为主，自主创新不足。在理论研究方面和商业软件开发方面与国外相比明显落后，特别是国际上广泛应用的地下水数值模拟程序和商业应用软件，很难看到有中国学者开发研制的产品。

随着数值解和通用模型的广泛应用，在解决具体问题时，人们关注的重点已不是如何得到问题的解，而是如何理解地下水运动的规律和条件，更为精确合理地提出和建立物理问题的数学模型，从而进一步提高分析地下水运动的精度和深度。

国内非饱和带水分运动（土壤水运动）的研究起步较晚。由于非饱和带水分运动与作物生长、灌溉需水、农田耗水密切相关，农业院校以及与农田水利有关的学科对于非饱和带水分运动的研究较为重视（张蔚榛等，1981；雷志栋等，1988；杨金忠，1986；张蔚榛，1996）。非饱和带是浅层地下水补给的主要途径，也是地下水污染的入口，近年来对非饱和带的研究已引起不同领域学者的高度重视。非饱和带研究的困难主要包括：①水分运动方程的非线性，非饱和水分传导度不仅与介质的性质有关，而且与土壤含水量（或土壤负压）有关；②非饱和带水分传导度具有高度的空间变异性，导致预测结果具有较大的变异性；③非饱和带水分运动活跃，特别是植物生长的影响和表层难以测量的蒸腾蒸发，给土壤水的精确模拟带来很大的挑战。目前，土壤水研究走向多学科的交叉，如水、热、盐、养分的耦合运移，冻结土壤中水分的运移，土壤-植物-大气连续体中的水热运移，土壤水运动的随机理论等。土壤水运动机理研究也更加深入，如优先流、土壤水参数确定以及空间变异性等。土壤水模拟的数值方法除常用的解析法、数值法外，边界层理论、随机模拟、动量分析方法等都得到了长足的发展。同时，土壤水研究的应用也更加广泛，如用于水资源评价、确定土壤水与作物产量的关系、污水的处理与利用、地下水污染防治等。

非饱和带土壤水的水力学特征参数是研究和分析土壤水运动的基础。非饱和带土壤水传导度的测定方法有直接方法（包括实验室方法、田间方法等）和间接方法（包括土壤转换函数方法、分形方法、数值反演方法和经验公式法等），各种方法都具有各自的

优点和不足。而非饱和带土壤水分传导度空间变异性的描述方法则有地质统计学理论、标定理论、随机理论、分形理论和统计方法等。参数的空间变异是一个十分复杂的问题，特别是目前尚缺乏区域上大量的实际测量资料，需要开展大量的基础性研究工作。

各种不同性质的溶质在多孔介质中运移和扩散主要是由溶质的对流、水动力弥散和溶质各种转化作用所引起。对流作用是指溶质像刚体一样由地下水平均流速携带在多孔介质中迁移；溶质的水动力弥散作用是指由于微观实际流速引起溶质在介质空隙中的迁移和扩散，相对于溶质的对流作用而表现出的分散现象；溶质的各种转化作用包括吸附解吸、化合分解、沉淀溶解、氧化还原、挥发浓缩、放射性衰变、酸碱作用、微生物分解和作物吸收等。

各种含水介质的存在使得地下水及溶质在其间的运动很复杂，目前与地下水污染有关的理论和模型都是在一定的简化条件下建立起来的，如忽略各种溶质间的复杂化学反应、忽略或简化弥散的尺度效应等。因此，现有的地下水溶质运移和转化理论以及模型还存在较多未解决的问题：溶质在地下水中运动的机理、水动力弥散“尺度效应”的存在原因、宏观对流-弥散方程的表达方式和宏观弥散系数的影响因素等理论问题；对流-弥散模型对实验室尺度的溶质运移模拟尚可得到较好的分析结果，但应用于区域尺度时，往往预测误差较大，因此还需要通过室内、室外精密的试验研究，来检验传统的对流-弥散方程、可动水体-不动水体模型、随机模型等各种各样描述溶质运移的模型，为模型的实际应用奠定基础；溶质在多孔介质中运移可能以各种不同的化学形态存在，也可能在不同的组分之间发生化学作用，使得对溶质运移过程的描述更为复杂；例如，氮是地下水污染的主要元素之一，氮在运移过程中常以铵态氮、硝态氮、亚硝态氮等形式存在，铵态氮容易吸附并易于挥发，同时发生硝化作用而转化为硝态氮，硝态氮不易吸附，可通过反硝化作用转化为氮气而排放，有机氮和无机氮之间无时无刻不发生着相互转化，这种多形态、多组分溶质间的转化作用使得对溶质运移的描述面临较大的挑战。

描述多孔介质中溶质运移的最重要的参数为水动力弥散系数，弥散系数的确定是分析溶质运移过程的关键。目前大都采用室内试验、野外示踪试验和经验估算等方法确定弥散系数。室内试验结果与野外实际结果往往相差几个数量级，而野外试验费用昂贵、范围较小，难以真实地反映区域的地质参数变化情况。因此，溶质运移参数测定技术、可靠度、空间变异性、尺度效应、尺度提升等科学和技术问题有待进一步探索。

地下水运动方程为标准的抛物型偏微分方程，有比较成功的数值求解方法。而描述多孔介质中溶质运移的对流-弥散方程，根据弥散系数与地下水流速的不同，具有双曲型或抛物型方程的性质，常用的数值方法易出现数值弥散和过量等数值现象，求解具有较大困难。

由于天然土壤和含水层沉积过程的随机性，含水层的水文地质特征以及土壤的结构、构造和矿物组成等土壤特性具有明显的空间变异性。由此而引起的天然地质体的非均匀性可在各种不同尺度上反映出来。在采取的土样中，可以观测到土粒孔隙大小及团粒结构的差异；在大的区域含水层系统中，可以观测到不同含水层间以及同一含水层的不同地域间的变异性。对某一特定的含水层而言，其空间任一点含水层性质是确定的，

如果我们得到了空间上每一点的测量数据，那么含水层性质的空间分布就是完全确定的。但在实际中，我们不可能得到空间每一点的资料，所得到的仅是其中一个样本。在含水介质空间变异性的影响下，地下水运动也具有相应的不确定性和空间分布不规则的特性。可见，应用确定性方法处理非确定的地下水运动问题具有很大的局限性，必须探讨新的理论和方法来研究此问题。

运用随机模型模拟多孔介质中地下水流动及污染物的运移的方法在国外发展迅速 (Dagan, 1989; Gelhar, 1992; 杨金忠等, 2000; Zhang, 2002)。通过介质分布的随机特征，可以得到地下水水头分布的随机特征。试验研究表明，溶质在小尺度范围内运移所确定的方程和弥散系数不能描述溶质在大区域范围内的运动特征和规律，在野外大区域所求得的弥散度值在  $10^{-1} \sim 10^3$  m 量级范围内，弥散度随着区域尺度的增大而增加。控制大区域溶质运移不确定性的机理在于宏观地下水水流速的不均匀性，而地下水水流速度的不均匀性主要起源于储水介质沉积特征和水力特征的空间变异性，这些影响区域溶质运移的基本特征在室内试验中是反映不出来的。正如研究水动力弥散时分子扩散可以忽略一样，小范围内测得的弥散度对大区域上溶质的分散过程可以忽略不计。因而，微观的水动力弥散理论不能用于宏观的研究。另外，边界条件、起始条件、溶质转化参数等都可能具有不确定性和随机性，因此，描述地下水和溶质运移的微分方程变为随机微分方程，得到的定解问题变为随机定解问题。求解随机定解问题的困难之一是计算工作量很大，发展新的数值方法和模型解决随机定解问题是目前研究的重要内容。近 20 年来，由于一些国家对高放射性核废料进行地质处置的关注，部分学者对基岩裂隙介质地下水流及溶质运移模型进行研究，取得了重要突破。但地下水运动随机理论用于解决实际问题、特别是成功解决的还很少。

在实际应用中还有其他大量与地下水运动密切相关的模型，如地下水中的热流运动模型、裂隙介质中的水分运移模型、地面沉积模型、堤坝渗流模型等，由于篇幅所限，本书未作介绍。这些模型构建所采用的基本理论、研究思路和数学方法与本书所介绍的模型基本相同，本书仅给出了求解这些模型的基础，有兴趣深入了解以上模型的读者可阅读其他相关专著。