

高职高专规划教材

建筑力学

汪菁 主编

JIANZHU LIXUE



化学工业出版社

高职高专规划教材

建筑力学

汪 菁 主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书依据教育部高职高专土建类专业力学课程教学基本要求编写而成。包括绪论、刚体静力学基础、力系的合成与平衡、弹性变形体静力分析基础、平面图形的几何性质、轴向拉伸与压缩、剪切与扭转、平面弯曲、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、平面体系的几何组成分析、静定结构的受力分析、静定结构的位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线及其应用,共十八章。每章有提要、小结、思考题、习题及书末参考答案。全书精选静力学、材料力学和结构力学的传统内容,重新整合使之融会贯通,自成体系。根据高职高专高素质技能型人才培养的要求,教材侧重于基本概念和工程应用。

本书为高职高专和成人高校土建类和近土建类各专业的力学课程教材,也可供相关的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学/汪菁主编. —北京:化学工业出版社, 2009.7
高职高专规划教材
ISBN 978-7-122-05572-9

I. 建… II. 汪… III. 建筑力学-高等学校:技术
学校-教材 IV. TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 075183 号

责任编辑:王文峡
责任校对:王素芹

文字编辑:颜克俭
装帧设计:尹琳琳

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印 装:三河市延风印装厂

787mm×1092mm 1/16 印张19¼ 字数502千字 2009年8月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价:32.00元

版权所有 违者必究

前 言

本书依据教育部高职高专土建类专业力学课程教学基本要求编写，适合作为高职高专土建类专业 110 学时左右的建筑力学课程的教学用书，也可作为有关工程技术人员的参考用书。

本书结合高职高专培养高素质技能型专门人才的特点，汲取了近几年高职高专教育、教学改革成果与经验，精选传统静力学、材料力学和结构力学课程的主要内容，加强了教材体系的整体性，突出教材各部分内容的内在联系。简化理论推导，强化应用，重视对基本理论与基本概念的阐述以及对基本知识的掌握和对基本技能、技巧的培养。

全书包括绪论、刚体静力学基础、力系的合成与平衡、弹性变形体静力分析基础、平面图形的几何性质、轴向拉伸与压缩、剪切与扭转、平面弯曲、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、平面体系的几何组成分析、静定结构的受力分析、静定结构的位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线及其应用。每章有提要、小结、思考题、习题及书末参考答案。

参加本书编写工作的有：汪菁（第一、三~六、九、十章）；封卉梅（第二章）；王代（第七、八、十一章）；苏炜（第十二~十五章）；刘成才（第十六~十八章）。本书由汪菁主编并统稿。

在本书的编写过程中，参考了相关的文献资料，在此对其作者表示衷心的感谢。并对为本书付出辛勤劳动的编辑表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中难免存在不妥之处，殷切希望同行和读者批评指正。

编者

2009 年 5 月

目 录

第一章 绪论	1	三、平面汇交力系合成的解析法及平衡的 解析条件	23
第一节 建筑力学的研究对象和力学模型.....	1	第二节 平面力偶系的合成与平衡	27
一、建筑力学的研究对象.....	1	一、平面力偶系的合成	27
二、建筑力学的力学模型.....	2	二、平面力偶系的平衡条件	28
第二节 建筑力学的基本任务.....	2	第三节 平面一般力系的合成与平衡	28
思考题.....	2	一、平面一般力系的合成	28
第二章 刚体静力学基础	3	二、平面一般力系的平衡	32
第一节 力的概念和荷载的分类.....	3	三、物体系统的平衡	35
一、力的概念.....	3	小结	37
二、荷载的分类.....	4	思考题	38
第二节 静力学基本公理.....	4	习题	39
一、二力平衡公理.....	5	第四章 弹性变形体静力分析基础	43
二、加减平衡力系公理.....	5	第一节 变形固体及其基本假设	43
三、力的平行四边形法则.....	6	第二节 杆件变形的基本形式	43
四、三力平衡汇交定理.....	6	一、杆件	43
五、作用和反作用公理.....	7	二、杆件变形的基本形式	44
第三节 力对点的矩.....	8	第三节 结构的计算简图	44
一、力矩的概念.....	8	一、计算简图的概念	44
二、合力矩定理.....	8	二、实际结构的主要简化内容	45
第四节 力偶与力偶矩	10	三、平面杆件结构的分类	46
一、力偶的概念	10	小结	48
二、力偶矩的概念	10	思考题	48
三、力偶的主要性质	11	第五章 平面图形的几何性质	49
第五节 力的平移定理	11	第一节 静矩和形心位置	49
第六节 约束与约束反力	12	一、静矩的概念	49
一、约束与约束反力的概念	12	二、静矩与形心坐标的关系	49
二、工程中常见的约束和约束反力	12	第二节 惯性矩	50
第七节 物体的受力分析和受力图	15	一、惯性矩的概念	50
小结	17	二、常见简单截面的惯性矩	50
思考题	17	三、平行移轴公式	51
习题	18	四、组合截面的惯性矩	52
第三章 力系的合成与平衡	21	第三节 极惯性矩	53
第一节 平面汇交力系的合成与平衡	21	一、极惯性矩的概念	53
一、平面汇交力系合成的几何法及平衡的 几何条件	21	二、圆截面图形的极惯性矩	54
二、力在轴上的投影及合力投影定理	22	小结	54
		思考题	55

习题	55	二、圆轴扭转时的强度计算	84
第六章 轴向拉伸与压缩	57	第六节 圆轴扭转时的变形与刚度计算	85
第一节 轴向拉伸与压缩的概念	57	一、圆轴扭转时的变形	85
第二节 轴向拉(压)杆的内力	57	二、圆轴扭转时的刚度计算	85
一、内力的概念	57	第七节 矩形截面杆件扭转简介	86
二、截面法、轴力与轴力图	58	小结	87
第三节 轴向拉(压)杆的应力	60	思考题	88
一、应力的概念	60	习题	89
二、拉(压)杆横截面上的应力	61	第八章 平面弯曲	91
三、拉(压)杆斜截面上的应力	62	第一节 平面弯曲的概念	91
第四节 轴向拉(压)杆的变形 胡克定律	62	第二节 平面弯曲梁的内力——剪力与弯矩	92
一、轴向拉(压)杆的纵向变形	62	一、用截面法求梁的内力	92
二、横向变形系数	63	二、剪力与弯矩	92
三、胡克定律	64	第三节 剪力图与弯矩图	94
第五节 材料在拉伸和压缩时的力学性能	65	一、利用剪力、弯矩方程绘制剪力图与弯矩图	94
一、材料的拉伸和压缩试验	65	二、利用弯矩、剪力和分布荷载集度间的关系绘制剪力图与弯矩图	98
二、低碳钢在拉伸时的力学性能	66	三、用区段叠加法作梁的弯矩图	101
三、其他塑性材料在拉伸时的力学性能	67	第四节 平面弯曲梁的应力计算	103
四、铸铁在拉伸时的力学性能	68	一、梁横截面上的正应力	103
五、材料在压缩时的力学性能	68	二、梁横截面上的切应力	107
六、塑性、脆性材料的力学性能比较	69	第五节 平面弯曲梁的强度计算	108
七、许用应力与安全系数	69	一、正应力强度条件	108
第六节 轴向拉(压)杆的强度计算	70	二、切应力强度条件	108
一、强度条件	70	三、提高梁弯曲强度的主要措施	111
二、强度条件的应用	70	第六节 平面弯曲梁的变形与刚度计算	113
第七节 应力集中的概念	72	一、平面弯曲梁的变形	113
小结	73	二、用叠加法求梁的变形	116
思考题	74	三、梁的刚度计算	116
习题	74	小结	117
第七章 剪切与扭转	77	思考题	118
第一节 剪切与挤压的概念	77	习题	119
一、剪切	77	第九章 应力状态与强度理论	123
二、挤压	78	第一节 应力状态的概念	123
第二节 圆轴扭转的概念	78	一、一点处应力状态的概念	123
第三节 圆轴扭转时的内力	79	二、应力状态的表示方法	123
一、扭矩	79	三、应力状态的分类	123
二、扭矩图	80	第二节 平面应力状态分析	124
第四节 切应力互等定理与剪切胡克定律	81	一、任意斜截面上的应力	124
一、切应力互等定理	81	二、主平面位置及主应力数值	125
二、剪切胡克定律	82	三、最大切应力	126
第五节 圆轴扭转时的应力与强度计算	82		
一、圆轴扭转时横截面上的应力	82		

四、梁的主应力迹线·····	128	第二节 平面几何不变体系的组成规律·····	156
第三节 强度理论简介·····	129	一、一个点与一个刚片的连接·····	157
一、强度理论的概念·····	129	二、两个刚片间的连接·····	157
二、常见的四种强度理论·····	129	三、三刚片之间的连接·····	158
三、强度理论的选用原则·····	130	第三节 平面体系几何组成分析举例·····	158
四、强度理论的应用·····	130	小结·····	160
小结·····	131	思考题·····	160
思考题·····	132	习题·····	160
习题·····	132	第十三章 静定结构的受力分析·····	163
第十章 组合变形·····	134	第一节 多跨静定梁·····	163
第一节 组合变形的概念·····	134	一、多跨静定梁的特点·····	163
第二节 拉伸(压缩)与弯曲的组合·····	135	二、多跨静定梁受力分析的一般步骤·····	163
一、在轴向力和横向力共同作用下的		第二节 静定平面刚架·····	166
杆件·····	135	一、刚架的特征与分类·····	166
二、偏心拉伸(压缩)·····	136	二、刚架的支座反力与内力·····	167
第三节 斜弯曲·····	138	第三节 三铰拱·····	172
第四节 扭转与弯曲的组合·····	139	一、三铰拱的特征与分类·····	172
小结·····	140	二、三铰拱的计算·····	172
思考题·····	141	三、三铰拱的压力线与合理拱轴线·····	176
习题·····	141	第四节 静定平面桁架·····	177
第十一章 压杆稳定·····	144	一、桁架的特征与分类·····	177
第一节 压杆稳定的概念·····	144	二、桁架的内力计算·····	178
第二节 压杆的临界力与临界应力·····	144	三、几种不同外形桁架的力学性能	
一、常见杆端约束下理想压杆的		比较·····	181
临界力·····	144	第五节 组合结构·····	182
二、压杆的临界应力·····	145	小结·····	184
三、欧拉公式的适用范围·····	146	思考题·····	184
四、临界应力总图·····	146	习题·····	184
第三节 压杆的稳定计算·····	147	第十四章 静定结构的位移计算·····	188
一、压杆的稳定条件·····	147	第一节 结构位移的概念与虚功原理·····	188
二、提高压杆稳定性的措施·····	149	一、结构的位移·····	188
小结·····	150	二、虚功与虚功原理·····	189
思考题·····	150	第二节 单位荷载法计算位移·····	190
习题·····	151	第三节 结构在荷载作用下的位移计算·····	192
第十二章 平面体系的几何组成分析·····	153	一、计算公式·····	192
第一节 几何组成分析的几个概念·····	153	二、计算举例·····	193
一、几何不变体系和几何可变体系·····	153	第四节 图乘法·····	195
二、平面体系的自由度·····	154	一、公式推导·····	196
三、约束·····	154	二、计算举例·····	198
四、瞬变体系和常变体系·····	156	第五节 静定结构由于支座移动、温度变化	
五、实铰与瞬铰·····	156	引起的位移计算·····	200
		一、支座移动引起的位移·····	200
		二、温度变化引起的位移·····	201

三、荷载、支座移动和温度变化共同作用引起的位移	203
小结	203
思考题	204
习题	204
第十五章 力法	206
第一节 超静定结构和超静定次数	206
一、超静定结构	206
二、超静定次数的确定	206
第二节 力法的基本原理和一般方程	208
一、力法的基本原理	208
二、力法的一般方程	210
第三节 力法的计算举例	212
一、超静定梁和刚架	212
二、铰接排架	214
三、超静定桁架	215
四、超静定组合结构	216
第四节 结构对称性的利用	217
一、选取对称未知力和反对称未知力	218
二、利用荷载的对称性	219
第五节 支座移动和温度变化时超静定结构的内力计算	221
一、支座移动时超静定结构的内力计算	222
二、温度变化时超静定结构的内力计算	223
第六节 超静定结构的特性	225
小结	225
思考题	226
习题	226
第十六章 位移法	229
第一节 位移法的基本概念	229
第二节 位移法的基本未知量和基本结构	231
一、位移法的基本未知量	231
二、位移法的基本结构	232
第三节 等截面直杆的转角位移方程	233
一、杆端力与杆端位移	233
二、固端力	233
三、刚度方程	233
四、等截面直杆的转角位移方程	237
第四节 位移法典型方程	237
第五节 位移法计算举例	239
一、位移法计算连续梁和无侧移刚架	239
二、位移法计算有侧移刚架和排架	242

第六节 对称性的利用	245
一、对称结构受正对称荷载作用	245
二、对称结构受反对称荷载作用	245
小结	247
思考题	247
习题	247
第十七章 渐近法和近似法	251
第一节 力矩分配法	251
一、力矩分配法的基本概念	251
二、单结点力矩分配法的基本运算	253
三、用力矩分配法计算多结点连续梁和无侧移刚架	256
第二节 多层多跨刚架的近似计算	261
一、分层计算法	261
二、反弯点法	262
小结	265
思考题	265
习题	266
第十八章 影响线及其应用	268
第一节 移动荷载和影响线的概念	268
第二节 静力法作单跨静定梁的影响线	269
一、单跨静定梁的影响线	269
二、间接荷载作用下的影响线	272
第三节 机动法作静定梁的影响线	274
一、机动法作影响线的概念	274
二、机动法作弯矩和剪力影响线	275
第四节 影响线的应用	277
一、利用影响线求量值	277
二、确定荷载的最不利位置	278
第五节 简支梁的内力包络图及绝对最大弯矩	282
一、简支梁的内力包络图	282
二、简支梁的绝对最大弯矩	282
小结	285
思考题	285
习题	285
附录	288
附录一 型钢规格表	288
附录二 习题参考答案	299
参考文献	306

第一章 绪 论

提要：本章介绍建筑力学的研究对象、力学模型和基本任务。

第一节 建筑力学的研究对象和力学模型

一、建筑力学的研究对象

土建、水利、交通等各类建筑物，如房屋、水坝、桥梁等，从建造开始就受到各种力的作用，如重力、风力、施工机具和工人的重量、积雪重等。在工程上习惯将主动作用在建筑物上的力称为荷载，建筑物中承受荷载而起骨架作用的部分称为结构，组成结构的单个物体称为构件。如图 1-1 所示单层厂房中的屋面板、屋架、吊车梁、柱子、基础均为构件，这些构件组成了厂房结构。

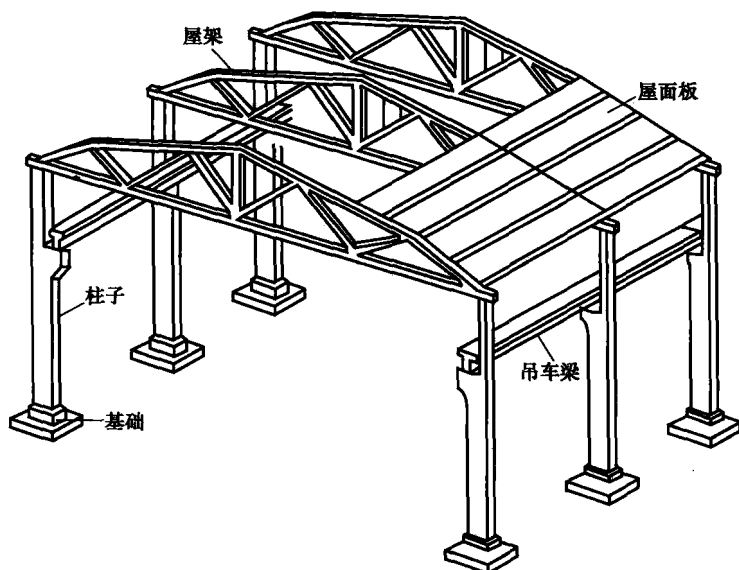


图 1-1

组成结构的构件按其形状和尺寸可分为三类。

- (1) 杆件 长度远大于截面宽度和厚度，如图 1-2 (a) 所示。
- (2) 薄壁构件 长度和宽度均远大于厚度，如图 1-2 (b)、(c) 所示。
- (3) 实体构件 长度、宽度、厚度为同量级尺寸，如图 1-2 (d) 所示。

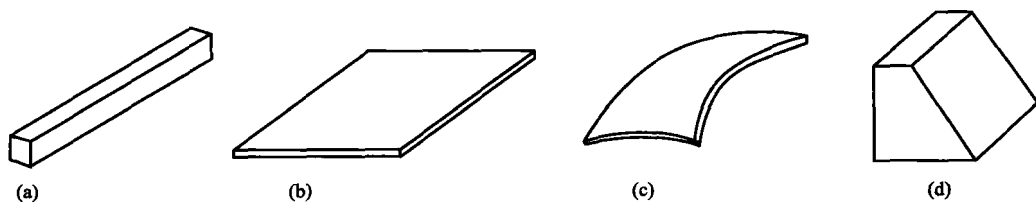


图 1-2

由杆件组成的结构称为杆系结构, 建筑力学的研究对象主要是杆及杆系结构。杆系结构分为平面杆系结构和空间杆系结构, 当组成结构的所有杆件的轴线及所受外力在同一平面内时, 称为平面杆系结构; 否则, 便是空间结构。本书仅研究平面杆系结构。

由薄壁构件和实体构件组成的薄壁结构和实体结构是弹性力学的研究对象。

二、建筑力学的力学模型

组成结构的构件是由固体材料制造而成的, 真实固体材料的性质是非常复杂的, 在对其进行力学分析时, 应根据研究问题的性质, 抓住与问题有关的主要因素, 忽略次要因素, 科学地抽象出力学模型。

1. 刚体

刚体是指在力的作用下保持形状、尺寸不变的力学模型。物体在受力后都会发生变形, 但在多数实际工程问题中这种变形是极其微小的。当分析物体的平衡问题时, 这种变形的影响很小, 完全可以忽略不计, 认为物体不发生变形。实践证明, 引入刚体力学模型在许多情况下得到的结果是足够精确的。

2. 变形体

变形体是指在力的作用下形状、尺寸均可改变的力学模型。当研究物体在外力作用下的变形和破坏规律时, 变形成为不能被忽视的因素, 即使很微小也必须考虑, 因为它是解决问题的基础。

本书第二章刚体静力学基础及第三章力系的合成与平衡, 主要研究物体在力的作用下的平衡问题, 采用刚体力学模型。第四章弹性变形体静力分析基础以后章节研究的问题都与变形有关, 采用变形体力学模型。

第二节 建筑力学的基本任务

结构的主要作用是承受荷载和传递荷载, 为了使结构和构件在荷载作用下不丧失预期的正常功能, 要求结构和构件满足以下条件。

(1) 足够的强度 是指结构和构件具有承受荷载或抵抗破坏的能力, 保证结构和构件不破坏。

(2) 足够的刚度 是指结构和构件具有抵抗变形的能力, 保证结构和构件受外力产生的变形不超过其相应的允许值。

(3) 足够的稳定性 是指结构和构件在工作时能保持其原有状态下的平衡, 不会突然改变其原有的工作状态。

结构是由构件组成的, 构件必须按一定的几何规律组成结构, 才能保证结构的空间几何形状不发生改变。

建筑力学的任务是研究结构的几何组成规律, 结构和构件在外力等因素作用下的受力、变形规律及材料的力学性能, 建立保证结构和构件正常工作需要满足的强度条件、刚度条件和稳定条件, 为结构和构件设计提供基础理论和方法。

思 考 题

- 1.1 建筑力学的研究对象是什么?
- 1.2 建筑力学的力学模型有哪些?
- 1.3 建筑力学的基本任务是什么?

第二章 刚体静力学基础

提要：本章介绍力、力矩及力偶的概念和性质；荷载的分类；约束与约束反力的概念和工程中常见的约束与约束反力；物体的受力分析和受力图。

第一节 力的概念和荷载的分类

一、力的概念

1. 力的定义

力的概念是人们在生产实践中逐渐形成的。人们在劳动时，由于肌肉紧张收缩的感觉，逐步形成了对力的感性认识。随着生产的发展和科技的进步，人们又认识到：若物体被其他物体施加力以后，将导致该物体的机械运动状态发生变化或者形状尺寸发生改变。

力的作用方式是多种多样的。物体间相互接触时，会产生作用力，如吊车起吊重物、放在梁上的设备使梁弯曲等；物体间不接触时，也能产生作用力，如地球引力场对物体的引力、电场对电荷的引力和斥力等。尽管力的来源和物理本质不同，但在研究物体的受力时，可以撇开这些非本质的因素，将它们抽象和概括为“力”的概念，人们对力的认识也从感性上升到理性。

力是物体之间相互的机械作用。这种作用可对物体产生两种效应，即引起物体的机械运动状态变化，或使物体产生变形。前者称为力的运动效应或外效应；后者称为力的变形效应或内效应。

2. 力的三要素

实践表明，力对物体的作用效果取决于力的大小、力的方向和力的作用点，力的大小、方向和作用点称为力的三要素。显然，当三要素中的任何一个要素发生改变，力的作用效果将随之发生变化。要准确表达一个力，就要将力的三要素都表示出来。

力是既有大小又有方向的矢量，可以用一个矢量来表示力的三要素。图 2-1 中，矢量的长度（AB）按一定的比例尺表示力大小为 20kN；矢量的方向表示力的方向；矢量的始端 A 点表示力的作用点。与矢量线段 AB 所重合的虚直线，称为力的作用线。

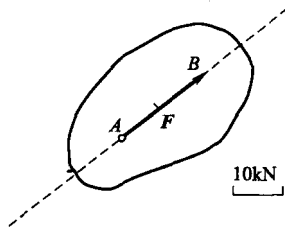


图 2-1

通常用黑体字母表示力的矢量，如 $\mathbf{F}$ ；力的大小是标量，用一般字母表示，如 F 。

在国际单位制中，力的单位用牛顿（N）或千牛顿（kN）表示，其换算关系为：

$$1\text{kN}=1000\text{N}$$

牛顿与千克力的换算关系为：

$$1\text{kgf}=9.8\text{N}$$

3. 力系与合力

作用于一个物体上的若干个力称为力系。如果两个力系对物体的作用效应完全相同，则称这两个力系为等效力系。如果一个力与一个力系等效，则称该力为这个力系的合力，而力

系中的各力称为合力的分力。如果物体在一个力系的作用下处于平衡状态,则称该力系为平衡力系。使一个力系成为平衡力系的条件,称为力系的平衡条件。

二、荷载的分类

荷载是作用在结构或构件上的主动力。荷载有多种形式,为便于分析计算,对荷载进行以下分类。

(1) 根据荷载作用时间可分为恒载和活载。

① 恒载 长期作用在结构或构件上,其大小和作用位置都不会发生变化的荷载,如结构自重、土压力等。

② 活载 作用在结构或构件上的可变荷载,其大小和作用位置都可能发生变化,如施工荷载,使用期间的人群、设备、风、雪等荷载。

(2) 根据荷载分布情况可分为分布荷载和集中荷载。

① 分布荷载 指连续作用在结构或构件的较大面积上或长度上的荷载。其中,分布均匀、大小处处相同的分布荷载称为均布荷载,如屋面雪荷载、楼面活荷载以及均质等厚度板、等截面梁的自重等。反之,不具备上述均布荷载特征的分布荷载称为非均布荷载,如水池侧壁所受的水压力等。

沿构件长度方向均匀分布的荷载为线均布荷载,以每米长度的力的大小来表示,单位为 N/m 或 kN/m 。如图 2-2 (a) 所示, q 为梁的自重沿长度方向均匀分布的情况,是线均布荷载。

在较大面积上均匀分布的荷载为面均布荷载,以每平方米面积上的力的大小来表示,单位为 N/m^2 或 kN/m^2 。如图 2-2 (b) 所示, q 为均质等厚度板的自重在板平面上均匀分布的情况,是面均布荷载。

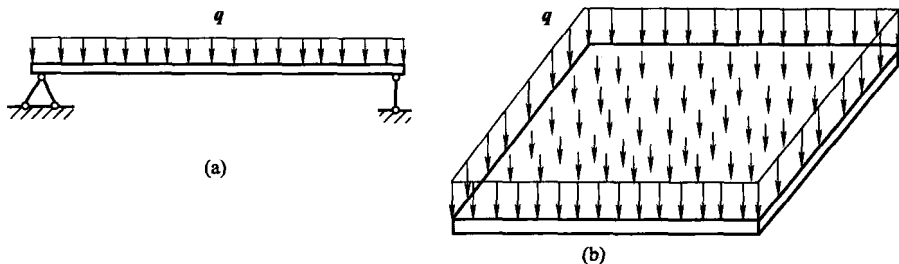


图 2-2

② 集中荷载 若荷载作用面积远小于构件尺寸,可把荷载看作是集中作用在一点上,称为集中荷载。

集中荷载的单位一般是 N 或 kN 。

(3) 根据荷载作用性质可分为静荷载与动荷载。

① 静荷载 缓慢地加到结构上的荷载,其大小、位置和方向不随时间变化或变化相对极小,如构件自重及一般的活荷载等。

② 动荷载 大小、位置或方向随时间迅速变化的荷载,它能使结构产生明显的加速度,如地震力、机器工作时对结构的干扰力等。

第二节 静力学基本公理

静力学基本公理是人们在长期的生活和生产实践中,经反复观察和实践检验总结出来的

客观规律，是研究力系简化和平衡条件等问题的最基本的力学规律。

一、二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体平衡的充分必要条件是：此两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上，如图 2-3 所示，即：

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

这一性质称为二力平衡公理。

二力平衡公理揭示了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体而言，这个条件是既必要又充分的；而对于非刚体，这个条件虽必要但不充分。例如：一段软绳受到两个等值反向的拉力作用时可以平衡，如图 2-4 (a)，但受到两个等值反向的压力作用时就不能平衡，如图 2-4 (b)。

一个构件只受到两个力作用而保持平衡，这个构件称为二力构件，如图 2-5 所示。由二力平衡公理可知，二力构件的平衡条件是：作用在构件上的两个力必定沿着二力作用点的连线，且等值、反向。二力构件是工程中常见的一种构件形式。

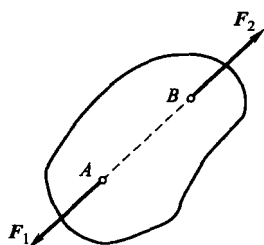


图 2-3

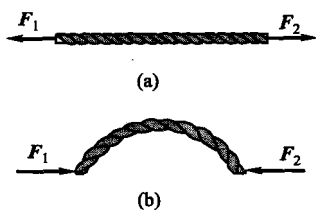


图 2-4

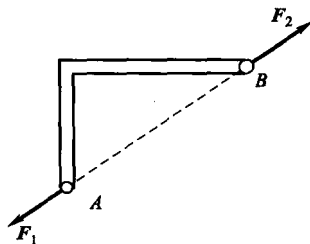


图 2-5

二、加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任一已知力系中，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果，这一性质称为加减平衡力系公理。

由加减平衡力系公理可以得到一个重要推论：作用于刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体上任一点，而不改变该力对刚体的作用效果。这个推论也称为力的可传性原理。

设力 $\mathbf{F}$ 作用于刚体上的 A 点，如图 2-6 (a)。在其作用线上任取一点 B ，并在 B 点处添加一对平衡力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ ，使 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 共线，这时有 $-\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}$ ，如图 2-6 (b)。根据加减平衡力系公理，将 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{F}_1$ 所组成的平衡力系去掉，刚体上仅剩下 $\mathbf{F}_2$ ，且 $\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}$ ，如图 2-6 (c)。由此可见，把原来作用在 A 点上的力 $\mathbf{F}$ 沿其作用线移到 B 点后，并不改变该力对刚体的作用效果，如图 2-6 (d)。

加减平衡力系公理给出了力系等效变换的一种基本形式，这个公理及其推论是力系简化

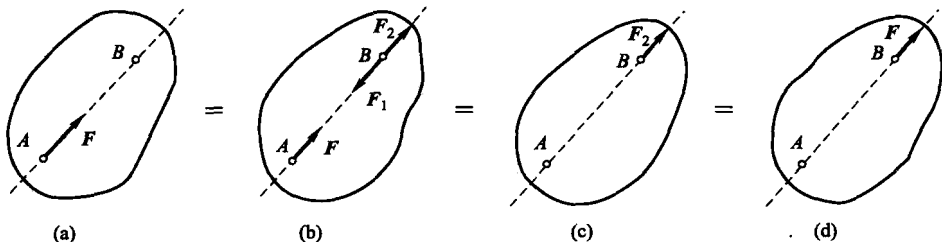


图 2-6

的重要工具。它们只适用于刚体，当所研究的问题中要考虑物体的变形时，其正确性就丧失了。如图 2-7 (a) 所示变形杆在平衡力系 F_1 、 F_2 作用下产生拉伸变形，若除去一对平衡力，则杆件就不会发生变形；若将平衡力 F_1 、 F_2 分别沿作用线移到杆件的另一端，则杆件产生压缩变形，如图 2-7 (b)。

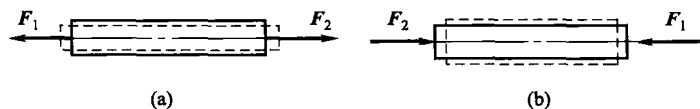


图 2-7

三、力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向可用这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来确定。这一性质称为力的平行四边形法则。

该法则表明，力矢量可按平行四边形法则进行合成与分解，如图 2-8 (a)。合力矢量与分力矢量间的关系符合矢量运算定律，有：

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

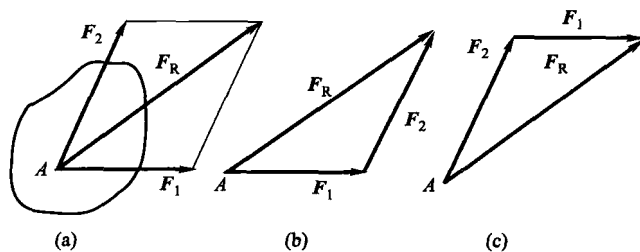


图 2-8

力的平行四边形也可以简化为力的三角形，如图 2-8 (b)、(c)。在力矢 F_1 (或 F_2) 的末端接绘力矢 F_2 (或 F_1)，再自力矢 F_1 (或 F_2) 的始端向力矢 F_2 (或 F_1) 的末端作一力矢，可得合力矢 F_R 。这种方法也称为力的三角形法则。

应该注意，力三角形只表示各力的大小和方向，并不表示各力作用线的位置；力三角形只是一种矢量运算方法，不能完全表示力系的真实作用情况。

两个共点力可按平行四边形法则合成一个唯一确定的合力。而反过来，一个力也可以按平行四边形法则分解为两个分力，但是其解答将是不定的。因为以已知力矢为对角线，若无其他附加条件，可以画出无穷多个不同的平行四边形，那么两个分力的大小和方向将是不定的，问题的解答将有无数多，如图 2-9 所示。

如果将力 F 沿直角坐标轴分解，如图 2-10 所示，则沿 x 轴和 y 轴的两个分力 F_x 和 F_y 的大小分别为：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中， α 和 β 分别为力 F 与 x 轴和 y 轴的夹角。

四、三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个使其平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则这三个力必定在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。这一性质称为三力平衡汇交定理。

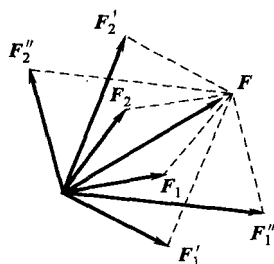


图 2-9

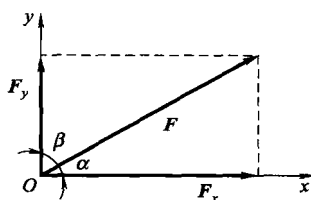


图 2-10

如图 2-11 (a) 所示, 在刚体的 A 、 B 、 C 三点上分别作用着 F_1 、 F_2 、 F_3 三个力矢, 且在力系 (F_1 、 F_2 、 F_3) 的作用下, 刚体平衡, 其中 F_1 、 F_2 的作用线汇交于一点 O 。根据力的可传性, 将力矢 F_1 、 F_2 的作用点移至汇交点 O 处 [图 2-11 (b)], 然后根据力的平行四边形法则, 求得合力矢 F_R 。由于力系 (F_1 、 F_2 、 F_3) 为平衡力系, 则力矢 F_3 应与合力矢 F_R 平衡。根据二力平衡公理可知, 力矢 F_3 应与合力矢 F_R 共线, 所以力矢 F_3 必与力矢 F_1 、 F_2 共面, 且其作用线通过汇交点 O 。

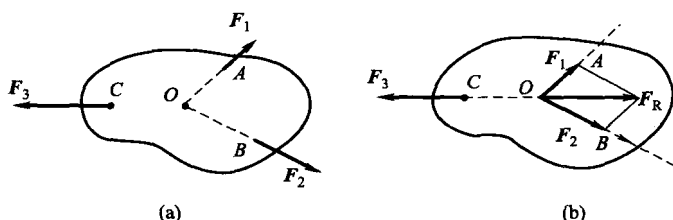


图 2-11

三力平衡汇交定理实际上是二力平衡公理、加减平衡力系公理和力的平行四边形法则的推理。它说明了不平行的三个力平衡的必要条件, 当两个力相交时, 可用来确定第三个力的作用线的方位。

五、作用和反作用公理

作用力和反作用力总是同时存在的, 并且两个力的大小相等、方向相反、沿着同一直线, 分别作用在两个相互作用的物体上。这一性质称为作用与反作用公理。

如图 2-12 (a) 所示, 将两弹簧秤钩在一起, 若施以一对拉力, 则两弹簧秤的读数相等, 这表示右弹簧秤施于左弹簧秤的作用力 F 与左弹簧秤施于右弹簧秤的反作用力

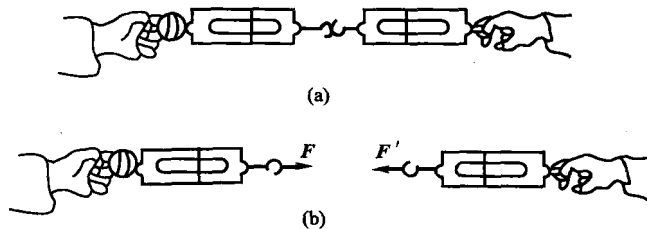


图 2-12

F' 大小相等、方向相反并且沿着同一直线, 如图 2-12 (b) 所示。

作用和反作用公理揭示了自然界中物体间相互作用力的定量关系, 即作用力与反作用力总是成对出现、成对消失。它普遍适用于任何相互作用的物体, 是研究若干个物体所组成的物体系统平衡问题的基础。

作用和反作用公理所建立的作用力与反作用力之间的关系, 以及二力平衡公理所建立的两个平衡力之间的关系, 都表达为两个力共线、等值、反向。但这两个公理存在着本质上的

差别：二力平衡公理所指的是作用在同一刚体上的两个力；而作用和反作用公理所指的是分别作用在两个相互作用的刚体上的两个力。

第三节 力对点的矩

一、力矩的概念

如图 2-13 所示，用扳手拧紧螺钉时，力 F 使扳手连同螺钉绕 O 点转动。由经验知道，加在扳手上的力越大或离螺钉中心越远，则转动螺钉就越容易。这表明，力 F 使物体绕某一固定点 O 转动的效应，不仅与力 F 的大小有关，还与该点到力作用线的距离 d 有关。

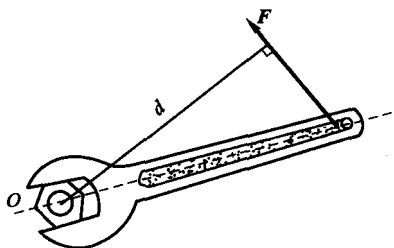


图 2-13

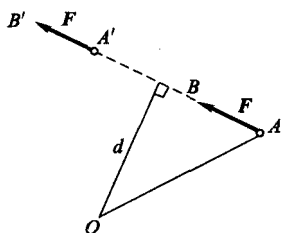


图 2-14

用 Fd 度量力 F 使物体绕某点 O 转动的效应，并称为力 F 对 O 点的力矩，简称为力矩，记为 $M_O(F)$ 。

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (2-2)$$

式中，点 O 称为力矩中心，简称为矩心；距离 d 称为力臂；乘积 Fd 称为力矩的大小；符号“ $\pm$ ”表示力矩的转向，规定在平面问题中，力 F 使物体绕矩心作逆时针方向转动时为正，顺时针转动时为负。

由于力矩是力和距离的乘积，因此力矩的常用单位有 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

应当注意，一般说来，同一个力对不同点产生的力矩是不同的，因此不指明矩心而求力矩是无意义的，在表示力矩时，必须标明矩心。

由图 2-14 可知，力 F 沿其作用线由 AB 移至 $A'B'$ ，由于力 F 的大小以及由 O 点到作用线的距离 d 都不变，那么力 F 对于 O 点的矩也不变，即力对于一点的矩不因力沿其作用线移动而改变。

根据式 (2-2) 分析，可得到力矩的如下性质：

- ① 力对点之矩，取决于力的大小和矩心的位置；
- ② 力的大小等于零或力的作用线通过矩心时，力矩等于零；
- ③ 力对任一点之矩，不因该力的作用点沿其作用线移动而改变。

二、合力矩定理

合力矩定理讨论了平面力系的合力对平面内某一点的力矩与各分力对同一点力矩之间的关系。

如图 2-15 所示，杆件 OA 的 A 点处作用一力 F ，以 O 点为矩心，力臂为 d 。由式 (2-2)，可求得力 F 对 O 点的力矩：

$$M_O(F) = Fd \quad (2-3a)$$

现将力 F 分解为相互垂直的两个分力 F_1 和 F_2 ，它们的力臂分别为 d_1 和 d_2 。由图

2-15得:

$$F_1 = F \cos \alpha, \quad F_2 = F \sin \alpha$$

$$d_1 = d \cos \alpha, \quad d_2 = d \sin \alpha$$

两个分力 F_1 和 F_2 对 O 点力矩的代数和为:

$$\begin{aligned} M_O(F_1) + M_O(F_2) &= F_1 d_1 + F_2 d_2 \\ &= F \cdot \cos \alpha \cdot d \cos \alpha + F \cdot \sin \alpha \cdot d \sin \alpha \\ &= F \cdot d (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = Fd \end{aligned} \quad (2-3b)$$

由式 (2-3a)、式 (2-3b) 可以得到:

$$M_O(F) = M_O(F_1) + M_O(F_2) \quad (2-3c)$$

式 (2-3c) 表明合力 F 对 O 点的力矩等于分力

F_1 和 F_2 对 O 点力矩的代数和。它具有普遍的意义, 即平面力系的合力对平面内任一点的矩, 等于各分力对同一点矩的代数和。用数学式表示为:

$$M_O(F) = \sum M_O(F_i) \quad (2-4)$$

这就是平面力系的合力矩定理, 应用这个定理, 可以很方便地求出合力对一点的矩。

【例 2-1】 如图 2-16 (a) 所示结构, 分别求出力 F 对 A 、 B 、 C 三点的力矩。

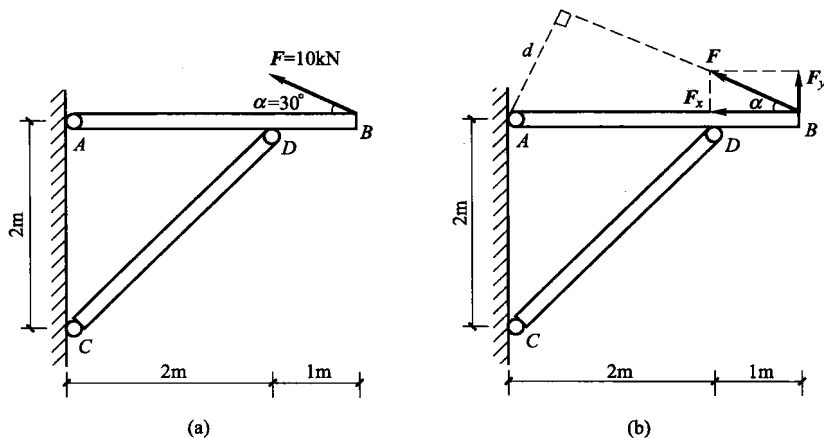


图 2-16

【解】

(1) 求力 F 对 A 点的力矩

如图 2-16 (b) 所示, A 点至力 F 作用线的垂直距离, 可利用三角形关系直接求出:

$$d = AB \sin \alpha = 3\text{m} \times \sin 30^\circ = 1.5\text{m}$$

由力矩定义, 得:

$$M_A(F) = Fd = 10\text{kN} \times 1.5\text{m} = 15\text{kN} \cdot \text{m}$$

(2) 求力 F 对 B 点的力矩

由于力 F 的作用线通过矩心 B 点, 则有:

$$M_B(F) = 0$$

(3) 求力 F 对 C 点的力矩