

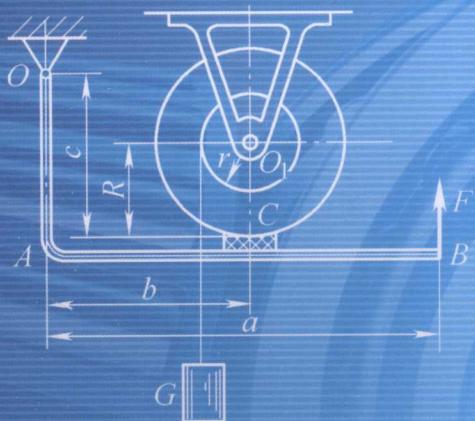


高职高专基础课“十一五”规划教材

# 工程力学 简明教程

苏德胜 韩淑洁 主编

## ENGINEERING MECHANICS



高职高专基础课“十一五”规划教材

# 工程力学简明教程

主编 苏德胜 韩淑洁  
副主编 姚军 宋学静  
参编 王莺 王海梅 孟蕾青  
张春玲 高晓芳  
主审 孟庆东



机械工业出版社

本书是根据教育部制定的《工程力学教学基本要求》和高等职业技术教育机械类专业力学课程教学要求，在总结编写教师多年教学经验的基础上编写而成的。本书充分结合当前教学实际，体现了高职高专的教育特色。

本书内容共四篇，十六章，包括了静力学、运动学、动力学和材料力学的相关知识。为体现学以致用，各章都精选了大量工程实例。另外，各章后均附有本章小结、思考题和习题，有利于学生学习总结。

本书可作为高职高专院校机械类、近机械类专业的通用教材，也可作为机械类本科(少学时)、职工大学、业余大学、函授大学、高等教育自学考试和中等专业学校有关专业的教学用书，并可供相关技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学简明教程/苏德胜，韩淑洁主编. —北京：机械工业出版社，2009.7

高职高专基础课“十一五”规划教材

ISBN 978-7-111-26836-9

I. 工… II. ①苏…②韩… III. 工程制图—高等学校：  
技术学校—教材 IV. TB23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 056955 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：李大国 版式设计：张世琴 责任校对：陈延翔

封面设计：王伟光 责任印制：李 妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm · 17.25 印张 · 334 千字

0001—4000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-26836-9

定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

销售服务热线电话：(010)68326294

购书热线电话：(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010)88379771

封面无防伪标均为盗版

# 前　　言

本书是根据教育部制定的《工程力学教学基本要求》和高等职业技术教育机械类专业力学课程教学要求而编写的。在本书的编写过程中，紧密结合了当前高职、高专力学教学改革的需要，既注意学习、吸收有关院校力学课程改革的成果，又尽量反映著作者长期教学积累的经验与体会，严格把握读者定位，恰当组织、简化公式推导，着力贯彻“以应用为目的”、“以必需、够用为度”的原则，体现了高职、高专教材“简明”的特色，力求做到由浅入深，循序渐进，便于阅读。本书在阐明基本概念和基本理论的基础上，为突出工程实际，书中列举了较多实例。目前，学生学习工程力学的问题主要在于独立解题困难，针对这一问题，在各章节中选用了较多的有代表性的例题。本书各章后均有本章小结、思考题及习题，便于学生对知识的回顾与总结。

本书包括了“理论力学”和“材料力学”两部分的基础内容，在“理论力学”和“材料力学”两部分之间的相互衔接和前后呼应上，以及某些章节内容的取舍和处理上，与当前同一类教材比较，有一些改进，有一定特色。本书按70~90学时分配编写，并可结合各专业的具体情况进行调整，有些内容可作为选学或供学生自学(如加\*的内容)。

为方便教学，本书还配套了电子课件供选用本教材的老师免费下载([www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com))，内容包括了电子教案、动画演示、实例分析和问题讨论等。

本书由苏德胜、韩淑洁主编。参加编写的老师有：苏德胜、韩淑洁、姚军、宋学静、王莺、王海梅、孟蕾青、张春玲、高晓芳。

本书由青岛科技大学孟庆东、杨洪林两位教授审核，孟庆东教授担任本书的主审。

本书的出版得到了机械工业出版社和有关院校的大力支持与协助，在编写过程中借鉴、引用了许多同类教材中的资料、图表或题例，谨此一并表示衷心感谢。

限于作者的水平，书中难免存在疏漏、缺点和不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

# 目 录

## 前言

绪论 ..... 1

## 第一篇 静 力 学

### 第一章 静力学基础 ..... 5

第一节 力的概念 ..... 5

第二节 刚体和平衡的概念 ..... 6

第三节 力的基本性质 ..... 6

第四节 约束和约束力 ..... 8

第五节 物体的受力分析与  
受力图 ..... 11

本章小结 ..... 15

思考题 ..... 15

习题 ..... 16

### 第二章 平面基本力系 ..... 17

第一节 平面汇交力系 ..... 17

第二节 平面力对点之矩 ..... 23

第三节 平面力偶系 ..... 25

本章小结 ..... 28

思考题 ..... 29

习题 ..... 30

### 第三章 平面任意力系 ..... 33

第一节 力的平移定理 ..... 34

### 第二节 平面任意力系的平衡条件

及其应用 ..... 35

第三节 静定与超静定问题的概念及  
物体系统的平衡 ..... 40

第四节 摩擦 ..... 43

本章小结 ..... 48

思考题 ..... 49

习题 ..... 50

### 第四章 空间力系 ..... 54

第一节 力在空间直角坐标轴上的  
投影 ..... 54

第二节 力对轴之矩 ..... 55

第三节 空间任意力系的平衡  
方程 ..... 57

第四节 物体的重心和形心 ..... 60

本章小结 ..... 64

思考题 ..... 65

习题 ..... 65

## 第二篇 运 动 学

### 第五章 运动学基础 ..... 70

第一节 点的运动学 ..... 70

第二节 刚体的基本运动 ..... 79

本章小结 ..... 85

思考题 ..... 85

习题 ..... 86

### 第六章 点的合成运动及刚体的 平面运动 ..... 88

第一节 点的合成运动的概念 ..... 88

第二节 点的速度合成定理 ..... 89

第三节 牵连运动为平动时点的加速度合成定理 .....	91	本章小结 .....	98
第四节 刚体的平面运动 .....	92	思考题 .....	99
		习题 .....	100

### 第三篇 动力学

<b>第七章 动力学基础 .....</b>	104
第一节 质点动力学基本方程 .....	104
第二节 质点动力学的应用	
举例 .....	106
第三节 刚体绕定轴转动的微分方程及其应用 .....	108
本章小结 .....	113
思考题 .....	113
习题 .....	114
<b>第八章 动静法(达朗贝尔原理) .....</b>	117

第一节 惯性力与质点的达朗贝尔原理 .....	117
第二节 刚体惯性力系的简化 .....	119
第三节 用动静法解质点系统动力学问题的应用举例 .....	122
第四节 定轴转动刚体轴承的附加动反力 .....	123
本章小结 .....	124
思考题 .....	125
习题 .....	126

### 第四篇 材料力学

<b>第九章 拉伸与压缩 .....</b>	131
第一节 轴向拉伸与压缩的概念与实例 .....	131
第二节 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力 .....	131
第三节 轴向拉伸或压缩时横截面上的应力 .....	134
第四节 轴向拉伸或压缩时的应变 .....	135
第五节 材料在拉伸或压缩时的力学性质 .....	137
第六节 拉伸和压缩的强度计算 .....	142
第七节 应力集中的概念 .....	145
第八节 简单拉(压)静不定问题 .....	145
本章小结 .....	148
思考题 .....	150

习题 .....	150
<b>第十章 剪切与挤压 .....</b>	153
第一节 剪切变形 .....	153
第二节 挤压变形 .....	155
第三节 剪切和挤压的强度计算 .....	156
本章小结 .....	160
思考题 .....	161
习题 .....	161
<b>第十一章 圆轴的扭转 .....</b>	163
第一节 扭转的概念与实例 .....	163
第二节 外力偶矩和扭矩的计算 .....	163
第三节 圆轴扭转时的应力与强度计算 .....	166
第四节 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....	170

本章小结 .....	172	第一节 压杆稳定的概念及失稳分析 .....	222
思考题 .....	172	第二节 临界力和临界应力 .....	224
习题 .....	173	第三节 压杆的稳定性计算 .....	229
<b>第十二章 直梁的弯曲 .....</b>	<b>175</b>	第四节 提高压杆稳定性的措施 .....	230
第一节 弯曲和平面弯曲的概念与实例 .....	175	本章小结 .....	231
第二节 梁的计算简图及分类 .....	176	思考题 .....	232
第三节 梁的内力——剪力和弯矩 .....	177	习题 .....	232
第四节 剪力图和弯矩图 .....	179	<b>*第十五章 应力状态分析及强度理论 .....</b>	<b>235</b>
第五节 弯曲时的正应力 .....	185	第一节 应力状态的概念 .....	235
第六节 梁弯曲横截面上的切应力 .....	190	第二节 二向应力状态分析 .....	236
第七节 梁的强度计算 .....	192	第三节 三向应力状态简介及广义胡克定律 .....	240
第八节 梁的弯曲变形计算和刚度校核 .....	197	第四节 强度理论简介 .....	242
*第九节 简单超静定梁的解法 .....	202	本章小结 .....	244
第十节 提高梁承载能力的措施 .....	203	思考题 .....	245
本章小结 .....	206	习题 .....	245
思考题 .....	207	<b>*第十六章 动荷应力与交变应力简介 .....</b>	<b>246</b>
习题 .....	207	第一节 动荷应力 .....	246
<b>第十三章 组合变形的强度计算 .....</b>	<b>211</b>	第二节 交变应力与疲劳破坏的概念 .....	251
第一节 组合变形的概念 .....	211	本章小结 .....	253
第二节 拉伸(或压缩)与弯曲的组合变形 .....	212	思考题 .....	254
第三节 弯曲与扭转的组合变形 .....	214	习题 .....	254
本章小结 .....	218	<b>附录 .....</b>	<b>256</b>
思考题 .....	219	附录 A 几种常见图形的几何性质 .....	256
习题 .....	219	附录 B 简单形状均质刚体的转动惯量 .....	257
<b>第十四章 压杆稳定 .....</b>	<b>222</b>	附录 C 型钢规格表 .....	258
参考文献 .....	269		

# 绪 论

伴随着科学技术的发展，人类社会发生了深刻的变化。蒸汽机的出现带来了一次重大的工业革命，使得世界工业化进程大大加快，人们的生活、工作空间得到了迅猛扩展，为今天的高新技术产生和发展奠定了基础。在这样的科技进步中，工程力学也从无到有，并得到了很大发展，为现代科学技术革命做出了重要贡献。

力学是研究宏观物体机械运动规律的科学，它揭示了物体之间的相互作用以及和运动之间的关系。力学的发展推动了科学技术和人类社会的进步。力学是众多学科和工程技术的基础。正是由于力学应用的广泛性，所以力学在解决一系列工程技术问题时，又向其他学科渗透，并在渗透的过程中大大丰富了力学科学本身。力学在发展的过程中，又衍生出许多分支学科，如理论力学、材料力学、结构力学、弹性力学、塑性力学、断裂力学……。它们最为突出的特点就是力学与工程的交叉。这些力学统称为“工程力学”。简单说来，工程力学是既与工程又与力学相关的学科。因此，工程力学是研究范围极其广泛的技术基础课程。

## 一、本书研究的内容

### 1. 本书主要构成

本书分四篇，第一篇是静力学(共4章)；第二篇是运动学(共2章)；第三偏是动力学(共2章)；第四篇是材料力学(共8章)。四个部分相对独立，读者可以根据需要选择进行学习。

### 2. 主要内容

本书包含了理论力学和材料力学的主要内容。

(1) 理论力学 理论力学是研究物体机械运动一般规律的基础学科，讨论机构的运动情况及其受力分析，是工程分析与设计的起点。理论力学的内容包括以下三个部分：

1) 静力学：研究物体的受力分析及作用于物体上的力系平衡问题。

2) 运动学：从几何角度来研究机械的运动规律。

3) 动力学：研究作用于物体上的力与物体机械运动变化之间的关系。

(2) 材料力学 材料力学主要研究构件在外力作用下，其内部将产生何种内力，这些内力导致构件发生何种变形，以及如此的变形对构件正常工作将产生什么影响。工程上把构件在外力作用下，丧失正常的工作能力的现象称为失效。通常失效分为三类：强度失效、刚度失效和稳定性失效。比如机械加工用的钻床

立柱(图 0-1)，如果强度不足，会发生塑性变形或断裂；再如，翻斗货车的液压机构中的顶杆(图 0-2)，如果承受的压力过大，或者杆本身过于细长，有可能发生突然弯曲，导致稳定性失效。

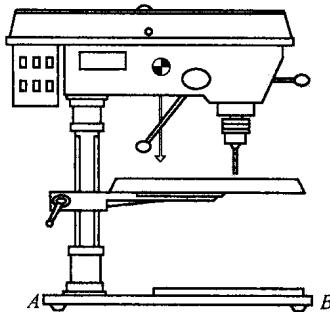


图 0-1

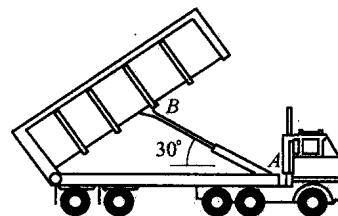


图 0-2

### 3. 研究模型

静力学中在研究物体受力时，先忽略物体自身的变形，而认为其是不变形的物体，这样的物体称为刚体。例如图 0-3 所示的塔式吊车，一般情况下，在其工作时可以将其看成是刚体。由于有了这样的假设，在静力学中分析物体受力时，问题就得到了简化。

材料力学主要研究物体受力后发生的变形情况，因此在由静力学中得到了物体所受外力情况后，在材料力学中就不能将其看成是刚体，而要看成是变形体。

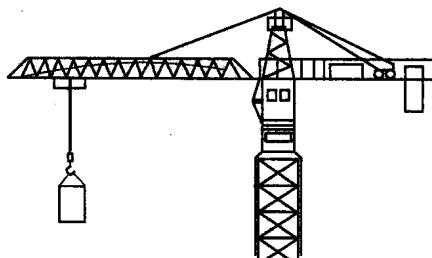


图 0-3

## 二、工程力学的学习方法

### 1. 联系实际

工程力学来源于人类长期的生活实践、生产实践与科学实验，并且广泛应用于各类工程实践中。因此，在实践中学习工程力学是一个重要的学习方法。

广泛联系与分析生活及生产中的各种力学现象，是培养未来的工程技术人员对工程力学发生兴趣的一条重要途径。而对工程力学的兴趣乃是身心投入的一个重要起点。联系实际也是从获得理论知识到养成分析与解决问题能力之间的一座桥梁。初学工程力学的人的通病就是感到“理论好懂，习题难解”，这就是缺少各种实践的过程(包括大量的课内外练习)，没有完成理论到能力之间转化的一种反映。

### 2. 善于总结

将书读薄是做学问的一种基本方法。读一本书后要将其总结成几页材料，惟其如此，才能抓住一个章节、一本书、乃至一门学科的精髓，才能融会贯通，才能真正成为自己的知识。

理论要总结，解题的方法与技巧也要总结。本书例题中常有一题多解和多题一解的现象，其目的就是在于传授方法，培养举一反三的能力。

### 3. 勤于交流

相互交流是获取知识的一种重要手段，课堂教学、习题讨论、课件利用直至网上交流，经常表述自己的观点，不断纠正自己的错误理念，从而使自己的综合素质得到提高。

# 第一篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的一门科学。所谓平衡，是指物体相对于地面保持静止或做匀速直线运动的状态。所谓力系，是指作用于同一物体上的一组力。物体处于平衡状态时，作用于该物体上的力系称为平衡力系。

静力学研究的主要内容，一是对物体进行受力分析；二是对作用于物体上的力系进行简化，即用简单的力系代替复杂的力系；三是研究物体在力系作用下的平衡条件。

研究静力学的目的：

(1) 工程专业都要接触到机械运动的平衡问题 有很多工程实际问题可以直接应用静力学的基本理论去解决，有些问题则需要用静力学和其他专门知识共同来解决。所以学习静力学可以解决工程实际问题或为解决工程实际问题打下一定的基础。

(2) 静力学是研究力学中最普遍、最基本的规律 很多工程专业的课程，如机械设计基础、运动学、材料力学以及许多专业课程等，都要以静力学为基础。例如，只有对构件进行外力分析的前提下，才能运用材料力学的理论进行构件的强度、刚度和稳定性计算。所以静力学是学习一系列后续课程的重要基础。

# 第一章 静力学基础

力的公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章主要介绍约束及约束力，物体的受力分析及受力图的绘制。

## 第一节 力的概念

力的概念是人们在生产和生活实践中通过反复的观察、实验和分析而逐渐建立起来的。物理学中已经指出，力是物体间的相互机械作用。这种作用将使物体运动状态发生改变或使物体产生变形。

力可以改变物体的机械运动状态(又称外效应)。例如，原来静止的汽车在力的作用下开始动起来；行驶的汽车刹车时，靠摩擦力使它停下来。有时力作用在物体上，并不会改变客观存在的运动状态，这是因为作用在物体上的这些力相互平衡，它们的运动效果互相抵消的缘故。

力还能使物体产生变形(又称内效应)。例如，弹簧受拉力时会伸长，起重机横梁在起吊重物时会产生弯曲变形等。

实践证明，力对物体的效应取决于力的基本要素，即力的大小、方向和作用点，简称为力的三要素。只要其中的任何一个要素改变，该力对物体的作用效应就要改变，因此力是矢量，记作  $F$ 。力  $F$  的三个要素可以用一个带箭头的有向线段  $AB$  来表示，如图 1-1 所示。

(1) 力的大小 力的大小反映了物体间机械作用的强弱，按一定的比例尺通过线段  $AB$  的长度表示。在国际单位制中，力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)， $1\text{kN} = 10^3\text{N}$ 。

(2) 力的方向 力的方向表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向，用箭头来表示。

(3) 力的作用点 力的作用点是力作用在物体上的部位。如果力作用的面积很小，可以近似地看成作用在一个点上，这种力称为集中力，通常用  $F$  表示。力作用的点称为力的作用点。如图 1-2a 所示，单臂吊车的水平梁  $AB$ ，在  $B$  点和  $C$  点分别受到集中力  $F_T$  和  $G$  的作用(图 1-2b)。如果两个物体相互作用时力的作用范围较大，如作用于化工塔器上的风载  $p_1$ 、 $p_2$ (图 1-2c)，则这种力称为均布力。

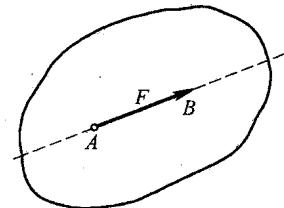


图 1-1

或均布荷载。通常用均布荷载密度来表示均布荷载作用的强弱程度，并用 $q$ 来表示。

在静力学中，用黑体字母表示矢量（如 $\mathbf{F}$ ），而用普通字母表示力的大小（如 $F$ ）。

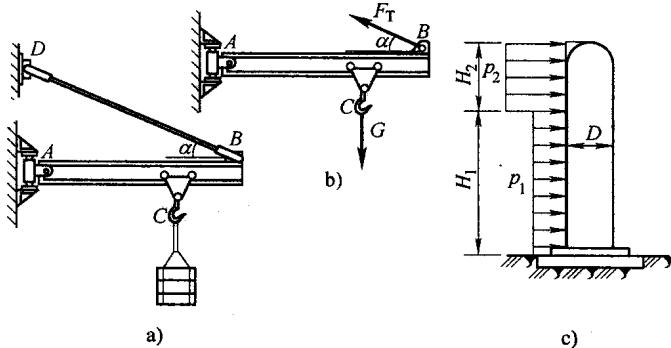


图 1-2

## 第二节 刚体和平衡的概念

### 一、刚体的概念

力对物体的效应，除了使物体的运动状态发生改变外，还使物体发生变形。在正常情况下，工程中的机械零件和结构构件在力的作用下发生的变形是很微小的，甚至只有用专门的仪器才能测量出来。这种微小的变形在研究力对物体的外效应时影响极小，因此可以略去不计。这时就可以把物体看做是不变形的。在受力情况下保持形状和大小不变的物体称为刚体。刚体是对物体进行抽象后得到的一种理想模型，它可使理论推导和计算大大简化。在静力学中不研究内效应，而只研究力的外效应，因而可将物体视为刚体。然而，当变形这一因素在所研究的问题中是处于主要地位时（如在材料力学中），即使变形量很小，也不能把物体看做是刚体。

### 二、平衡的概念

在工程中，把物体相对于地面处于静止或做匀速直线运动的状态称作平衡。例如，静止的房屋建筑，在直线轨道上等速前进的火车，都是处于平衡状态。

## 第三节 力的基本性质

实践证明，力具有下述四个性质（也可称为力的四个公理）：

**性质 1（二力平衡公理）** 作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的必要和

充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。如图 1-3 所示，即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

二力平衡公理总结了作用在刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。它对刚体来说既必要又充分；但对非刚体，却是不充分的。如绳索受两个等值、反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值、反向的压力作用就不平衡。

工程上将自重不计、只受两个力作用而处于平衡的物体称为二力杆。工程中二力杆是很常见的，如图 1-4a 所示结构中的 BC 杆，在不计其自重时，就可视为二力杆或二力构件。其受力如图 1-4b 所示。

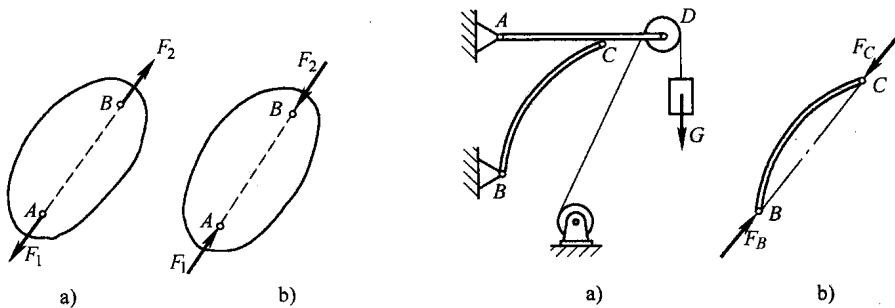


图 1-3

图 1-4

**性质 2(加、减平衡力系公理)** 在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

这个性质的正确性也是很明显的，因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响。这个性质是力系简化的理论根据之一。

根据性质 2 可以导出如下推论——**力的可传性**：作用在刚体上某点的力，可以沿其作用线移到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用。如图 1-5 所示，在水平道路上用水平力  $F$  作用于 A 点推车或用  $F$  力作用于 B 点拉车可以产生同样效果。

由此可见，对刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效果的要素，它可用力的作用线代替，即力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

必须注意，加、减平衡力系原理和力的可传性只适用于刚体，不适用于变形体。这个问题将在材料力学中讨论。

**性质 3(力的平行四边形公理)** 作用在物体上同一点的两个力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  可以

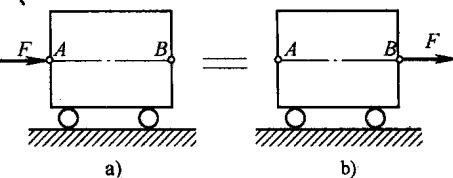


图 1-5

合成为一个合力  $F_R$ 。合力的作用点也在该点；合力的大小和方向，由以这两个力的力矢为边所构成的平行四边形的对角线来确定。如图 1-6 所示，如果将原来的两个力  $F_1$  和  $F_2$  称为分力，此法则可简述为合力  $F_R$  等于两分力的矢量和。即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

这个公理总结了最简单的力系的简化规律，它是其他复杂力系简化的基础。

**性质 4(作用和反作用公理)** 若将两物体间相互作用之一称为作用力，则另一个就称为反作用力。两物体间的作用力与反作用力必定等值、反向、共线，并且分别同时作用于两个相互作用的物体上。

本公理阐明了力是物体间的相互作用，其中作用与反作用的称呼是相对的。力总是以作用与反作用的形式存在的，且以作用与反作用的方式进行传递。

这里应该注意，二力平衡公理与作用与反作用公理之间的区别。前者叙述了作用在同一物体上两个力的平衡条件；后者却是描述两物体间相互作用的关系。

有时考察的对象是一群物体的组合称为物体系统(简称物系)。物系外的物体与物系间的作用力称为外力，而物系内部物体间的相互作用力称为内力。内力总是成对出现且呈等值、反向、共线的特点，所以就物系而言，内力的合力总是为零。因此，内力不会改变物系的运动状态。但内力与外力的划分又与所取物系的范围有关，随着所取对象范围的不同，内力与外力是可以互相转化的。

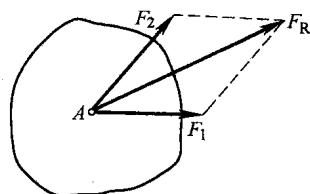


图 1-6

## 第四节 约束和约束力

在分析物体的受力情况时，常将力分为主动力和约束力。工程上把能使物体产生某种形式的运动或运动趋势的力称为主动力(又称为荷载)。主动力通常是已知的，常见的主动力有重力、磁力、流体压力、弹簧的弹力和某些作用于物体上的已知力。

物体在主动効的作用下，其运动大多受到某些限制。对物体运动起限制作用的其他物体，称为约束物，简称为约束。被限制的物体称为被约束物。如吊式电灯被电线限制使电灯不能掉下来，电线就是约束(物)，电灯是被约束物。约束作用于被约束物的力称为约束力(简称反力)。如电线作用于吊式电灯的力即为约束力。显然，约束力是由于有了主动効的作用才引起的，所以约束力是被动力。约束(物)是通过约束力来实现限制被约束物的运动的，所以约束力的方向总是与约束物所能阻止的运动方向相反。至于约束力的大小，则需要通过以后几

章研究的平衡条件求出。

下面介绍几种常见的约束形式和确定约束力的分析。

### 一、柔性约束

由绳索、链条或传动带等柔性物体构成的约束称为柔性约束。由于柔性物体本身只能受拉，不能受压，因此，柔性约束对物体的约束力，必沿着柔性物体的轴线方向，作用于连接点处，并背离被约束物体。这类约束通常用  $F_T$  表示。如图 1-7a 所示，用绳子悬吊一重物  $G$ ，绳子对重物  $G$  的约束力为  $F'_T$ ；如图 1-7b 所示，传动带对带轮的约束力为  $F_{T1}'$  ( $F_{T1}$ ) 和  $F_{T2}'$  ( $F_{T2}$ )。

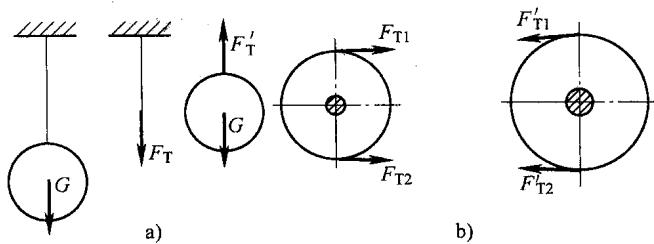


图 1-7

### 二、光滑接触面(线、点)约束

当物体与平面或曲面接触时，如果摩擦力很小可忽略不计，就可以认为接触面是“光滑”的。光滑面约束只能阻止物体在接触点处沿公法线方向向接触面内部的位移(图 1-8a)，不能限制物体沿接触面切线方向的位移。所以，光滑面对物体的约束力，作用在接触处，方向沿接触面的公法线，指向被约束物体，并用符号  $F_N$  表示。

如果两物体在一个点或沿一条线相接触，且摩擦力可以略去不计，则称为光滑接触点或光滑接触线约束。图 1-8b 所示，

一圆球(或圆柱) $O$  放置在光滑圆球(或圆柱) $A$  上，则 $A$  对 $O$  就构成约束，其约束力  $F_N$  作用在接触点(或接触线)，方向应沿接触点(或接触线)的公法线，并指向受力物体  $O$ 。

### 三、圆柱销铰链约束

如图 1-9a 所示，将两零件  $A$ 、 $B$  的端部钻孔，用圆柱形销钉  $C$  把它们联接起来，如果销钉和圆孔是光滑的，且销钉与圆孔之间有微小的间隙，那么销钉只限制两零件的相对移动，而不限制两零件的相对转动。具有这种特点的约束称为铰

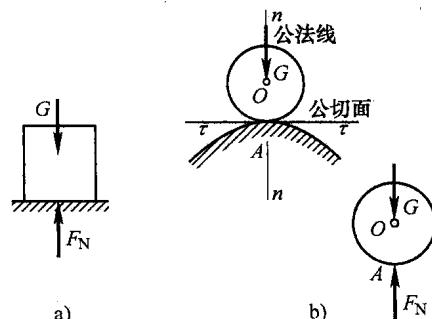


图 1-8

链。图 1-9d 所示为其简化图。由图可见，销钉与零件 A、B 接触，实际上是与两个光滑内孔圆柱面接触。按照光滑面约束的约束力特点，以零件 A 为例，销钉给 A 的约束力  $F_R$  应沿销钉与圆孔的接触点 K 的公法线，即沿孔的半径方向（图 1-9b）。但因接触点 K 一般不能预先确定，故约束力的方向也不能预先确定。在受力分析中常用两个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  来表示，如图 1-9c 所示。同理，若以零件 B 作为分析对象，也可得到同样结果，只不过与上述力的方向相反。读者可自行验证。

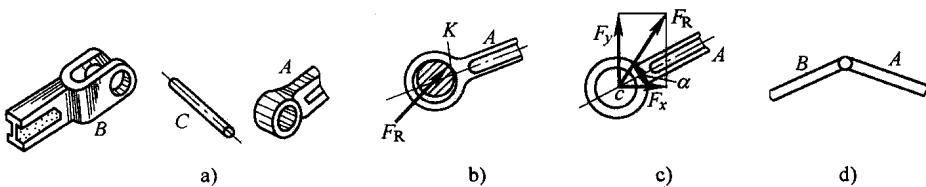


图 1-9

#### 四、圆柱销铰链支座约束

将构件连接在机器的底座上的装置称为支座。若用圆柱销钉将构件与底座连接起来，则构成圆柱销铰链支座约束。根据铰链支座与支承面的连接方式不同，铰链支座分成固定铰链支座和活动铰链支座。

##### 1. 固定铰链支座

如图 1-10a 所示，钢桥架 A 端的铰链支座为固定铰链支座（或辊轴支座）。其结构如图 1-10b 所示。它可用地脚螺栓将底座与固定支承面连接起来，如图 1-10c 所示。其约束力与

铰链约束力有相同的特征，所以也可用两个通过铰心的、大小和方向未知的正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  来表示。固定铰链支座的简图如图 1-10d 所示。

##### 2. 活动铰链支座

如果在支座和支承面之间有辊轴，就称为活动铰链支座，又称辊轴支座。如图 1-11a 所示，钢桥架的 B 端支座即为活动铰链支座。其简图如图 1-11b 所示。这种支座的约束力  $F_R$  垂直于支承面（图 1-11c）。

除以上几种比较简单的常见约束外，还有固定端等形式的约束，将在适当的章节作介绍。

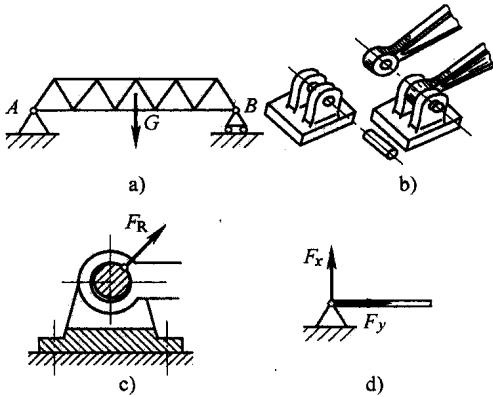


图 1-10