



普通高等教育“十一五”国家级规划教材 计算机系列教材

计算机组织与体系结构 (第4版)解题指南

白中英 主编
王让定 覃健诚 戴志涛 张 齐 编著

清华大学出版社





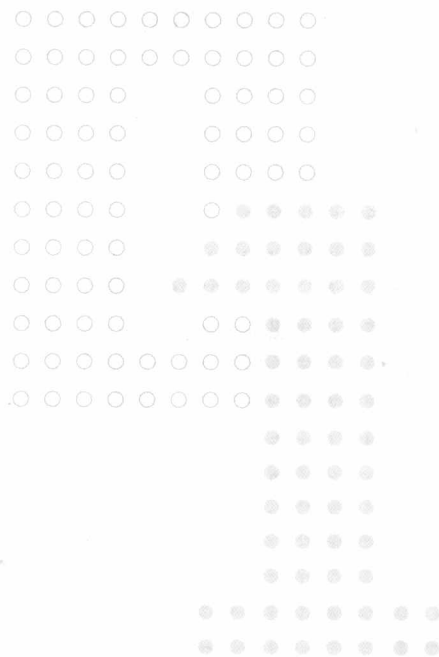
普通高等教育“十一五”国家级规划教材 计算机系列教材

白中英 主编

王让定 覃健诚 戴志涛 张 齐 编著

计算机组织与体系结构

(第4版)解题指南



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是《计算机组成与体系结构(第4版·立体化教材)》的配套教材。全书共12章,其中前11章分别对应主教材的各章内容,主要题型有选择题、证明题、计算题、分析题、设计题等。第12章是计算机专业硕士研究生入学统考辅导材料。

本书是高等学校计算机专业相关课程的辅助教材,特别适合作为考研辅导教材,也可作为计算机专业成人教育和国家计算机等级考试 NCRE(四级)用书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

计算机组织与体系结构(第4版)解题指南/白中英主编. —北京:清华大学出版社, 2009.6
(计算机系列教材)

ISBN 978-7-302-19920-5

I. 计… II. 白… III. 计算机体系结构—高等学校—解题 IV. TP303-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 060926 号

责任编辑:焦虹 徐跃进

责任校对:焦丽丽

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:12.5 彩 插:1 字 数:308 千字

版 次:2009 年 6 月第 1 版

印 次:2009 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:19.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。
联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:033111-01

普通高等教育“十一五”国家级规划教材 计算机系列教材 编委会

主 任：周立柱

副 主 任：王志英 李晓明

编委委员：（按姓氏笔画为序）

汤志忠 孙吉贵 杨 波

岳丽华 钱德沛 谢长生

蒋宗礼 廖明宏 樊晓桢

责任编辑：马瑛珺

E D I T O R S

“计算机组织与体系结构”课程是计算机科学技术专业的重要专业基础课程之一,也是一门实践性很强的课程。

2500年前,中国伟大的教育家孔子说过一句名言:“学而时习之,不亦乐乎!”

任何理论的学习,只有通过实践环节才能融会贯通。实践环节包括学生完成习题、实验、课程设计。为了配合理论教学,在出版《计算机组织与体系结构(第4版·立体化教材)》的基础上,我们新出版了本书。它提供了“计算机组织与体系结构”课程的典型题解600题,分为选择、填空、计算、证明、分析、设计6种类型。所选习题少而精,具有概念性、思考性、启发性,并给出参考答案。但不束缚学生的创造性,鼓励学生一题多解。其次,习题设计有不同的广度和深度,以适用于本科、大专两个层次的教学。作者倡导学生在理解的基础上灵活自如地掌握600道题解,并能独立做实验和课程设计。这样一定会学好这门课程。

参加本书编写和CAI课件、自测试题库、习题答案库研制工作的还有周峰、杨旭东、张天乐、靳秀国、张杰、杨秦、白媛、杨孟柯、李贞、张振华、刘俊荣、宗华丽、李姣姣、胡文发、王晓梅、王坤山、崔洪浚、吴璇、王玮等,限于幅面,封面上未能一一署名。

作者

北京邮电大学计算机学院

2009年5月

F O R E W O R D

读者意见反馈

亲爱的读者：

感谢您一直以来对清华版计算机教材的支持和爱护。为了今后为您提供更优秀的教材，请您抽出宝贵的时间来填写下面的意见反馈表，以便我们更好地对本教材做进一步改进。同时如果您在使用本教材的过程中遇到了什么问题，或者有什么好的建议，也请您来信告诉我们。

地址：北京市海淀区双清路学研大厦 A 座 602 计算机与信息分社营销室 收

邮编：100084

电子邮件：jsjc@tup.tsinghua.edu.cn

电话：010-62770175-4608/4409

邮购电话：010-62786544

教材名称：计算机组织与体系结构(第4版)解题指南

ISBN：978-7-302-19920-5

个人资料

姓名：_____ 年龄：_____ 所在院校/专业：_____

文化程度：_____ 通信地址：_____

联系电话：_____ 电子信箱：_____

您使用本书是作为：☐指定教材 ☐选用教材 ☐辅导教材 ☐自学教材

您对本书封面设计的满意度：

☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意 改进建议_____

您对本书印刷质量的满意度：

☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意 改进建议_____

您对本书的总体满意度：

从语言质量角度看 ☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意

从科技含量角度看 ☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意

本书最令您满意的是：

☐指导明确 ☐内容充实 ☐讲解详尽 ☐实例丰富

您认为本书在哪些地方应进行修改？（可附页）

您希望本书在哪些方面进行改进？（可附页）

第1章 计算机系统概论 /1

1.1 选择题 /1

1.2 填空题 /3

第2章 运算方法和运算器 /5

2.1 选择题 /5

2.2 证明题 /7

2.3 计算题 /10

2.4 分析题 /18

2.5 设计题 /24

第3章 内部存储器 /29

3.1 选择题 /29

3.2 分析题 /31

3.3 设计题 /39

第4章 指令系统 /47

4.1 选择题 /47

4.2 分析题 /49

4.3 设计题 /54

第5章 中央处理机 /59

5.1 选择题 /59

5.2 分析题 /61

5.3 设计题 /71

第6章 总线系统 /84

6.1 选择题 /84

6.2 分析题 /86

第7章 外围设备 /96

7.1 选择题 /96

7.2 分析题 /98

第8章 输入输出系统 /105

8.1 选择题 /105

8.2 分析设计题 /108

第9章 操作系统支持 /119

9.1 选择题 /119

9.2 分析设计题 /122

第10章 安腾高性能处理机体系结构 /129

10.1 选择题 /129

10.2 分析设计题 /131

第11章 并行体系结构 /136

11.1 选择题 /136

11.2 分析题 /137

第12章 考研辅导 /143

12.1 选择题 /143

12.2 计算题 /152

12.3 分析题 /159

12.4 设计题 /170

12.5 2009年全国硕士研究生入学统一考试“计算机组成原理”试题部分 /180

附录A 计算机组成原理研究生入学统考大纲 /184

附录B 主教材配套光盘与教学设备简介 /188

参考文献 /189

第1章 计算机系统概论

1.1 选择题

1. 现代计算机内部一般采用二进制形式。我国历史上的_____即反映了二值逻辑的思想,它最早记载在_____上,距今已有约_____千年。

- A. 八卦图、论衡、二
- B. 算筹、周髀算经、二
- C. 算筹、九章算术、一
- D. 八卦图、周易、三

2. 1946年研制成功的第一台电子数字计算机称为_____,1949年研制成功的第一台程序内存的计算机称为_____。

- A. EDVAC, MARKI
- B. ENIAC, EDSAC
- C. ENIAC, MARKI
- D. ENIAC, UNIVACI

3. 我国在_____年研制成功了第一台电子管数字计算机,第一台晶体管数字计算机于_____年完成。

- A. 1946, 1958
- B. 1950, 1968
- C. 1958, 1961
- D. 1959, 1965

4. 计算机的发展大致经历了五代变化,其中第四代是以_____年的_____计算机为代表。

- A. 1946—1957, 电子管
- B. 1958—1964, 晶体管
- C. 1965—1971, 中小规模集成电路
- D. 1972—1990, 大规模和超大规模集成电路

5. 计算机从第三代起,与 IC 电路集成度技术的发展密切相关。描述这种关系的是_____定律。

- A. 摩根
- B. 摩尔
- C. 图灵
- D. 冯·诺依曼

6. 1970年,_____公司第一个发明了半导体存储器,从而开始取代磁芯存储器,使计算机的发展走向了一个新的里程碑。

- A. 摩托罗拉
- B. 索尼
- C. 仙童
- D. 英特尔

7. 1971年,英特尔公司开发出世界上第一片4位微处理器_____,首次将CPU的所有元件都放入同一块芯片之内。

- A. Intel 4004
- B. Intel 8008
- C. Intel 8080
- D. Intel 8086

8. 1974年,英特尔公司开发的_____是世界上第一片通用8位微处理器。

- A. Intel 8008
- B. Intel 8080
- C. Intel 8086
- D. Intel 8088

9. 1978年,英特尔公司开发的_____是世界上第一片通用16位微处理器,可寻址存储器容量是_____。

- A. Intel 8088, 16KB
- B. Intel 8086, 1MB
- C. Intel 80286, 16MB
- D. Intel 80386, 16MB

10. 1985年,英特尔公司推出了32位微处理器_____,其可寻址存储容量为_____。

- A. Intel 80286, 16MB
B. Intel 80486, 4GB
C. Intel 80386, 4GB
D. Pentia, 4GB
11. _____对计算机的产生有重要影响。
A. 牛顿、维纳、图灵
B. 莱布尼兹、布尔、图灵
C. 巴贝奇、维纳、麦克斯韦
D. 莱布尼兹、布尔、克雷
12. 至今为止,计算机中的所有信息仍以二进制方式表示的理由是_____。
A. 节约元件
B. 运算速度快
C. 物理器件性能所致
D. 信息处理方便
13. 冯·诺依曼机工作方式的基本特点是_____。
A. 多指令流单数据流
B. 按地址访问并顺序执行指令
C. 堆栈操作
D. 存储器按内部选择地址
14. 20世纪六七十年代,在美国的_____州,出现了一个地名叫硅谷。该地主要工业是_____,它也是_____的发源地。
A. 马萨诸塞,硅矿产地,通用计算机
B. 加利福尼亚,微电子工业,通用计算机
C. 加利福尼亚,硅生产基础,小型计算机和微处理机
D. 加利福尼亚,微电子工业,微处理机
15. 20世纪50年代,为了发挥_____的效率,提出了_____技术,从而发展了操作系统,通过它对_____进行管理和调度。
A. 计算机、操作系统、计算机
B. 计算、并行、算法
C. 硬设备、多道程序、硬软资源
D. 硬设备、晶体管、计算机
16. 目前大多数集成电路生产中,所采用的基本材料为_____。
A. 单晶硅
B. 非晶硅
C. 锑化镓
D. 硫化镓
17. 编译程序出现的时期是_____。
A. 第一代
B. 第二代
C. 第三代
D. 第四代
18. 计算机硬件能直接执行的只有_____。
A. 符号语言
B. 机器语言
C. 机器语言和汇编语言
D. 汇编语言
19. 计算机高级程序语言一般分为编译型和解释型两类,在Java、FORTRAN和C语言中,属于编译型语言的是_____。
A. 全部
B. FORTRAN
C. C
D. FORTRAN和C
20. 下列说法中不正确的是_____。
A. 任何可以由软件实现的操作也可以由硬件来实现。
B. 固件就功能而言类似于软件,而从形态来说又类似于硬件。
C. 在计算机系统的层次结构中,微程序级属于硬件级,其他四级都是软件级。
D. 面向高级语言的机器是完全可以实现的。
21. 完整的计算机系统应包括_____。
A. 运算器、存储器、控制器
B. 外部设备和主机
C. 主机和实用程序
D. 配套的硬件设备和软件系统

参考答案:

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. B | 3. D | 4. D | 5. B | 6. C |
| 7. A | 8. B | 9. B | 10. C | 11. B | 12. C |
| 13. B | 14. D | 15. C | 16. A | 17. B | 18. B |
| 19. D | 20. C | 21. D | | | |

1.2 填空题

- 通用计算机按其性能和结构复杂性,依次分为 A、B、C、D、E、F 六大类。
- 计算机系统是一个由硬件和软件组成的多级层次结构,由低层到高层依次分为 A、B、C、D、E,每一级上都能进行程序设计。
- 计算机系统的5层结构中,第1级直接由 A 执行,第1级到第3级编写程序采用的语言是 B 语言,第4、5两级编写程序所采用的语言是 C 语言。
- 计算机的硬件是有形的电子器件构成的,它包括 A、B、C、D、E、F。
- 当前的中央处理机(CPU)包括 A、B、C。
- 冯·诺依曼型计算机的工作原理是 A 并按 B 顺序执行,这也是 CPU C 工作的关键。
- 计算机的软件通常分为 A 和 B 两大类。
- 计算机的系统软件包括 A、B、C、D。
- 计算机的软件是计算机 A 的重要组成部分,也是计算机不同于一般 B 的本质所在。
- 用来管理计算机系统的资源并调度用户的作业程序的软件称为 A,负责将 B 语言的源程序翻译成目标程序的软件称为 C。
- 计算机系统中的存储器分为 A 和 B。在 CPU 执行程序时,必须将指令存放在 C 中。
- 输入输出设备以及辅助存储器统称为 A。
- 计算机存储器的最小单位为 A。1KB 容量的存储器能够存储 B 个这样的基本单位。
- 在计算机系统中,多个系统部件之间信息传送的公共通路称为 A。就其所传送的信息的性质而言,在公共通路上传送的信息包括 B、C 和 D 信息。
- 从采用的器件角度看,计算机的发展大致经历了五代的变化。从 A 年开始为第一代,采用 B;从 C 年开始为第二代,采用 D;从 E 年开始为第三代,采用 F;从 G 年开始为第四代,采用 H;从 I 年开始为第五代,采用 J。
- 2000 年研制的 Pentium 4 是 A 位处理器,一个 CPU 芯片中含有的晶体管数目为 B 万,可寻址的内存容量为 C。
- 2002 年研制的 Itanium 2 是 A 位处理器,一个 CPU 芯片中含有的晶体管数

目为 B 万,可寻址的内存存储器容量为 C 。

18. 指令周期由 A 周期和 B 周期组成。

19. 取指周期中从内存读出的信息流称为 A 流,执行周期中从内存读出的信息流称为 B 流。

参考答案:

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| 1. A. 超级计算机 | B. 大型机 | C. 服务器 |
| D. 工作站 | E. 微型机 | F. 单片机 |
| 2. A. 微程序设计级 | B. 一般机器级 | C. 操作系统级 |
| D. 汇编语言级 | E. 高级语言级 | |
| 3. A. 硬件 | B. 二进制数 | C. 符号(英文字母和符号) |
| 4. A. 运算器 | B. 控制器 | C. 存储器 |
| D. 适配器 | E. 系统总线 | F. 外部设备 |
| 5. A. 运算器 | B. 控制器 | C. 存储器 |
| 6. A. 存储程序 | B. 地址 | C. 自动化 |
| 7. A. 系统软件 | B. 应用软件 | |
| 8. A. 各种服务性程序 | B. 语言类程序 | C. 操作系统 |
| D. 数据库管理程序 | | |
| 9. A. 系统结构 | B. 电子设备 | |
| 10. A. 操作系统 | B. 高级 | C. 编译系统 |
| 11. A. 内存 | B. 外存 | C. 内存 |
| 12. A. 外围设备 | | |
| 13. A. 比特 | B. 8192 | |
| 14. A. 总线 | B. 数据 | C. 地址 |
| D. 控制 | | |
| 15. A. 1946 | B. 电子管 | C. 1958 |
| D. 晶体管 | E. 1965 | F. SSI 和 MSI |
| G. 1971 | H. LSI 和 VLSI | I. 1986 |
| J. ULSI | | |
| 16. A. 64 | B. 4200 | C. 64GB |
| 17. A. 64 | B. 22 000 | C. 64GB |
| 18. A. 取指 | B. 执行 | |
| 19. A. 指令流 | B. 数据流 | |

第2章 运算方法和运算器

2.1 选择题

- 下列数中最小的数为_____。
A. $(101001)_2$ B. $(52)_8$ C. $(101001)_{BCD}$ D. $(233)_{16}$
- 下列数中最大的数为_____。
A. $(10010101)_2$ B. $(227)_8$ C. $(96)_{16}$ D. $(143)_5$
- 在机器数中,_____的零的表示形式是唯一的。
A. 原码 B. 补码 C. 反码 D. 原码和反码
- 针对8位二进制数,下列说法中正确的是_____。
A. -127的补码为10000000 B. -127的反码等于0的移码
C. +1的移码等于-127的反码 D. 0的补码等于-1的反码
- 计算机系统中采用补码运算的目的是为了_____。
A. 与手工运算方式保持一致 B. 提高运算速度
C. 简化计算机的设计 D. 提高运算的精度
- 某机字长32位,采用定点小数表示,符号位为1位,尾数为31位,则可表示的最大正小数为 ①,最小负小数为 ②。
A. $+(2^{31}-1)$ B. $-(1-2^{-32})$
C. $+(1-2^{-31}) \approx +1$ D. $-(1-2^{-31}) \approx -1$
- 某机字长32位,采用定点整数表示,符号位为1位,尾数为31位,则可表示的最大正整数为 ①,最小负整数为 ②。
A. $+(2^{31}-1)$ B. $-(1-2^{-32})$ C. $+(2^{30}-1)$ D. $-(2^{31}-1)$
- 定点8位字长的字,采用2的补码形式表示8位二进制整数,可表示的数范围为_____。
A. $-127 \sim +127$ B. $-2^{-127} \sim +2^{-127}$
C. $2^{-128} \sim 2^{+127}$ D. $-127 \sim +128$
- 32位浮点数格式中,符号位为1位,阶码为8位,尾数为23位,则它所能表示的最大规格化正数为_____。
A. $+(2-2^{-23}) \times 2^{+127}$ B. $+(1-2^{-23}) \times 2^{+127}$
C. $+(2-2^{-23}) \times 2^{+255}$ D. $2^{+127} - 2^{-23}$
- 64位浮点数格式中,符号位为1位,阶码为11位,尾数为52位,则它所能表示的最小规格化负数为_____。
A. $-(2-2^{-52}) \times 2^{-1023}$ B. $-(2-2^{-52}) \times 2^{+1023}$
C. -1×2^{-1024} D. $-(1-2^{-52}) \times 2^{+2047}$
- 假定下列字符码中有奇偶校验位,但没有数据错误,采有偶校验的字符码

是_____。

- A. 11001011 B. 11010110 C. 11000001 D. 11001001

12. 若某数 x 的真值为 -0.1010 , 在计算机中该数表示为 1.0110 , 则该数所用的编码方法是_____码。

- A. 原 B. 补 C. 反 D. 移

13. 已知定点整数 x 的补码为 $1x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\cdots x_0$, 其中 $x_n=1$ 为符号位, 且 $x > -2^{n-1}$, 则必有_____。

- A. $x_{n-1}=1$ B. $x_{n-1}=0$
C. $x_{n-1}=0$, 且 $x_0 \sim x_{n-2}$ 不全为 0 D. $x_{n-1}=1$, 且 $x_0 \sim x_{n-2}$ 不全为 0

14. 已知定点小数 x 的反码为 $1.x_1x_2x_3$, 且 $x < -0.75$, 则必有_____。

- A. $x_1=0, x_2=0, x_3=1$ B. $x_1=1$
C. $x_1=0$, 且 x_2, x_3 不全为 0 D. $x_1=0, x_2=0, x_3=0$

15. 长度相同但格式不同的 2 种浮点数, 假设前者阶码长、尾数短, 后者阶码短、尾数长, 其他规定均相同, 则它们可表示的数的范围和精度为_____。

- A. 两者可表示的数的范围和精度相同 B. 前者可表示的数的范围大但精度低
C. 后者可表示的数的范围大且精度高 D. 前者可表示的数的范围大且精度高

16. 某数在计算机中用 8421BCD 码表示为 0111 1000 1001, 其真值为_____。

- A. 789 B. 789H C. 1929 D. 11110001001B

17. 在浮点数原码运算时, 判定结果为规格化数的条件是_____。

- A. 阶的符号位与尾数的符号位不同 B. 尾数的符号位与最高数值位相同
C. 尾数的符号位与最高数值位不同 D. 尾数的最高数值位为 1

18. 运算器虽有许多部件组成, 但核心部分是_____。

- A. 数据总线 B. 算术逻辑运算单元
C. 多路开关 D. 通用寄存器

19. 在定点二进制运算器中, 减法运算一般通过_____来实现。

- A. 原码运算的二进制减法器 B. 补码运算的二进制减法器
C. 补码运算的十进制加法器 D. 补码运算的二进制加法器

20. 四片 74181ALU 和一片 74182CLA 器件相配合, 具有如下进位传递功能: _____。

- A. 行波进位 B. 组内先行进位, 组间先行进位
C. 组内先行进位, 组间行波进位 D. 组内行波进位, 组间先行进位

21. 在定点运算器中, 无论采用双符号位还是单符号位, 必须有_____, 它一般用_____来实现。

- A. 译码电路、与非门 B. 编码电路、或非门
C. 溢出判断电路、异或门 D. 移位电路、与或非门

22. 下列说法中正确的是_____。

- A. 采用变形补码进行加减法运算可以避免溢出
B. 只有定点数运算才有可能溢出, 浮点数运算不会产生溢出
C. 只有带符号数的运算才有可能产生溢出

- D. 只有将两个正数相加时才有可能产生溢出
23. 在定点数运算中产生溢出的原因是_____。
- A. 运算过程中最高位产生了进位或借位
B. 参加运算的操作数超出了机器的表示范围
C. 运算结果的操作数超出了机器的表示范围
D. 寄存器的位数太少,不得不舍弃最低有效位
24. 下溢指的是_____。
- A. 运算结果的绝对值小于机器所能表示的最小绝对值
B. 运算结果小于机器所能表示的最小负数
C. 运算结果小于机器所能表示的最小正数
D. 运算结果的最低有效位产生的错误
25. 按其数据流的传递过程和控制节拍来看,阵列乘法器可认为是_____。
- A. 全串行运算的乘法器
B. 全并行运算的乘法器
C. 串-并行运算的乘法器
D. 并-串行运算的乘法器
26. 下面浮点运算器的描述中正确的是_____。
- A. 浮点运算器用两个松散连接的定点运算部件——阶码部件和尾数部件来实现
B. 阶码部件可实现加、减、乘、除四种运算
C. 阶码部件只进行阶码相加、相减和比较操作
D. 尾数部件只进行乘法和除法运算

参考答案:

- | | | | | |
|------------|------------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. B | 3. B | 4. B | 5. C |
| 6. ① C ② D | 7. ① A ② D | 8. D | 9. A | 10. B |
| 11. D | 12. B | 13. D | 14. D | 15. B |
| 16. A | 17. D | 18. B | 19. D | 20. B |
| 21. C | 22. C | 23. C | 24. B | 25. B |
| 26. A, C | | | | |

2.2 证明题

1. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0.x_1x_2\cdots x_n$, 求证: $x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$

【证】 当 $x \geq 0$ 时, $x_0 = 0$,

$$[x]_{\text{补}} = 0.x_1x_2\cdots x_n = \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = x$$

当 $x < 0$ 时, $x_0 = 1$,

$$[x]_{\text{补}} = 1.x_1x_2\cdots x_n = 2 + x$$

$$x = 1.x_1x_2\cdots x_n - 2 = -1 + 0.x_1x_2\cdots x_n = -1 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

综合上述两种情况,可得出:

$$x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

2. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0, x_1 x_2 \cdots x_n$, 求证:

$$\left[\frac{1}{2}x\right]_{\text{补}} = x_0, x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$$

【证】 因为 $x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$, 所以

$$\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = -x_0 + \frac{1}{2}x_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-(i+1)}$$

根据补码与真值的关系有:

$$\left[\frac{1}{2}x\right]_{\text{补}} = x_0, x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$$

由此可见, 如果要得到 $[2^{-i}x]_{\text{补}}$, 只要将 $[x]_{\text{补}}$ 连同符号位右移*i*位即可。

3. 对于模4补码, 设 $[x]_{\text{补}} = x'_0, x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$ (x'_0 为符号位), 求证:

$$x = -2x'_0 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

【证】 因为 x'_0 为符号位, 当 $x \geq 0$ 时, $x_0 = 0$, x 为正数, 则

$$[x]_{\text{补}} = 0x_0, x_1 x_2 \cdots x_n = x_0 + 0, x_1 x_2 \cdots x_n = x$$

$$x = x_0 + 0, x_1 x_2 \cdots x_n = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

当 $x < 0$ 时, $x'_0 = 1$, x 为负数, 则

$$[x]_{\text{补}} = 1x_0, x_1 x_2 \cdots x_n = 4 + x \quad (\text{模4补码定义})$$

$$x = 1x_0, x_1 x_2 \cdots x_n - 4 = -2 + x_0 + 0, x_1 x_2 \cdots x_n = -2 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

综合以上两种情况, 可知:

$$x = -2x'_0 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

其中

$$x'_0 = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$$

4. 求证: $[-x]_{\text{补}} = [[x]_{\text{补}}]_{\text{求补}}$ 。

【证】 当 $0 \leq x < 2^n$ 时, 设

$$[x]_{\text{补}} = 0x_1 x_2 \cdots x_n = x$$

$$-x = -x_1 x_2 \cdots x_n$$

$$[-x]_{\text{原}} = 1x_1 x_2 \cdots x_n$$

所以

$$[-x]_{\text{补}} = 1\bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 1$$

比较 $[x]_{\text{补}}$ 和 $[-x]_{\text{补}}$, 发现将 $[x]_{\text{补}}$ 连同符号位求反加1即得 $[-x]_{\text{补}}$ 。

当 $-2^n \leq x < 0$ 时, 设 $[x]_{\text{补}} = 1x'_1 x'_2 \cdots x'_n$, 则

$$[x]_{\text{原}} = 1\bar{x}'_1 \bar{x}'_2 \cdots \bar{x}'_n + 1$$

所以

$$[-x]_{\text{原}} = 0\bar{x}'_1 \bar{x}'_2 \cdots \bar{x}'_n + 1$$

故

$$[-x]_{\text{补}} = 0 \overline{x'_1} \overline{x'_2} \cdots \overline{x'_n} + 1$$

比较 $[x]_{\text{补}}$ 和 $[-x]_{\text{补}}$,发现将 $[x]_{\text{补}}$ 各位(包括符号)求反加1即得 $[-x]_{\text{补}}$ 。

连同符号位求反加1的过程叫做求补,所以

$$[-x]_{\text{补}} = [[x]_{\text{补}}]_{\text{求补}}$$

5. 求证: $-[y]_{\text{补}} = +[-y]_{\text{补}}$ 。

【证】 因为

$$[x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} = [x+y]_{\text{补}}$$

令 $x = -y$ 代入上式,则有

$$[-y]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} = [-y+y]_{\text{补}} = [0]_{\text{补}} = 0$$

所以

$$[-y]_{\text{补}} = -[y]_{\text{补}}$$

6. 已知 $[x]_{\text{补}} = x_0, x_1 x_2 \cdots x_n$, 求证

$$[1-x]_{\text{补}} = x_0, \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 2^{-n}$$

【证】

因为 $[1-x]_{\text{补}} = [1]_{\text{补}} + [-x]_{\text{补}} = 1 + \bar{x}_0, \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 2^{-n}$

$$1 + \bar{x}_0 = x_0$$

所以

$$[1-x]_{\text{补}} = 1 + \bar{x}_0, \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 2^{-n} = x_0, \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 2^{-n}$$

7. 求证: $[x]_{\text{补}} = [x]_{\text{反}} + 2^{-n}$ 。

【证】 因为

$$[x]_{\text{反}} = 2 - 2^{-n} + x, \quad 0 \geq x > -1$$

$$[x]_{\text{补}} = 2 + x, \quad 0 \geq x > -1$$

移项得

$$x = [x]_{\text{反}} - 2 + 2^{-n}$$

$$x = [x]_{\text{补}} - 2$$

所以

$$[x]_{\text{补}} - 2 = [x]_{\text{反}} - 2 + 2^{-n}$$

故

$$[x]_{\text{补}} = [x]_{\text{反}} + 2^{-n}$$

8. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0, x_1 x_2 \cdots x_n$, 求证:

$$[x]_{\text{补}} = 2x_0 + x$$

其中

$$x_0 = \begin{cases} 0, & 1 > x \geq 0 \\ 1, & 0 > x > -1 \end{cases}$$

【证】 当 $1 > x \geq 0$ 时, 即 x 为正小数, 则

$$1 > [x]_{\text{补}} = x \geq 0$$

因为正数补码等于正数本身, 所以

$$1 > x_0, x_1 x_2 \cdots x_n \geq 0, \quad x_0 = 0$$