

俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国教育部批准

师范学院用

解 析 几 何
数 学 分 析
数 学 物 理 方 法
教 学 大 綱

物理数学系（物理专业）适用

苏俄教育部教科書出版社

高等教育出版社

1956

师范学院用
解析几何、数学分析、数学物理方法
教学大纲

программы педагогических инст
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
учпедгиз (1955)

布赫施塔卜 (А. А. бухштаб и др.)

赵慈庚译

高等教育出版社出版
北京琉璃厂一七〇号

(北京市书刊出版业营业许可证出字第〇一七〇号)

前门印刷一厂印刷 新华书店总经售

开本 787×1092 1/32 印张 5/16 字数 6,000

一九五六年九月北京第一版

一九五六年九月北京第一次印刷

印数 0001—5,000 定价 (5) 洋 0.05

统一书号 7010·54

13.192-15

213

(25)

0.182-41

2

解析几何(及綫性代数初步)

教学大綱

第一学期

1. 直綫与平面解析几何初步

用坐标在直綫上确定点的位置。从一点到另一点的距离。直綫上綫段的定比分割。

平面向量代数初步。向量的加减法。以标量(無向量)乘向量,按两个方向分解向量。

笛卡兒直角坐标系。点与向量的笛卡兒坐标。兩点間的距离(笛卡兒坐标)。綫段的定比分割。一般仿射坐标系的概念。極坐标。笛卡兒坐标与極坐标的互换。

方程在坐标中的几何解釋。把曲綫看作点的几何軌迹來列出曲綫的方程。曲綫的極坐标方程。

直綫方程(在笛卡兒坐标系內)的法綫式。一般一次方程。將普通方程变为法綫式。

直綫方程的其他形狀(坐标分居的方程*,按截距寫成的方程)。

直綫的基本問題。兩綫的相交,二級行列式。

2. 空間解析几何初步

点的笛卡兒坐标。向量代数初步。按三个不共面的方向分解

* 指的是形狀为 $y = mx + b$ 的方程——譯者。

向量。

标量乘積与向量乘積、混合乘積；三級行列式。

兩点間的距离。綫段的定比分割。四面体的体積。三角形的面積。

一个或两个方程在空間坐标中的几何解釋。空間点的球面与柱面坐标概念。

平面的方程：一般式与法綫式。平面的基本問題。三平面的相交；三个三元一次方程組(行列式异于零)的解。

空間直綫的方程：标准式与一般式。直綫的基本問題。直綫与平面相結合的問題。

第二学期

3. 二次曲綫与二次曲面

按标准方程討論二次曲綫。橢圓：定义，标准方程。

双曲綫：定义，标准方程，漸近綫。抛物綫：定义，标准方程。二次曲綫(关于焦点)的極坐标方程。

按标准方程討論二次曲面。直紋面。

平面与空間的坐标变换。一般二次曲綫方程的化簡及分类；对于曲面的同一問題。

4. 綫性代数初步

任意級的行列式。基本性質。子式及代数余因式；按一列元素展开行列式。行列式的計算法。

行列式异于零的 n 个 n 元一次方程組。这种方程組的解法；解

的唯一性。

n 維向量与 n 維向量空間。綫性相关与綫性無关的向量組。向量組的秩与矩陣的秩。

任意綫性方程組是否联立的判別法。任意綫性方程組的討論与解法。齐次綫性方程組。几何解釋:平面在空間的相互位置。

数学分析教学大纲

第一学期

引論

馬克思列寧主义經典著作中对数学对象与方法的論点。数学与自然科学的关系。量的度量。数是度量的結果。绝对与相对誤差。变量。函数关系。極限、導数与積分的概念。物理例題。

1. 数学分析里最簡單的概念

分析学所根据的基本公理：关于实数集与直綫上的点集互相对应的公理；連續公理(縮合区間套原理)。

自变数与函数。函数的定义域与值集。給出函数的方法：分析法,圖象法,列表法。

数列的極限。函数的極限。無窮小及其性質。和、積、商的極限。單調上升的有界函数必有極限。数 e 。正弦对于其弧之比的極限。函数極限的計算法。函数在一点及在区間上連續的定义。間断点的分类。連續函数的有理运算。复合函数的連續性。連續函数的基本性質(不証)。

綫性函数及其性質。二次函数。各种指数的幂函数。分式綫性函数。指数函数。对数函数。对数算尺。三角函数。振动的疊加法。逆三角函数；它們的主值域。初等函数的連續性。初等函数的圖象。

2. 微分法

引起導數概念的問題：確定瞬時速度，作切綫。導數的定義。和、積、商的導數。初等函數的導數。微分是函數增量的綫性主要部分。微分的幾何意義與力學意義。有有限導數的函數的連續性。複合函數的導數。微分的不變性。逆函數的導數。逆三角函數的導數。參變函數的導數。隱函數的導數。對數微分法。

高級導數。高級微分。參變函數與隱函數的高級導數。

函數的上升與下降。極值的必然條件。羅爾(Rolle)定理。拉哥蘭芝(Lagrange)定理及哥西(Cauchy)定理，它們的幾何意義。拉比達(La Hospital)定理，及其對於計算函數極限的應用。泰勒(Taylor)公式。它對於計算函數近似值的應用。極值的充分條件。函數在區間上的最大與最小值。曲綫的凹凸。漸近綫。圖象作法。方程的圖象解法。在幾何與物理範圍內的極值問題。

平面曲綫的切綫與法綫。

第二學期

3. 積分法

引起從導數求函數的問題。原函數與不定積分。它們的基本性質。基本積分表。換元法。分部積分法。

多項式的根；代數學的基本定理(不證)。將多項式分解為實係數的一次及二次因子。將有理分式分成最簡分式。

有理函數的積分法。最簡無理函數及超越函數的積分法。

引起定積分概念的幾何及物理問題。積分和。定積分。可積

条件。定積分的基本性質。中值定理。將定積分对于上限微分。用原函数表示定積分。定積分的換元法。分部積分法。積分的近似計算法。

廣义積分。最簡單的審斂法。

平面形的面積。旋轉体的体積。曲綫的弧長及旋轉面的面積定义。靜力矩与重心。噶尔顛(Guldin)定理。慣性矩。

4. 級数論

級数的部分和。級数的和。級数的尾式。級数收斂的必然特征。正項級数。比較原理。由于与几何級数比較而得的審斂法。达郎伯尔(d'Alembert)審斂法。哥西(Cauchy)審斂法。積分審斂法。

任意項級数。萊布尼茲(Leibnitz)定理。級数的絕對收斂；条件收斂。絕對收斂級数的性質。

函数級数与函数序列。收斂域。

冪級数。亞伯尔(Abel)定理。收斂区間。冪級数之和的連續性。冪級数的微分与積分。泰勒級数。泰勒級数的尾項。將初等函数展成泰勒級数。求初等函数之值。用泰勒級数積分的近似計算法。

复数的代数形式与三角形式。复数的运算。

复数域里的指数函数与对数函数。欧拉(Euler)公式。

函数的正交系。平方中值近似式。傅立叶(Fourier)多項式。貝塞尔(Bessel)不等式。里亞普訥夫(Ляпунов)司捷克洛夫(Стеклов)等式。指定函数系的傅立叶級数，按均值的收斂性。傅立叶三角級数。函数能展为傅立叶三角級数的充分条件(不証)。傅立

叶級数的复数形式。

第三学期

5. 多元函数的微分法

多元函数的定义。存在域。二元函数的几何表示法。多元函数的極限。函数的連續性。

二元与多元函数的偏導数。可微函数。可微的充分条件。全微分。对于近似計算的应用。曲面的切面与法綫。二元函数全微分的几何意义。复合函数的導数与微分。一級微分形式的不变性。高級導数；微分次序無关(不証)。二元函数的泰勒公式。

極值的必然条件。关于極值充分条件的概念。

一元隱函数。隱函数的微分法。隱函数的一般問題。平面与空間的曲綫坐标。区域的映像。奥斯特洛哥拉德斯基(Остроградский)行列式及其性質。条件極值。

6. 多元函数的積分法

引起二重積分概念的問題。積分和。二重積分。將二重積分变为累次積分。二重積分的換元法。二重積分对于几何与物理的应用:曲面的面積,靜力矩,慣性矩。

三重積分概念。在柱面坐标与球面坐标中的三重積分。三重積分对于力学的应用。

引起曲綫積分概念的問題。曲綫積分的定义及算法。沿封閉界綫的積分。奥斯特洛哥拉德斯基与格林(Green)定理。在平面上積分与路綫無关的条件。

7. 微分方程

引起微分方程的几何与物理问题。方程的级。关于微分方程的解的概念。始初条件概念。

变数分离的方程。全微分方程。对于变数为齐次的方程。一級綫性方程。

一級微分方程的几何解释(方向场)。欧拉折綫。一級微分方程必有唯一解的定理(不证)。通解与特解。奇解。曲綫族包絡的概念。

不完全的高級方程。降級法。中間積分。

二級綫性方程。綫性齐次方程的解的性質。函数的綫性無关。綫性齐次方程的通解。常系数綫性齐次方程。特征方程。对于二級非齐次方程的变动常数法。常系数非齐次綫性方程。綫性振蕩器的自由振动与强迫振动。共振。

数学物理方法教学大纲

第四学期

1. 数学的场论初步

(讲授 17 小时, 实验作业 4 小时)

平面及空间的标量场。等位线与等位面。方向导数。梯度及其性质。

向量场。向量曲线。流体力学的比喻。向量流。曲面积分。源头与尾闾。奥斯特洛哥拉德斯基定理。场的散度概念。向量场的环流。斯托克斯(Stokes)定理。场的旋度概念。

劈形(набла)算符。二阶微分运算。拉普拉斯(Laplace)算符。

2. 数学物理微分方程

(讲授 36 小时, 实验作业 9 小时)

弦的横振动方程的推演。弦方程的达朗贝尔解法。有限弦。傅立叶法。强迫振动。平面上的波动方程。矩形膜的振动。圆形膜。贝塞尔方程与贝塞尔函数概念。

傅立叶积分。热传导方程的推演。无限轴上的热传导。有限轴。在球面坐标里的拉普拉斯方程。勒让德(Legendre)函数的概念及性质。球函数。

3. 或然率理论初步

(讲授 12 小时)

研究上用的统计方法。或然率概念。或然率的加与乘。条件

或然率。獨立事件；獨立試驗。二項分配。統計選擇。

偶然量(隨機變量)。分配函數。數学期望值。變異與高中差平方平均數。各種分配定律舉例。

極限定理概論。拉普拉斯局部定理與積分定理(不證)。卜阿松(Poisson)定理。物理上的應用。大數定律。車貝謝夫(Чебышев)定理。

著者 A. A. 布赫施塔卜教授

H. Я. 維林肯教授

H. Д. 几林科講師

П. С. 璫維科夫教授

Д. Е. 別列漂里金教授

譯者 趙慈庚教授