◎新课程学习能力评价课题研究资源用书

◎主编 刘德 林旭 编写 新课程学习能力评价课题组

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING STUDY

配北师大版

数学 必修 1

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手.数学.1:必修/刘德,林旭主编. 一北京:光明日报出版社,2009.6
配北师大版
ISBN 978-7-5112-0099-0

Ⅰ.学… Ⅱ.①刘… ②林… Ⅲ.数学课一高中一教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 085665 号

学习高手
数学/必修 1(北师大版)

主　　编:刘　德　林　旭

责任编辑:温　梦　　版式设计:邢　丽
策　　划:赵保国　　责任校对:徐为正
执行策划:聂电春　　责任印制:胡　骑

出版发行:光明日报出版社
地　　址:北京市崇文区珠市口东大街 5 号,100062
电　　话:010－67078249(咨询)
传　　真:010－67078255
网　　址:http://book.gmw.cn
E－mail:gmcbs@gmw.cn
法律顾问:北京昆仑律师事务所陶雷律师

印　　刷:高青金立印业有限公司
装　　订:高青金立印业有限公司
本书如有破损、缺页、装订错误,请与本社发行部联系调换。

开　　本:890×1240　1/32
字　　数:270 千字　　印　　张:10
版　　次:2009 年 6 月第 1 版　　印　　次:2009 年 6 月第 1 次
书　　号:ISBN 978-7-5112-0099-0

定价:18.90 元

目录

第一章　集合

走近学科思想

分类讨论思想　分类讨论是一种重要的数学思想，其实质是能够在综合性较强的问题中有意识地针对对象实施分类讨论，把整体问题转化为局部问题进行研究，是逻辑划分思想在数学问题中的具体应用. 掌握分类的方法，首先要注意分析题目的条件和结论，然后根据需要再确定要分类的对象，要保证每次分类按照同一个标准进行，并做到“不重复”“不遗漏”；其次在讨论时要依据对象的限制条件；另外还要根据题目的需要对讨论的结果进行归纳、合并、综合得出结论.

该思想在本章中应用广泛，如研究集合的元素、集合的基本关系、集合的运算时都涉及到了该思想.

本章要点导读

知识要点	课标要求	学习技术
集合的含义与表示	1. 了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系. 2. 能用自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用	认真体会用集合语言描述生活、生产中的问题，逐步学会用集合思想思考问题；要注意集合中元素的互异性. 注重采取对比的学习方法，加深对概念的理解. 能够选择恰当的方法表示集合
集合的基本关系	1. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集. 2. 理解子集、真子集的概念. 3. 在具体情境中，了解全集与空集的含义. 4. 能使用 Venn 图表达集合间的关系，体会直观图示对理解抽象概念的作用	要注意区别“包含于”“包含”“真包含”“不包含”等概念的不同涵义与不同表示法. 若集合间的关系不容易直接从表达式中看出，可恰当地使用 Venn 图或数轴等直观形式来确定集合间的关系

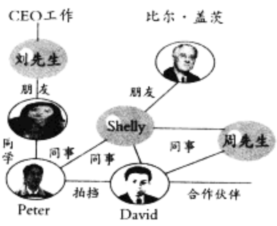
续表

知识要点	课标要求	学习技术
集合的基本运算	1. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的交集与并集. 2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集. 3. 能使用 Venn 图表达集合的运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用	类比数的加运算，学习集合的并运算. 要善于利用集合的性质解决问题，运算时要注意集合中元素的互异性. 注意数形结合及分类讨论思的运用. 结合 Venn 图加深对交、并、补意义的理解，借助数轴进行集合间的运算

§1 集合的含义与表示

集合是高中数学中第一个抽象概念. 在中国古老的文化中也有集合的思想. 如“老乡见老乡，两眼泪汪汪”是地处他乡游子的感情描写，除去了感情因素之外，人们已经把同一地域的人看成了一个集合. 在谈到集合的划分时，“物以类聚，人以群分”便是一个例子. 志同道合的朋友走到一起，为了一个共同的目标集合在一起，就形成一个集合.

通过朋友认识朋友



高手支招 1 细品教材

一、集合的含义

1. 元素与集合的概念

一般地，指定的某些对象的全体称为集合. 集合常用大写字母 $A,B,C,D,\cdots$ 标记. 集合中的每个对象叫作这个集合的元素. 元素常用小写字母 $a,b,c,d,\cdots$ 标记. 例如“高一(3)班的全体同学”“方程 $x^2-5x+6=0$ 的实根”“数轴上的所有点”分别作为一个整体看待时，都是集合，其元素分别为“高一

状元笔记

“集合”是数学的一个基本概念，它同“点”“线”“面”等概念一样都是不定义概念. 教材中所谓集合的概念，也只是一个描述性的说明.

(3)班的每一个同学""2,3""数轴上的每一个点".

2. 集合中元素的性质

由集合的概念可以分析出,集合的元素有三大特征性质:

(1)确定性:集合中的元素必须是确定的,不允许出现模棱两可、无法断定的陈述.设集合 A 给定,若有一具体对象 x,则 x 要么是 A 中的元素,要么不是 A 中的元素,二者必居其一,且只居其一.例如:"我们学校高一全体同学"可以构成一个集合,"中国的四大佛教名山"可以构成一个集合,而"善良的人""美丽的花"等不能构成一个集合,因为其标准不明确,无法判定一个人或一朵花是否属于这个集合.

(2)互异性:集合中的元素是互不相同的,相同的对象归于同一个集合时只能算集合的一个元素.

【示例1】写出方程 $(x-1)^2(x+1)=0$ 的根组成的集合的所有元素.

思路分析:方程 $(x-1)^2(x+1)=0$ 的根是 $x_1=x_2=1, x_3=-1$,其中 $x_1=x_2=1$ 是二重根,写入集合时只能出现一次,即只能写成由 -1 和 1 两个元素组成的集合,而不能写成由 $1,1,-1$ 三个元素组成的集合.

解:$-1,1$.

(3)无序性:集合中的元素无先后次序之分.只要构成两个集合的元素是一样的,我们就称这两个集合是相等的.也就是说,两个集合是否相等只与构成两个集合的元素有关,而与元素的排列顺序无关.例如由元素 a、b 组成的集合与由元素 b、a 组成的集合是相等的.

3. 元素与集合的关系

集合是由元素组成的,元素与集合是"属于"或"不属于"的关系.

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作:$a\in A$,读作"a 属于 A";如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作:$a\notin A$,读作"a 不属于 A".

例如,方程 $x^2+3x+2=0$ 的根是 $x_1=-1$,$x_2=-2$,设两个根组成的集合为 A,显然 $-1\in A$,$3\notin A$.

组成集合的元素可以是数、点、图形、多项式,也可以是人或物等,即集合中元素具有任意性.如由 $x, x^2+1, x-y$ 组成的集合为 B,那么 x 是它的元素,有 $x\in B$,而 y 不是它的元素,有 $y\notin B$.

二、数学中一些常用的数集及其记法

自然数组成的集合简称自然数集,记作:$\mathbf{N}$;

正整数组成的集合简称正整数集,记作:$\mathbf{N}_+$;

整数组成的集合简称整数集,记作:$\mathbf{Z}$;

有理数组成的集合简称有理数集,记作:$\mathbf{Q}$;

实数组成的集合简称实数集,记作$\mathbf{R}$.

三、集合的表示方法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法称为列举法．例如：方程 $x^2-1=0$ 的所有解组成的集合可表示为$\{-1,1\}$．列举法可表示有限集，也可以表示无限集．若元素的个数比较少，用列举法表示比较简单；若集合中元素的个数较多或无限多，但呈现出一定的规律性，在不致发生误解的情况下，也可以列出几个元素作为代表，其他的元素用省略号表示．例如：不大于 200 的正偶数构成的集合可表示为$\{2,4,6,8,\cdots,200\}$；自然数构成的集合可表示为$\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$．运用列举法需要注意元素与元素间用“,”分隔开，并且注意集合中元素的无序性、互异性的特征．

1. 当集合中元素的个数有限但公共属性难以概括时，只能用列举法．

2. 用列举法表示集合时，只需把它的元素一一列举出来即可，不必考虑元素间的顺序．并不是任何集合都能用列举法来表示．

【示例】用列举法表示下列集合：

(1)方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集；

(2)绝对值小于 5 的偶数；

(3)中心在原点，边与坐标轴平行，且边长为 $2a$ 的正方形顶点．

思路分析：由已知条件认真找出集合的元素，然后用列举法写出集合．

解：(1)$\{2,3\}$；(2)$\{-4,-2,0,2,4\}$；(3)$\{(a,a),(-a,a),(-a,-a),(a,-a)\}$．

2. 描述法

并非所有的无限集都具有明显的规律，那么如何来表示这些集合呢？比如，杭州西湖里的鱼，黄山上的松树，我们不便一一列出，为此需要用另一种方法．我们可以通过将集合中元素的（也只有这个集合才有的）共同特征描述出来，这种方法我们把它称为描述法，用符号来表示便是$\{x\in A|P(x)\}$．其中的 x 表示集合中的代表元素，A 指的是代表元素 x 的取值范围；$P(x)$则表示代表元素 x 的共同特征，其中“|”表示将代表元素与其特征分割开来，使得意思明确．例如$\{x|x$ 是四边形$\}$，在不致混淆的情况下，可以省去“|”及其左边的部分，直接写成$\{$四边形$\}$，而不能写成$\{$所有四边形$\}$，因为大括号本身就有全部的意思．

1. 集合中元素的公共属性要同时满足两个条件：

(1)集合中的任何元素都具备这个条件；

(2)集合外的任何元素都不具备这个条件．

2. 当用文字语言来描述集合中元素的特征或性质时，分隔号及前面的部分常常省去．

【示例】选择适当的方法表示下列集合．

①由方程 $x(x^2-2x-3)=0$ 的所有实数根组成的集合；

②大于 2 且小于 7 的整数；

③直线 $x-y+3=0$ 与直线 $2x+y-6=0$ 的交点组成的集合；

④函数 $y=\sqrt{x}-4$ 的自变量与因变量的取值范围.

▶ **思路分析**：列举法与描述法各有优点，应该根据具体问题确定采用哪种表示方法.

▶ **解**：①用描述法表示为 $\{x\in\mathbf{R}\mid x(x^2-2x-3)=0\}$，或用列举法表示为 $\{0,-1,3\}$；

②用描述法表示为 $\{x\in\mathbf{Z}\mid 2<x<7\}$，或用列举法表示为 $\{3,4,5,6\}$；

③用描述法表示为 $\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x-y+3=0,\\2x+y-6=0\end{cases}\right\}$ 或用列举法表示为 $\{(1,4)\}$；

④用描述法表示为 $\{y\mid y=\sqrt{x}-4\}$，$\{x\mid y=\sqrt{x}-4\}$.

要掌握集合的表示方式，还应注意一些常见集合的表示：

(1)方程的解集为 $\{x\mid f(x)=0\}$（$f(x)$ 是关于 x 的代数式）；

(2)不等式的解集：例如不等式 $2x-3<0$ 的解集为 $\{x\mid 2x-3<0\}$；

(3)函数自变量构成的集合：例如函数 $y=x^2+1$ 的自变量构成的集合为 $\{x\mid y=x^2+1\}$；

(4)函数因变量构成的集合：例如函数 $y=x^2+1$ 的因变量构成的集合为 $\{y\mid y=x^2+1\}$；

(5)函数图像上的点构成的集合：例如函数 $y=x^2+1$ 的图像上的点的集合可表示为 $\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$；

(6)多元方程(组)的解集：例如二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=2,\\x-y=0\end{cases}$ 的解集可表示为

$\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x+y=2,\\x-y=0\end{cases}\right\}$ 或 $\{(1,1)\}$；

三元一次方程 $x+y+z=2$ 的解集可表示为 $\{(x,y,z)\mid x+y+z=2\}$.

四、集合的分类

集合依据所含元素的个数分为有限集和无限集. 我们把不含任何元素的集合叫作空集，记作 $\varnothing$. 空集是一个实实在在的集合，只不过此集合中无任何元素.

注意 $\varnothing$ 与 $\{0\}$ 的不同，$\varnothing$ 中没有任何元素，而 $\{0\}$ 中有一个元素 0.

【示例】用适当的方法表示下列集合，并指出它们是有限集还是无限集.

(1)方程 $x^2+2=0$ 的实数根；

(2)由第二、四象限内的点组成的集合；

(3)方程组 $\begin{cases}3x+4y-2=0\\2x+y+2=0\end{cases}$ 的解集；

(4)方程 $(x-1)^3(x+1)=0$ 的解集.

▶ **思路分析**：表示集合时，当集合为有限集，且元素个数不多时，常用列举法；

若集合为无限集，常用描述法.

▶ **解**：(1)$\varnothing$，有限集；(2)$\{(x,y)\mid xy<0,x,y\in \mathbf{R}\}$，无限集；(3)$\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}3x+4y-2=0\\2x+y+2=0\end{cases}\right\}$，用列举法表示为$\{(-2,2)\}$，有限集；(4)$\{-1,1\}$，有限集.

高手支招② 归纳整理

本节的主要内容包括集合的概念、集合和元素之间的关系以及集合的分类，旨在通过本节的学习能选择文字语言、图形语言、符号语言描述不同的具体问题，会用集合的特征描述一些集合.

- 集合
  - 集合的概念
    - 集合中元素的特性（确定性，互异性，无序性）
    - 元素与集合的关系（属于，不属于）
    - 常见的数集（$\mathbf{N}$，$\mathbf{N}_+$，$\mathbf{Z}$，$\mathbf{Q}$，$\mathbf{R}$）
  - 集合的表示
    - 列举法
    - 描述法
  - 集合的分类
    - 有限集（空集是特殊的有限集）
    - 无限集

高手支招③ 综合探究

1. 判断一组对象的全体是否构成集合的标准

判断一组对象的全体是否构成集合，关键是看能否找到一个明确的标准，来判定整体中的元素是否是确定的，这是由集合中元素的确定性决定的. 所谓“确定性”是指集合中的所有元素是一定的，集合中的元素有一个共同的判断标准. 如果集合中的元素能找到一个明确的标准，来判定整体中的对象是确定的，则这些对象可构成集合；若对象不确定，则不能构成集合. 例如：“某校高一年级的同学”构成一个集合，“中国的五岳”也可以构成一个集合，因为它们都有一个确定的标准，可以判定某一同学或某一座山是不是该集合的元素. 而如“身体强壮的同学”“学习成绩好的学生”等不能构成集合，这是为什么呢？因为我们无法找到一个标准来确定什么样的同学是“身体强壮的同学”，什么样的学生才算“学习成绩好的学生”. 另外，像疑问性的语言也不能组成集合，如：今天天气好吗？你要到哪里去？其不能组成集合的原因也是这句话是不确定的.

2. 集合的表示方法及其使用

当集合中元素的个数有限但公共属性难以概括时，只能用列举法，如$\{x,x^2+1,x-y\}$；当集合中的元素无法一一列出时，可先抽象出元素的特征性质，用描述法表示；当集合的元素不是实数或式子，常采用自然语言表示，如{东方汽车厂生产的汽车}. 对于用自然语言描述的集合，可以分别用列举法和描述法去表示它，如 $B=$ {大于 10 且小于 20 的整数}，可以写作 $B=\{x\in\mathbf{Z}\mid 10<x<20\}$，或 $B=\{11,12,13,14,$

15,16,17,18,19}. 这说明描述法、列举法可以相互转化,同时也可转化成自然语言表示. 实际书写时一般要结合具体问题具体分析,用合适的方法表示,如果各种方法都可以,则根据要求表示.

3. 用描述法表示集合时,$\{x|P(x)\}$与$\{(x,y)|P(x,y)\}$的差异

解集合题时,一定要弄清集合是由哪些元素构成的,尤其在集合这一部分有两个集合极易混淆,即数集与点集,用描述法表示数集时,其格式为$\{x|P(x)\}$,在竖线前面是一个字母;而表示点集时,其格式为$\{(x,y)|P(x,y)\}$,在竖线前面是一个有序数对. 而用列举法表示数集时,集合中的元素是单个的数字;表示点集时,集合中的元素是有序数对. 因此在处理与数集或点集有关的集合问题时,一定要先看集合中元素的格式是数还是有序数对.

高手支招④典例精析

一、基础知识巩固

【例 1】下列说法正确的是 ……………………………………………………… (　　)

①单位里的年轻人组成集合

②高三(1)班全体同学构成集合

③$1,\frac{3}{2},\frac{6}{4},|-\frac{1}{2}|,\frac{1}{2}$这些数组成的集合有 5 个元素

④由 a,b,c 组成的集合与 b,a,c 组成的集合是同一个集合

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ②④

▶ **思路分析**:根据集合中元素所具有的性质(确定性、互异性、无序性)来判定命题的真假.

①由于单位里的"年轻人"不具有确定性,故①不对;③中,$\frac{3}{2}$与$\frac{6}{4}$,$|-\frac{1}{2}|$与$\frac{1}{2}$是同一个元素,由集合中元素的互异性知组成的集合有 3 个元素;②④正确.

答案:D

【例 2】已知 $x^2\in\{1,0,x\}$,求实数 x 的值.

▶ **思路分析**:依据集合中元素的确定性可知 $x^2=0,1$ 或 x,由互异性可知 $x\neq1,0$.

▶ **解**:(1)若 $x^2=0$,则 $x=0$,此时集合为$\{1,0,0\}$,不符合集合中元素的互异性,舍去.

(2)若 $x^2=1$,则 $x=\pm1$.

当 $x=1$ 时,集合为$\{1,0,1\}$,舍去;

当 $x=-1$ 时,集合为$\{1,0,-1\}$,符合题意.

(3)若 $x^2=x$,则 $x=0$ 或 $x=1$. 由(1)(2)可知 $x=0,x=1$ 都不符合题意,舍去.

综上所述,$x=-1$.

▶ **点评**:既要应用元素的确定性、互异性和无序性解题,又要利用它们检验解

的正确与否，特别是互异性最易忽视，必须在学习中引起足够重视.

【例3】(1)用列举法表示不超过10的非负偶数的集合，并用另一种方法表示出来；

(2)设集合$A=\{(x,y)|x+y=6,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$，试用列举法表示集合$A$.

▶ **思路分析**：要准确地写出一个集合，首先要搞清代表元素是什么，(1)中代表元素是数，(2)中代表元素是点，其次，要明确元素各满足什么条件.

▶ **解**：(1)$\{0,2,4,6,8,10\}$；用描述法表示为：

{不超过10的非负偶数}，或$\{x|x=2n,n\in\mathbf{N},n<6\}$.

(2)$A=\{(0,6),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(6,0)\}$.

▶ **点评**：根据元素的性质以及元素个数的多少，可选择不同的方法表示集合.

二、综合能力拓展

【例4】已知集合$A=\{x|kx^2-8x+16=0\}$只有一个元素，试求实数k的值，并用列举法表示集合A.

▶ **思路分析**：本题需要考虑以下问题：

(1)方程$kx^2-8x+16=0$是一元一次方程还是一元二次方程；

(2)若是一元二次方程，只有一个元素需满足怎样的条件；

(3)在利用列举法表示集合A时，应注意什么问题.

▶ **错解**：要使集合A只有一个元素，即方程$kx^2-8x+16=0$只有一个实根，则$\Delta=64-4\times16k=0$，解得$k=1$.

所以$A=\{x|x^2-8x+16=0\}=\{4\}$.

▶ **正解**：当$k=0$时，原方程变为$-8x+16=0$，$x=2$，此时集合$A=\{2\}$，满足题意；

当$k\neq0$时，要使一元二次方程$kx^2-8x+16=0$只有一个实数根，需$\Delta=64-64k=0$，即$k=1$. 此时方程的解为$x_1=x_2=4$，集合$A=\{4\}$，满足题意.

综上所述，实数k的值为0或1.

当$k=0$时，集合$A=\{2\}$；当$k=1$时，集合$A=\{4\}$.

▶ **点评**：当二次项系数含字母参数时，为"形式"上的二次方程. 当系数为零时，方程就"降次"了，错解的原因就是忽视了对$k=0$的讨论.

三、创新思维应用

【例5】试用适当的符号把$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$和$\{x|x=a+b\sqrt{6},a,b\in\mathbf{R}\}$连结起来.

▶ **思路分析**：这是元素与集合之间的关系，它们之间是属于或不属于的关系，注意对$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$的变形.

▶ **解**：把$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$平方，

$(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}})^2=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})+2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=6$,

所以 $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{6}=0+1\times\sqrt{6}$.

所以 $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\in\{x\mid x=a+b\sqrt{6},a,b\in\mathbf{R}\}$.

点评：带两个根号的问题，一般的处理方法是进行分子有理化或平方再开方处理. 此题主要是判断 $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$ 能否化成“$\square+\square\sqrt{6}$”的形式(其中$\square$为任意实数).

高手支招⑤ 思考发现

1. 集合中的元素是确定的，某一元素 a 要么有 $a\in A$，要么有 $a\notin A$，两者必居其一. 这也是判断一组对象能否构成集合的依据. 用什么方法表示一个集合，要看题目的条件. 一般情况下，元素个数较少时，宜用列举法；元素个数较多时，宜用描述法.

2. 零是自然数，即 $0\in\mathbf{N}$ 但 0 不是 $\mathbf{N}_+$ 的元素，即 $0\notin\mathbf{N}_+$，要特别注意 0 的归属.

3. 集合中的元素具有一定的属性，我们可以根据该属性写出一些或全部元素，这时要注意集合中元素的互异性，运用分类讨论思想加以考虑.

4. 解集合问题的关键是：弄清集合是由哪些元素构成的，即将抽象的问题形象化、具体化，将描述法表示的集合用列举法表示，或用图示法来表示抽象的集合，或用图形表示集合，如用数轴表示数集，用平面直角坐标系中的图形表示相关的集合.

5. 我的发现____.

高手支招⑥ 体验成功

基础巩固

1. 考查下列每组对象：①比较小的数；②不大于 10 的非负偶数；③所有三角形；④高个子男生. 其中能构成集合的是……………………………………………………（　　）

A. ①④　　B. ②③　　C. ②　　D. ③

2. 下列各组中的两个集合 P 和 Q，表示同一集合的是…………………………（　　）

A. $P=\{1,\sqrt{3},\pi\}$，$Q=\{\pi,1,|-\sqrt{3}|\}$

B. $P=\{\pi\}$，$Q=\{3.14159\}$

C. $P=\{2,3\}$，$Q=\{(2,3)\}$

D. $P=\{x\mid -1<x\leqslant 1,x\in\mathbf{N}\}$，$Q=\{1\}$

3. 方程组 $\begin{cases}x-2y=3,\\2x+y=11\end{cases}$ 的解集是……………………………………（　　）

A. $\{5,1\}$　　B. $\{1,5\}$　　C. $\{(5,1)\}$　　D. $\{(1,5)\}$

4. 实数集$\{2x,x^2+x,-4\}$中元素 x 的值可以为 …………………………… (　　)

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. -2

5. 集合 $A=\{x^2,3x+2,5y^2-x\}$，$B=\{$周长等于 20 cm 的三角形$\}$，$C=\{x\in \mathbf{R}\mid x-3<2\}$，$D=\{(x,y)\mid y=x^2-x-1\}$，其中用描述法表示集合的个数为 ……… (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 2008山东青岛高三期末考试，理1　设集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{a,a^2\}$，则使 $M\cup N=M$ 成立的 a 的值是 …………………………… (　　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. -1 或 1

7. 对于一个数集 S，若 $a\in S$ 时，有 $\frac{1}{a}\in S$，则称这样的数集为“可倒数集”，试写出一个“可倒数集”：________.

8. 用适当的方法表示下列集合：

(1)由 2,3 的所有公倍数组成的集合；

(2)所有奇数组成的集合.

(3)抛物线 $y=x^2-x-6$ 上的点的集合.

综合应用

9. 集合 $A=\{(x,y)\mid y=-1+x-2x^2,x\in \mathbf{R},x\neq 0\}$，点 P 的坐标$(x,y)\in A$，则 P 所在的象限为 …………………………… (　　)

A. 第一或第二象限

B. 第二或第三象限

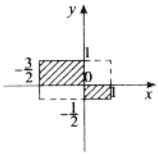
C. 第三或第四象限

D. 第一或第四象限

10. 设集合 $M=\{x\mid x=3k,k\in \mathbf{Z}\}$，$P=\{x\mid x=3k+1,k\in \mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=3k-1,k\in \mathbf{Z}\}$，若 $a\in M$，$b\in P$，$c\in Q$，则$a+b-c$ 属于 …………………………… (　　)

A. M　　B. P　　C. Q　　D. $M\cup P$

11. 用描述法表示图中阴影部分的点的坐标(含边界)的集合.



探究创新

12. 含有三个实数的集合可表示为 $\{a,\frac{b}{a},1\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，求 $a^1+a^2+\cdots+a^{2\,007}+b^{2\,008}$ 的值.

答案与解析

1. B 点拨:①④的标准不明确,元素不能确定,不能组成集合.

2. A 点拨:P 和 Q 表示同一集合,则它们的元素相同,观察可知 A 正确.

3. C 点拨:解方程组,得 $x=5,y=1$,所以方程组的解集为$\{(5,1)\}$.

4. C 点拨:把 0,1,-2 分别代入集合中,可知不满足集合中元素的互异性,-1 满足条件,故选 C.

5. C 点拨:描述法一般有文字描述和数学符号描述两种形式.

6. A 点拨:由元素的互异性知 $a\neq a^2$,则 $a\neq 0,a\neq 1$,又 $a\in M$ 且 $a^2\in M$,
得 $a=-1$. 故选 A.

7. $\{1,2,\frac{1}{2}\}$ 点拨:由“可倒数集”的定义知,满足题设的集合有无数多个,因此解不唯一.

8. 解:(1)2 与 3 的最小公倍数为 6,所以 2 与 3 的公倍数组成的集合为$\{x|x=6n,n\in\mathbf{Z}\}$;
(2)所有奇数组成的集合为$\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$;
(3)集合可以表示为$\{(x,y)|y=x^2-x-6\}$.

9. C 点拨:集合 A 中元素为一条抛物线上的点,除去点$(0,-1)$,确定抛物线在坐标系中的位置,即可得 P 所在象限.
由 $y=-1+x-2x^2=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{7}{8}$,知抛物线位于三、四象限.

10. C 点拨:设 $a=3m,b=3n+1,c=3k-1,m,n,k\in\mathbf{Z}$,
则 $a+b-c=3m+3n+1-3k+1=3(m+n-k)+2$
$=3(m+n-k+1)-1$.
$\because m,n,k\in\mathbf{Z},\therefore m+n-k+1\in\mathbf{Z}$.
$\therefore a+b-c\in\mathbf{Q}$.

11. 解:$\{(x,y)|-\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 1,-\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant 1,且\ xy\leqslant 0\}$.

12. 解:由$\{a,\frac{b}{a},1\}$,可得 $a\neq 1$ 且 $a\neq 0$.

$$\therefore\begin{cases}a^2=1,\\a=a+b,\\\frac{b}{a}=0\end{cases}或\begin{cases}a+b=1,\\a^2=a,\\\frac{b}{a}=0.\end{cases}$$

解得$\begin{cases}a=-1,\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=1,\\b=0\end{cases}$(舍去).

$\therefore a^1+a^2+\cdots+a^{2\,007}+b^{2\,008}=-1+1+\cdots+(-1)+0=-1$.