

国家教育部“十一五”专项任务项目“中小学全效学习方案研究与实验”研究成果

全效学习



系列丛书

# 全效学习

QUANXIAO XUEXI TONGBU XUE LIAN CE

同步学练测



数学

人教版·九年级下册

四川出版集团 天地出版社

# 全效学习

QUANXIAO XUEXI TONGBU XUE LIAN CE

同步学练测

主 审：鲁子问（华中师范大学教授）

石 挺（华中师范大学教授）

主 编：张雪明（中学数学特级教师）

本册主编：王能生

编 者：王愿生 张学礼 吕汉云 朱保全

## 数 学

人教版·九年级下册

四川出版集团  天地出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

全效学习系列丛书: 数学·人教版·九年级下册/全效学习  
系列丛书编写组编. —成都: 天地出版社, 2008.9

ISBN 978-7-80726-969-4

I. 全… II. 全… III. 数学课—初中—教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 141400 号

## 全效学习系列丛书

### 数学 人教版·九年级下册

作 者: 全效学习系列丛书编写组

责任编辑: 何红烈 郭汉伟

出版发行□ 四川出版集团·天地出版社

(成都市三洞桥路 12 号 邮政编码: 610031)

网 址□ <http://www.tiandiph.net>

电子邮箱□ [tiandicbs@vip.163.com](mailto:tiandicbs@vip.163.com)

印 刷□ 山东新华印刷厂

版 次□ 2008 年 9 月第一版

印 次□ 2008 年 9 月第一次印刷

开 本□ 850mm×1168mm 1/16

印 张□ 8.25

字 数□ 317 千

定 价□ 16.50 元

书 号□ ISBN 978-7-80726-969-4

本书若出现印装质量问题, 请与印刷厂联系。

---

■版权所有, 违者必究, 举报有奖!

举报电话: (028) 87734601 (营销部) 87734639 (总编室)

83226220 (客户服务部) 66126701 (选题策划部)

# 目 录

## 第二十六章 二次函数

|                                                      |     |
|------------------------------------------------------|-----|
| 26.1 二次函数 .....                                      | 1   |
| 第1课时 二次函数的概念 .....                                   | 1   |
| 第2课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质 .....                      | 3   |
| 第3课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质 .....                    | 6   |
| 第4课时 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 与 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质 ..... | 8   |
| 第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质 .....                 | 11  |
| 45分钟滚动周练卷(一) .....                                   | 107 |
| 26.2 用函数观点看一元二次方程 .....                              | 14  |
| 第1课时 二次函数与一元二次方程的关系 .....                            | 14  |
| 第2课时 用图象法求一元二次方程的近似解 .....                           | 16  |
| 26.3 实际问题与二次函数 .....                                 | 19  |
| 第1课时 二次函数与最大利润问题 .....                               | 19  |
| 第2课时 二次函数与图形面积问题 .....                               | 21  |
| 第3课时 建立适当坐标系解决实际问题 .....                             | 24  |
| 本章综合升华 .....                                         | 27  |
| 45分钟单元训练卷(一) .....                                   | 109 |

## 第二十七章 相 似

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 27.1 图形的相似 .....         | 32  |
| 第1课时 相似图形 .....          | 32  |
| 第2课时 相似多边形 .....         | 35  |
| 27.2 相似三角形 .....         | 38  |
| 27.2.1 相似三角形的判定 .....    | 38  |
| 第1课时 相似三角形判定定理1、2 .....  | 38  |
| 第2课时 相似三角形判定定理3 .....    | 41  |
| 27.2.2 相似三角形应用举例 .....   | 44  |
| 27.2.3 相似三角形的周长和面积 ..... | 47  |
| 45分钟滚动周练卷(二) .....       | 111 |
| 27.3 位 似 .....           | 50  |
| 第1课时 位似图形的概念及画法 .....    | 50  |
| 第2课时 位似图形的坐标变化规律 .....   | 53  |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 本章综合升华 .....        | 57  |
| 45 分钟单元训练卷(二) ..... | 113 |

## 第二十八章 锐角三角函数

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 28.1 锐角三角函数 .....             | 63  |
| 第1课时 正弦 .....                 | 63  |
| 第2课时 锐角三角函数 .....             | 65  |
| 第3课时 特殊角三角函数值 .....           | 67  |
| 第4课时 利用计算器求锐角三角函数值和锐角度数 ..... | 69  |
| 45 分钟滚动周练卷(三) .....           | 115 |
| 28.2 解直角三角形 .....             | 71  |
| 第1课时 解直角三角形 .....             | 71  |
| 第2课时 仰角、俯角与解直角三角形 .....       | 74  |
| 第3课时 坡度、方向角与解直角三角形 .....      | 77  |
| 本章综合升华 .....                  | 80  |
| 45 分钟单元训练卷(三) .....           | 117 |

## 第二十九章 投影与视图

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 29.1 投 影 .....             | 84  |
| 第1课时 投影 .....              | 84  |
| 第2课时 正投影 .....             | 87  |
| 29.2 三视图 .....             | 91  |
| 第1课时 三视图 .....             | 91  |
| 第2课时 由三视图想象出立体图形(实物) ..... | 94  |
| 第3课时 由三视图到表面展开图 .....      | 97  |
| 29.3 课题学习 制作立体模型 .....     | 100 |
| 本章综合升华 .....               | 103 |
| 45 分钟单元训练卷(四) .....        | 119 |
| 参考答案 .....                 | 121 |

# 第二十六章 二次函数

## 26.1 二次函数

### 第1课时 二次函数的概念

#### ●【学习指南】

本节学习主要解决下列问题.

##### 1. 对二次函数概念的理解

此内容为本节的重点. 为此设计了[应用探究]中的例1及变式题; [当堂测评]中的第1, 2, 3题; [分层作业]中的第1, 2, 4, 6, 7题.

##### 2. 会列二次函数关系表示实际问题

此内容既为本节的重点, 也为本节的难点. 为此设计了[应用探究]中的例2, 例3; [当堂测评]中的第4题; [分层作业]中的第3, 5, 8题及[B组]第9题.

##### 3. 列表探究问题结果的方法

如[分层作业]中的[B组].

#### ●【知识管理】

##### 1. 实际问题中的二次函数关系

对角线条数: 多边形的对角线总条数  $d$  与边数  $n$  之间的关系是 \_\_\_\_\_, 即 \_\_\_\_\_.

增长率问题: 一种产品现在的年产量为  $a$  (常数), 以后每年都比上一年的产量增加  $x$  倍, 则两年后的产量  $y$  与  $x$  的关系为 \_\_\_\_\_, 即 \_\_\_\_\_.

##### 2. 二次函数的定义

二次函数: 形如 \_\_\_\_\_ 的函数, 叫做二次函数. 其中,  $x$  是自变量, \_\_\_\_\_ 分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.

注意: (1) 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中,  $a \neq 0$  是必要条件, 不可忽视;

(2)  $b, c$  的值可以为任何实数;

(3) 定义是关于  $x$  的二次整式, 切不可把“ $y = x^2 + \frac{1}{x} + 3$ ”也当成二次函数.

#### ●【应用探究】

##### 类型之一 二次函数的识别和应用

例1 下列函数: ①  $y = x^2 + 8$ ; ②  $y = 2x(1-x)$ ; ③  $y =$

$ax^2 + bx + c$ ; ④  $y = 3x^2 + \frac{3}{x^2}$ ; ⑤  $y = (m^2 + 1)x^2 - x + 3$ ;

⑥  $y = 2x^2 - \frac{1}{2}x(4x-3)$ . 一定属于二次函数的有(填序号): \_\_\_\_\_.

【感悟】二次函数的识别必须先把函数化成一般形式, 再结合定义判断  $a$  是否为零, 与  $b, c$  无关.

变式题 (1) 若  $(k-2)x^2 + 3$  是二次函数, 则 \_\_\_\_\_.

(2) 若  $y = (1+k)x^{k^2-1} + 2$  是关于  $x$  的二次函数, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

##### 类型之二 实际问题中的二次函数

例2 一个正方形的边长是 12 cm. 若从中挖去一个长为  $2x$  cm, 宽为  $(x+1)$  cm 的长方形, 剩余部分的面积为  $y$  cm<sup>2</sup>.

(1) 写出  $y$  与  $x$  之间的关系表达式, 并指出  $y$  是  $x$  的什么函数;

(2) 若在小长方形的长中,  $x$  的值为 2, 4 时, 相应的剩余部分的面积是多少?

【感悟】从几何图形中建立函数关系式, 应抓住图形的特点, 利用图形的性质和面积计算公式建立等量关系是解题的关键.

例3  $n$  支球队参加比赛, 每两队之间进行一场比赛. 写出比赛的场次数  $m$  与球队数  $n$  之间的关系式.

【感悟】数形结合是解此类问题常用的方法.

## ● 当堂测评

(时间:10 分钟 分值:100 分)

- (25 分) 若  $y = x^m$  是关于  $x$  的二次函数, 则  $(\sqrt{m+2006})^2 =$  \_\_\_\_\_.
- (25 分) 已知函数  $y = (a+2)x^2 + x - 3$  是二次函数, 则常数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- (25 分) 设  $y = y_1 - y_2$ ,  $y_1$  与  $\frac{1}{x}$  成反比例,  $y_2$  与  $x^2$  成正比例, 则  $y$  与  $x$  的函数关系是 ( )  
 A. 正比例函数      B. 反比例函数  
 C. 二次函数      D. 一次函数
- (25 分) 如图 26-1-1 所示, 在直径为 20 cm 的圆形铁片中, 挖去了四个半径都为  $x$  cm 的圆, 剩余部分的面积为  $y$   $\text{cm}^2$ , 则  $y$  与  $x$  间的函数关系式为 ( )  
 A.  $y = 400\pi - 4\pi x^2$   
 B.  $y = 100\pi - 2\pi x^2$   
 C.  $y = 100\pi - 4\pi x^2$   
 D.  $y = 200\pi - 2\pi x^2$

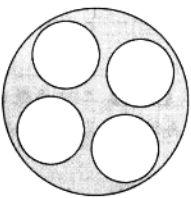


图 26-1-1

## ● 分层作业

### A 组

#### 一、选择题

- 下列函数是二次函数的有 ( )  
 A.  $y = 8x^2 + 1$       B.  $y = 2x - 3$   
 C.  $y = 3x^2 + \frac{1}{x^2}$       D.  $y = \frac{3}{x}$
- 若函数  $y = (2-m) \cdot x^{m^2-2}$  是二次函数, 则  $m$  的值是 ( )  
 A. 2      B. -2  
 C.  $\pm 2$       D.  $\pm 1$
- 在半径为 5 cm 的圆中挖去一个半径为  $x$  cm 的圆面, 剩下的圆环面积为  $y$   $\text{cm}^2$ , 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为 ( )  
 A.  $y = \pi x^2 - 5$       B.  $y = \pi(5-x)^2$   
 C.  $y = -(\pi x^2 + 5)$       D.  $y = -\pi x^2 + 25\pi$

#### 二、填空题

- 二次函数  $y = ax^2$  中, 当  $x = -1$  时,  $y = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
- 在边长为 15 cm 的正方形铁片中间剪去一个边长为  $x$  cm 的正方形铁片, 剩下的四方框铁片的面积  $y(\text{cm}^2)$  与  $x(\text{cm})$  之间的函数关系是 \_\_\_\_\_.
- 已知函数  $y = (k^2 - 4)x^2 + (k + 2)x + 3$ ,  
 (1) 当  $k$  \_\_\_\_\_ 时, 它是二次函数;  
 (2) 当  $k$  \_\_\_\_\_ 时, 它是一次函数.

### 三、解答题

- 当  $m$  为何值时, 函数  $y = (m-2) \cdot x^{m^2-2m+2} + (m-1)x$  是二次函数; 当  $m$  为何值时, 此函数为一次函数?
- 某果园有 100 棵橙子树, 每一棵树平均结 600 个橙子, 现准备多种一些橙子树来提高产量, 但是如果多种树, 那么树之间的距离和每一棵树所接受的阳光就会减少. 根据经验估计, 每多种一棵树, 平均每棵树就会少结 5 个橙子.  
 (1) 假设果园增种  $x$  棵橙子树, 那么果园共有多少棵橙子树? 这时平均每棵树结多少个橙子?  
 (2) 如果果园橙子的总产量为  $y$  个, 那么请你写出  $y$  与  $x$  之间的关系式.

### B 组

- 某广告公司设计一幅周长为 12 m 的矩形广告牌, 广告设计费为每平方米 1000 元, 设矩形一边长为  $x$  m, 面积为  $S$   $\text{m}^2$ .  
 (1) 求  $S$  与  $x$  之间的函数关系式, 并确定自变量  $x$  的取值范围;  
 (2) 若要求设计的广告牌边长为整数, 请你填写下表, 并探究  $x$  取何值时, 广告牌设计费最多.

| $x(\text{m})$   |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|
| $S(\text{m}^2)$ |  |  |  |  |  |
| 设计费(元)          |  |  |  |  |  |

10. 由于宣传力度的增加, 近期某博物馆每周都吸引了大量中外游客前来参观. 如果游客过多, 对馆中的珍贵文物会产生不利影响, 但同时考虑到文物的修缮和保存费用

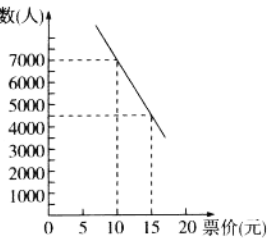


图 26-1-2

问题, 还要保证一定的门票收入. 因此, 博物馆采取了涨浮门票价格的方法来控制参观人数, 在该方法实施过程中发现, 每周参观人数与票价之间存在着如图 26-1-2 所示的一次函数关系.

- (1) 设每张门票的价格为  $x$  (元), 每周参观人数为  $y$  (人), 试写出  $y$  与  $x$  的函数关系式;
- (2) 试写出每周的门票收入  $w$  (元) 与门票价格  $x$  (元) 之间的函数关系;
- (3) 如果要确保每周 4 万元的门票收入, 那么每周应限定参观人数是多少? 门票价格应定为多少元?

- (4) 试探索并猜想, 该博物馆每周的门票收入最多可达多少元? 此时门票的价格为多少元?

## 第 2 课时

### 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

#### 学习指南

本节学习主要解决下列问题.

1. 明确二次函数  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象是一条抛物线. 为此设计了[应用探究]中的例 1; [当堂测评]中的第 1 题; [分层作业]中的第 7 题.

2. 掌握  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象特征

此内容为本节的重点. 为此设计了[应用探究]中的例 2; [当堂测评]中的第 2, 3 题; [分层作业]中的第 1, 2, 3, 5 题及[B 组]第 9 题.

3. 根据  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象特征求待定字母的值

此内容为本节的难点. 为此设计了[应用探究]中的例 3; [当堂测评]中的第 4 题; [分层作业]中的第 4, 6, 8 题及[B 组]第 10 题.

4. 本节学习的方法是运用数形结合探究二次函数图象与性质

如[应用探究]中的例 2; [分层作业]中的第 6, 7 题及[B 组]第 10 题.

#### 知识管理

1. 画  $y=x^2$  的图象

方法: 描点法.

步骤: \_\_\_\_\_、描点、\_\_\_\_\_.

形状: 一条曲线, 即抛物线  $y=x^2$ .

结论: 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象叫做抛物线  $y=ax^2+bx+c$ .

注意: 画二次函数图象一般是按以下三个步骤进行: (1) 列表、取值; (2) 描点; (3) 连线. 但初学者对三个步骤, 易犯下列错误, 注意避免.

① 表格中, 取值过多或过少. 画函数  $y=ax^2$  的图象, 取对应值时, 一般取 5 组或 7 组有代表性的对应值即可;

② 连线不是光滑曲线, 有的用折线, 有的画得过渡不自然, 不像抛物线.

2. 二次函数  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象特征

形状: 抛物线.

顶点: 坐标原点 \_\_\_\_\_.

对称轴:  $y$  轴.

开口方向: \_\_\_\_\_, 开口向上; \_\_\_\_\_, 开口向下.

极点:  $a > 0$ , 顶点是抛物线的 \_\_\_\_\_;

$a < 0$ , 顶点是抛物线的 \_\_\_\_\_.

开口大小:  $|a|$  越大, 抛物线的开口 \_\_\_\_\_;

$|a|$  相等, 抛物线的形状 \_\_\_\_\_.

## 应用探究

### 类型之一 如何画好二次函数的图象

例1 图 26-1-3 是甲、乙、丙三人画的二次函数  $y=2x^2$  的图象, 请你帮助修改.

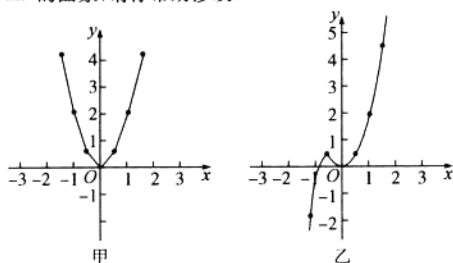


图 26-1-3

【感悟】这三类错误是初学者应注意的三个方面. 在以后的练习中, 应避免上述错误.

### 类型之二 函数 $y=ax^2$ 的图象特征的应用

例2 (1) 函数  $y=(-\sqrt{2}x)^2$  的图象是\_\_\_\_\_, 顶点坐标是\_\_\_\_\_, 对称轴是\_\_\_\_\_, 开口方向是\_\_\_\_\_.

(2) 函数  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=-2x^2$  的图象如图 26-1-4 所示. 请指出三条抛物线的名称.

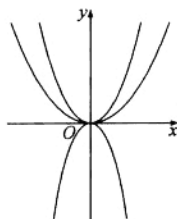


图 26-1-4

【感悟】解析式需化为一般式, 再根据图象特征解答, 避免发生错误. 抛物线  $y=ax^2$  中,  $a>0$ , 开口向上,  $a<0$  时, 开口向下.  $|a|$  越大, 开口越小.

### 类型之三 由 $y=ax^2$ 的图象特征求待定字母的值

例3 已知函数  $y=(m+2)x^{m^2+2m-6}$  是关于  $x$  的二次函数.

- (1) 求  $m$  的值;
- (2) 当  $m$  取什么值时, 此函数的图象顶点为最低点?
- (3) 当  $m$  为何值时, 此函数的图象顶点为最高点?

【感悟】求二次函数关系中待定字母的值, 一般要结合函数图象的特征来判断. 在抛物线  $y=ax^2$  中, 若开口向下, 则  $a<0$ ; 若开口向上, 则  $a>0$ ; 若有最高点, 则  $a<0$ ; 若有最低点, 则  $a>0$ .

## 当堂测评

(时间: 10 分钟 分值: 100 分)

1. (25 分) 如图 26-1-5 所示, 是二次函数  $y=-x^2$  的图象的规范画法的是 ( )

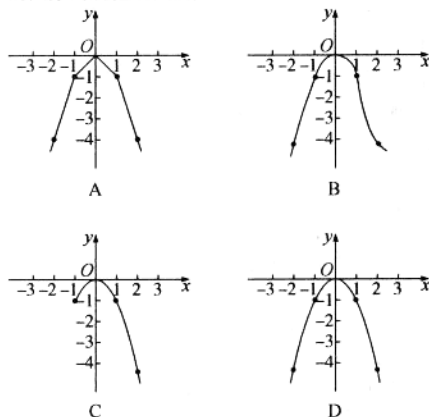


图 26-1-5

2. (25 分) 函数  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=2x^2$  的图象大致如图 26-1-6 所示, 则图中从里到外的三条抛物线对应的函数依次是 ( )

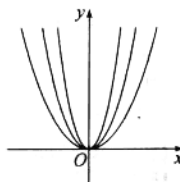


图 26-1-6

A.  $y = \frac{1}{2}x^2, y = x^2, y = 2x^2$

B.  $y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 2x^2$

C.  $y = 2x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = x^2$

D.  $y = 2x^2, y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2$

3. (25分) 抛物线  $y = 4x^2$  的开口方向是\_\_\_\_\_, 顶点坐标是\_\_\_\_\_, 对称轴是\_\_\_\_\_. 抛物线  $y = -\frac{1}{4}x^2$  的开口方向是\_\_\_\_\_, 顶点坐标是\_\_\_\_\_, 对称轴是\_\_\_\_\_.

4. (25分) 若二次函数  $y = (m+2)x^{m^2-3}$  的图象开口向下, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

## ● 分层作业

### A 组

#### 一、选择题

1. 关于二次函数  $y = x^2$  的图象, 下列说法错误的是 ( )
- A. 它的形状是一条抛物线  
B. 它的开口向上, 且关于  $y$  轴对称  
C. 它的顶点是抛物线的最高点  
D. 它的顶点在原点处, 坐标为  $(0, 0)$
2. 已知二次函数:  $y = 3x^2, y = -3x^2, y = \frac{1}{3}x^2, y = -\frac{1}{3}x^2$ , 它们图象的共同特点为 ( )
- A. 都关于原点对称, 开口方向向上  
B. 都关于  $x$  轴对称,  $y$  随  $x$  增大而增大  
C. 都关于  $y$  轴对称,  $y$  随  $x$  增大而减小  
D. 都关于  $y$  轴对称, 顶点都是原点
3. 在同一平面直角坐标系中, 函数  $y = ax^2 (a \neq 0)$  与  $y = ax$  的大致图象是 ( )

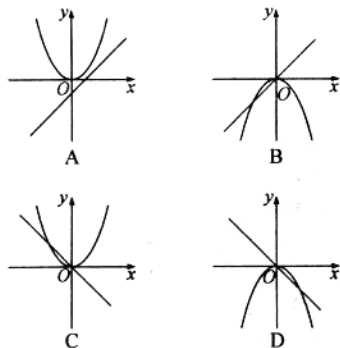


图 26-1-7

## 二、填空题

4. 已知点  $P(5, 25)$  在抛物线  $y = ax^2$  上, 则当  $x = 2$  时,  $y$  的值为\_\_\_\_\_.
5. 若  $y = (2+k)x^{k^2-7}$  是二次函数, 且图象开口向下, 则  $k =$ \_\_\_\_\_, 此时当  $x =$ \_\_\_\_\_ 时,  $y$  有最\_\_\_\_\_值.
6. 如图 26-1-8 所示, 图中抛物线是某个二次函数的图象. 则此二次函数的解析式为\_\_\_\_\_, 根据图象知,  $x =$ \_\_\_\_\_,  $y$  的值最大.

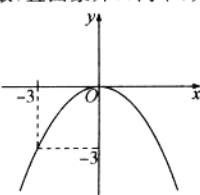


图 26-1-8

## 三、解答题

7. 在同一直角坐标系中, 画出下列函数的图象  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $y = x^2, y = -x^2$ .

解: 列表

| $x$                  | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1  | 2 | 3  | ... |
|----------------------|-----|----|----|----|---|----|---|----|-----|
| $y = \frac{1}{2}x^2$ | ... |    | 2  |    | 0 |    | 2 |    | ... |
| $y = x^2$            | ... | 9  |    | 1  |   |    | 4 |    | ... |
| $y = -x^2$           | ... |    |    | -1 |   | -1 |   | -9 | ... |

描点, 连线画图象:

- (1) 完成上述表格, 在图 26-1-9 中画出其余的两个函数的图象;
- (2) 由图 26-1-9 中的三个函数图象, 请总结二次函数  $y = ax^2$  中  $a$  的值与它的图象什么有关?

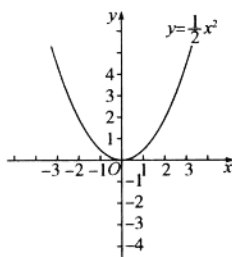


图 26-1-9

8. 已知抛物线的顶点在原点, 对称轴是  $y$  轴, 且经过  $(-3, 2)$ . 求此抛物线的解析式, 并指出  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的变化情况.

## B 组

9. [2007·江苏宿迁中考]在平面直角坐标系中,抛物线  $y=x^2$  关于直线  $y=x$  对称的图象是 ( )

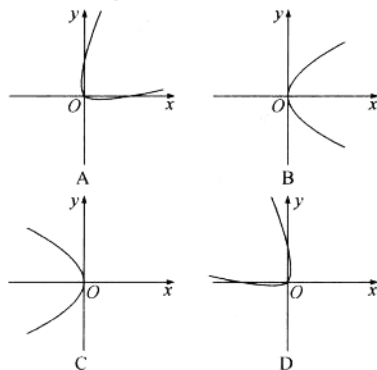


图 26-1-10

10. 函数  $y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 与直线  $y=2x-3$  交于  $(1, b)$ , 求:  
 (1)  $a$  和  $b$  的值;  
 (2) 求抛物线  $y=ax^2$  的解析式, 并求顶点坐标和对称轴;  
 (3) 求抛物线与直线  $y=-2$  的两交点及顶点所构成的三角形面积.

## 第 3 课时

### 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

#### ● 学习指南

本节学习主要解决下列问题.

#### 1. 对函数 $y=ax^2+k$ 的图象性质的理解和运用

此内容为本节的重点. 为此设计了[应用探究]中的例 1, 例 2; [当堂测评]中的第 1, 2, 3, 4 题; [分层作业]中的第 1~6 题.

#### 2. 会建立二次函数 $y=ax^2+k$ 模型解决实际问题

此内容既为本节的重点, 又为本节的难点. 为此设计了[应用探究]中的例 3; [分层作业]中的第 7, 8 题及[B 组]第 9 题.

#### 3. 建立数学模型与数形结合是本节学习的重要方法

如[应用探究]中的例 3; [分层作业]中的第 7, 8 题及[B 组]第 9 题.

#### ● 知识管理

#### 1. 画 $y=x^2+1$ 与 $y=x^2-1$ 的图象

**描点法:** (1) 列表时, 自变量  $x$  的值以 0 为中心对称地选取绝对值相等而符号相反的数值. 这样描点方便, 所画的图象具有对称性;

(2) 连线必须用光滑的曲线顺次连接各点.

**平移法:** 把抛物线  $y=x^2$  向上平移 \_\_\_\_\_ 个单位, 得到抛物线  $y=x^2+1$ ; 把  $y=x^2$  向 \_\_\_\_\_ 平移 1 个单位, 得到抛物线  $y=x^2-1$ .

#### 2. 函数 $y=ax^2+k$ ( $a \neq 0$ ) 的图象的性质

形状: 抛物线.

对称轴:  $y$  轴.

顶点坐标:  $(0, k)$ .

开口方向:  $a > 0$ , 开口向上;  $a < 0$ , 开口向下.

极 值:  $a > 0$ , 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_{\min}=k$ ;

$a < 0$ , 当  $x=$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_{\max}=k$ .

#### 3. 抛物线 $y=ax^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的关系

相同点: 形状大小, 开口方向相同.

不同点: 顶点位置不同.

平移规律:  $y=ax^2$   $\xrightarrow[k \text{ 个单位}]{\text{向上平移}}$   $y=ax^2+k$ .

$y=ax^2$   $\xrightarrow[k \text{ 个单位}]{\text{向下平移}}$   $y=ax^2-k$ .

#### ● 应用探究

类型之一 函数  $y=ax^2+k$  的图象特征与性质的运用

**例 1** 抛物线  $y=ax^2+k$  与  $y=-5x^2$  的形状大小, 开口方向都相同, 且其顶点坐标是  $(0, 3)$ . 则其表达式为 \_\_\_\_\_, 它是由抛物线  $y=-5x^2$  向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 个单位得到的.

**例 2** 若二次函数  $y=ax^2+c$  的图象经过点  $(1, -1)$ ,  $(2, 2)$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $c=$  \_\_\_\_\_.

## 类型之二 建立 $y=ax^2+k$ 函数模型解决实际问题

**例3** 如图 26-1-11 所示,隧道的截面由抛物线 AED 和矩形 ABCD 构成,矩形的长 BC 为 8 m,宽 AB 为 2 m.以 BC 所在的直线为  $x$  轴,线段 BC 的中垂线为  $y$  轴,建立平面直角坐标系, $y$  轴是抛物线的对称轴,顶点 E 到坐标原点 O 的距离为 6 m.

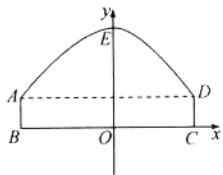


图 26-1-11

(1)求抛物线的解析式;

(2)如果该隧道内设双行道,现有一辆货运卡车高 4.2 m,宽 2.4 m,这辆货运卡车能否通过该隧道? 通过计算说明.

4. (25 分)[2008·甘肃庆阳中考]二次函数  $y=x^2+4$  的最小值是\_\_\_\_\_.

## ● 分层作业

### A 组

#### 一、选择题

- 若抛物线  $y=ax^2+c$  与抛物线  $y=2x^2+3$  关于  $x$  轴对称,则  $a$  与  $c$  的值分别为 ( )  
A.  $a=-2, c=3$   
B.  $a=2, c=-3$   
C.  $a=-2, c=-3$   
D. 无法确定
- 在同一直角坐标系中,一次函数  $y=ax+c$  与二次函数  $y=ax^2+c$  的图象大致为 ( )

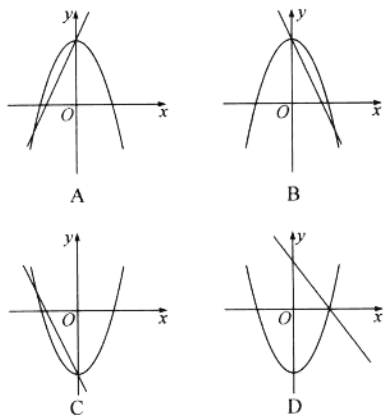


图 26-1-12

- [2008·浙江绍兴中考]已知点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  均在抛物线  $y=x^2-1$  上,下列说法中正确的是 ( )  
A. 若  $y_1=y_2$ ,则  $x_1=x_2$   
B. 若  $x_1=-x_2$ ,则  $y_1=-y_2$   
C. 若  $0<x_1<x_2$ ,则  $y_1>y_2$   
D. 若  $x_1<x_2<0$ ,则  $y_1>y_2$

#### 二、填空题

- 抛物线  $y=-2x^2-5$  的开口方向\_\_\_\_\_,对称轴是\_\_\_\_\_,顶点坐标是\_\_\_\_\_.
- 抛物线  $y=ax^2+c$  与  $y=3x^2$  的形状相同,且其顶点坐标是  $(0,1)$ ,则其表达式为\_\_\_\_\_.
- 若点  $(2,7)$  在函数  $y=ax^2-1$  的图象上,则  $a=$ \_\_\_\_\_;若点  $(\frac{1}{2}, m)$  与点  $(n, 7)$  也在此函数的图象上,则  $m=$ \_\_\_\_\_,  $n=$ \_\_\_\_\_.

## ● 当堂测评

(时间:10 分钟 分值:100 分)

- (25 分)[2007·温州中考]抛物线  $y=x^2+4$  与  $y$  轴的交点坐标是 ( )  
A.  $(4,0)$  B.  $(-4,0)$   
C.  $(0,-4)$  D.  $(0,4)$
- (25 分)下列各组抛物线中,能够互相平移而彼此得到对方的 ( )  
A.  $y=2x^2$  与  $y=3x^2$   
B.  $y=\frac{1}{2}x^2+2$  与  $y=2x^2+\frac{1}{2}$   
C.  $y=2x^2$  与  $y=x^2+2$   
D.  $y=x^2+2$  与  $y=x^2-2$
- (25 分)抛物线  $y=\frac{1}{3}x^2-4$  可由抛物线  $y=\frac{1}{3}x^2$  沿\_\_\_\_\_轴向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位而得到,它的开口向\_\_\_\_\_,顶点坐标是\_\_\_\_\_,对称轴是\_\_\_\_\_,当\_\_\_\_\_时, $y$  有最\_\_\_\_\_值为\_\_\_\_\_,当\_\_\_\_\_时, $y$  随  $x$  的增大而增大,当\_\_\_\_\_时, $y$  随  $x$  的增大而减小.

### 三、解答题

7. 如图 26-1-13(a), 有一座抛物线拱桥, 桥下面在正常水位  $AB$  时, 宽 20 m, 这时, 拱高 ( $O$  点到  $AB$  的距离) 为 4 m.

(1) 你能求出图 26-1-13(a) 的坐标系中抛物线的解析式吗?

(2) 如果将直角坐标系建成如图 26-1-13(b), 抛物线的形状、解析式有变化吗?

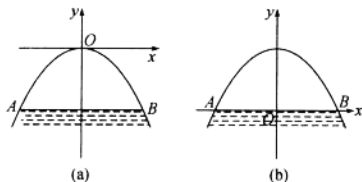


图 26-1-13

8. 某菜农搭建了一个横截面为抛物线的大棚, 有关尺寸如图 26-1-14 所示.

(1) 试求抛物线的解析式.

(2) 若菜农身高 1.6 m, 则她在不弯腰的情况下, 横向活动范围有几米? (结果精确到 0.01 m;  $\sqrt{5} \approx 2.236$ )

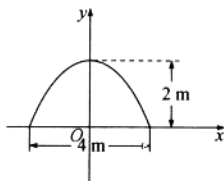


图 26-1-14

### B 组

9. 2008 年春季我国某地区遭受严重雪灾, 空军某部奉命赴灾区空投救援物资. 已知空投物资离开飞机后在空中沿抛物线降落, 抛物线的顶点在机舱舱口  $A$  处, 如图 26-1-15 所示.

(1) 如果空投物资离开  $A$  处后下落的垂直高度  $AB = 160$  米时, 空投物资到  $A$  处的水平距离  $BC = 200$  米, 那么要使飞机在垂直高度  $AO$  为 1 千米的高空进行空投, 物资恰好准确落在  $P$  处, 则飞机到  $P$  处的水平距离  $OP$  应为多少?

(2) 如果根据空投的实际风力及风向测算, 当空投物资离开  $A$  处的垂直距离为 160 米时, 它到  $A$  处的水平距离增加至 400 米, 要使飞机仍在 (1) 中  $O$  点的正上方进行空投, 且使空投物资准确落在  $P$  处, 那么飞机空投时离地面的高度应调整为多少米?

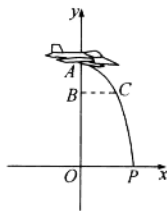


图 26-1-15

### 第 4 课时

#### 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 与 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

#### ● 学习指南

本节学习主要解决下列问题.

1. 函数  $y=a(x-h)^2+k$  的图象特征和平移规律的应用

此内容为本节的重点. 为此设计了[应用探究]中的例 1, 例 2; [当堂测评]中的第 1, 2, 3 题; [分层作业]中第 1, 2, 3, 4, 5, 7 题.

2. 二次函数  $y=a(x-h)^2+k$  的综合应用

此内容为本节的难点. 为此设计了[应用探究]中的例 3; [当堂测评]中的第 4 题; [分层作业]中的第 6, 8 题及[B 组]第 9, 10 题.

3. 转化思想与数形结合是本节学习的重要方法

如[应用探究]中的例 1; [分层作业]中的[B 组]第 9, 10 题.

#### ● 知识管理

1. 函数  $y=a(x-h)^2$  的图象与性质

性质: (1)  $y=a(x-h)^2$  的图象形状大小, 开口方向与抛物线  $y=ax^2$  相同;

(2) 二次函数  $y=a(x-h)^2$  的图象是一条抛物线, 顶点坐标为  $(h, 0)$ , 对称轴是直线  $x=h$ .

平移方法:当  $h>0$  时,抛物线  $y=a(x-h)^2$  是由抛物线  $y=ax^2$  向\_\_\_\_\_平移  $|h|$  个单位长度得到的;  
当  $h<0$  时,抛物线  $y=a(x-h)^2$  是由抛物线  $y=ax^2$  向\_\_\_\_\_平移  $|h|$  个单位长度得到的.

## 2. 函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质

性质:

| $y=a(x-h)^2+k$ | 开口方向 | 对称轴   | 顶点坐标    |
|----------------|------|-------|---------|
| $a>0$          | 向上   | $x=h$ | $(h,k)$ |
| $a<0$          | 向下   | $x=h$ | $(h,k)$ |

平移规律:

$$y=ax^2 \xrightarrow[\text{向上(或下)平移 } |k| \text{ 个单位}]{y=ax^2 \pm k}$$

向左或右

平移  $|h|$  个单位

↓

向上(或下)平移

↑  $|k|$  个单位

向右或左

平移  $|h|$  个单位

↓

$$y=a(x \pm h)^2 \xrightarrow[\text{向上(或下)平移 } |k| \text{ 个单位}]{y=a(x \pm h)^2 \pm k}$$

## 应用探究

类型之一 函数  $y=a(x-h)^2+k$  的图象及特征

例1 在同一直角坐标系中,画出函数  $y=-\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=-\frac{1}{2}x^2-1$ ,  $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$  的图象,并列表比较这三条抛物线的对称轴、顶点坐标.

【感悟】二次函数中, $a$  相同,抛物线的形状就完全相同,只是位置不同.抛物线的平移,关键是对称轴、顶点的平移,当然,曲线也随之平移.

## 类型之二 平移规律的应用

例2 [2008·深圳中考]将二次函数  $y=x^2$  的图象向右平移 1 个单位,再向上平移 2 个单位后,所得图象的函数表达式是 ( )

- A.  $y=(x-1)^2+2$  B.  $y=(x+1)^2+2$   
C.  $y=(x-1)^2-2$  D.  $y=(x+1)^2-2$

【感悟】抛物线的平移,实际上就是顶点的平移,平移常用的口诀有:左加右减,上加下减.

## 类型之三 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的综合应用

例3 若直线  $y=3x+m$  经过第一、三、四象限,则抛物线  $y=(x-m)^2+1$  的顶点必在第\_\_\_\_\_象限 ( )

- A. 一 B. 二  
C. 三 D. 四

【感悟】此题为二次函数简单的综合题,要注意它们的图象与性质的区别.

## 当堂测评

(时间:10 分钟 分值:100 分)

- (25 分)[2008·温州中考]抛物线  $y=(x-1)^2+3$  的对称轴是 ( )  
A. 直线  $x=1$  B. 直线  $x=3$   
C. 直线  $x=-1$  D. 直线  $x=-3$
- (25 分)对于抛物线  $y=-2(x-1)^2+3$  的说法中错误的是 ( )  
A. 抛物线的开口向下  
B. 抛物线的顶点坐标是  $(1,3)$   
C. 抛物线的对称轴是直线  $x=1$   
D. 当  $x>1$  时, $y$  随  $x$  的增大而增大
- (25 分)二次函数  $y=\frac{1}{2}(x-3)^2+4$  的图象可以看作是二次函数  $y=\frac{1}{2}x^2$  的图象向\_\_\_\_\_平移 3 个单位,再向\_\_\_\_\_平移 4 个单位得到的.
- (25 分)[2007·杭州中考]抛物线  $y=2(x-2)^2-6$  的顶点为  $C$ ,已知  $y=-kx+3$  的图象经过点  $C$ ,则这个一次函数与两坐标轴所围成的三角形面积为\_\_\_\_\_.

## 分层作业

### A 组

#### 一、选择题

- [2008·贵阳中考]二次函数  $y=(x-1)^2+2$  的最小值是 ( )  
A. -2 B. 2  
C. -1 D. 1

2. 已知点  $(-1, y_1)$ ,  $(-3\frac{1}{2}, y_2)$ ,  $(\frac{1}{2}, y_3)$  都在函数  $y = 3(x+1)^2 - 2$  的图象上, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 ( )

A.  $y_1 > y_2 > y_3$       B.  $y_2 > y_1 > y_3$   
C.  $y_2 > y_3 > y_1$       D.  $y_3 > y_1 > y_2$

3. 将抛物线  $y = -3x^2$  向右平移 2 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到的抛物线解析式是 ( )  
A.  $y = -3(x-2)^2 - 5$     B.  $y = -3(x+2)^2 - 5$   
C.  $y = -3(x+2)^2 + 5$     D.  $y = -3(x-2)^2 + 5$

## 二、填空题

4. 抛物线  $y = -2(x-5)^2 + 7$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位后, 再向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位, 可得抛物线  $y = -2x^2 - 1$ .  
5. 二次函数  $y = -5(x+1)^2 - 4$  的图象的开口方向是\_\_\_\_\_, 顶点坐标是\_\_\_\_\_, 对称轴是\_\_\_\_\_.  
6. 抛物线  $y = 2(x-2)^2$  与  $x$  轴交点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_, 与  $y$  轴交点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_,  $S_{\triangle AOB} =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

7. 把二次函数  $y = a(x-h)^2 + k$  的图象先向左平移 2 个单位, 再向上平移 4 个单位, 得到二次函数  $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$  的图象.  
(1) 试确定  $a, h, k$  的值;  
(2) 指出二次函数  $y = a(x-h)^2 + k$  的开口方向, 对称轴和顶点坐标.

8. 二次函数  $y = a(x-h)^2 + k$  的图象的对称轴为  $x = -2$ , 函数的最小值为  $-3$ , 且函数的图象与  $y = -\frac{1}{3}x^2$  的形状相同、方向相反.

- (1) 你能确定二次函数的解析式吗?  
(2) 如果函数图象与坐标轴的  $x$  轴交于  $A, B$ , 交  $y$  轴于  $C$ , 你能求出  $\triangle ABC$  的面积吗?

## B 组

9. 已知抛物线  $y = 2(x+2)^2$  交  $y$  轴于点  $A$ , 交直线  $y = 2x + 4$  于  $B, C$  两点, 求  $S_{\triangle ABC}$ .

10. 某品牌公司今年推出了一种高效环保型洗涤用品, 年初上市后, 公司经历了从亏损到盈利的过程. 下面的二次函数图象(部分)刻画了该公司年初以来累积利润  $S$ (万元)与销售时间  $t$ (月)之间的关系(即前  $t$  个月的利润总和  $S$  和  $t$  之间的关系).

根据图象 26-1-16 提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 已知图象上的三点坐标, 求累积利润  $S$ (万元)与时间  $t$ (月)之间的函数关系式;  
(2) 求截止到几月末公司累积利润可达到 30 万元;  
(3) 求第 8 个月公司所获利润是多少万元?

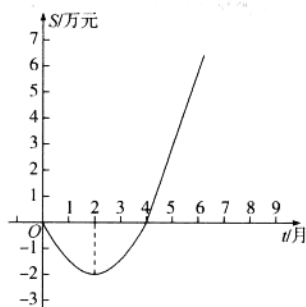


图 26-1-16

## 第5课时

### 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

#### ● 学习指南

本节学习主要解决下列问题.

#### 1. 通过配方法,掌握 $y=ax^2+bx+c$ 的图象性质

此内容为本节的重点.为此设计了[应用探究]中的例1;[当堂测评]中的第1,3题;[分层作业]中的第1,2,3,4,5,7题及[B组]第9,10题.

#### 2. 会用待定系数法求抛物线的解析式

为此设计了[应用探究]中的例2;[当堂测评]中的第4题;[分层作业]中的第6题.

#### 3. 二次函数与实际应用

此内容为本节的难点.为此设计了[应用探究]中的例3及变式题;[当堂测评]中的第2题;[分层作业]中的第8题.

#### 4. (1)配方法是求抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的性质的重要方法

如[应用探究]中的例1,例3;[分层作业]中的第7题.

#### (2)待定系数法是求函数解析式的常用方法

如[应用探究]中的例2;[分层作业]中的第8题.

#### ● 知识管理

#### 1. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的画法

方法:描点法.

步骤:(1)把  $y=ax^2+bx+c$  化成  $y=a(x-h)^2+k$  的形式;

(2)确定抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标;

(3)在对称轴的两侧,以顶点为中心,左右对称描点画图.

注意:若抛物线与  $x$  轴有交点,最好选取交点描点,特别是画抛物线草图时,更要注意①开口方向;

②对称轴;③顶点;④与  $x$  轴的交点;⑤与  $y$  轴的交点等的位置.

#### 2. 顶点坐标公式

推导:  $y=ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}\right)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$ .

公式:抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的顶点坐标是 \_\_\_\_\_,对称轴是 \_\_\_\_\_.

注意:有了顶点坐标公式后,顶点坐标的求法有两种思路.其一,直接应用此公式,其二是用配方法,将其化为顶点式  $y=a(x-h)^2+k$ ,再确定顶点为  $(h,k)$ .

#### 3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最大(小)值

规律:(1)自变量的取值范围是全体实数,函数在顶点

处取得最大值(或最小值),即  $x=-\frac{b}{2a}$  时,

$$y_{\text{最值}}=\frac{4ac-b^2}{4a}.$$

(2)自变量的取值范围是  $x_1 \leq x \leq x_2$ .

①当  $-\frac{b}{2a}$  在自变量的取值范围  $x_1 \leq x \leq x_2$  内,

则当  $x=-\frac{b}{2a}$  时,  $y_{\text{最值}}=\frac{4ac-b^2}{4a}$ .

②当  $-\frac{b}{2a}$  不在自变量的取值范围  $x_1 \leq x \leq x_2$

时,函数的最值即为函数在  $x=x_1$ ,  $x=x_2$  时的函数值,且较大的为最大值,较小的为最小值,最大值和最小值是同时存在的.

注意:(1)函数有最大值还是最小值是由  $a$  的正负确定,  $a>0$  时为最小值,  $a<0$  时为最大值;

(2)当  $-\frac{b}{2a}$  不在自变量的取值范围内时,函数既有最大值,又有最小值,且最大值和最小值分别是  $x=x_1$  和  $x=x_2$  的函数值.

#### ● 应用探究

类型之一 用配方法求二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象顶点坐标

例1 用配方法把下列函数写成  $y=a(x-h)^2+k$  的形式,并写出它们的开口方向、对称轴和顶点坐标.

(1)  $y=-x^2+6x+1$ ;

(2)  $y=-2x^2+8x-8$ .

【感悟】配方法是数学里的一个重要方法.应多加练习,熟练掌握.用配方法求得抛物线的顶点坐标,可以用顶点坐标公式来检验是否正确.

## 类型之二 求抛物线的解析式

**例2** 已知抛物线的顶点坐标为 $(2, -4)$ ,它与 $x$ 轴一个交点的横坐标是1,求它的解析式.

**【感悟】** 本题除利用顶点式求其解析式外,也可用交点和一般式求解析式.

## 类型之三 运用二次函数的性质解决实际问题

**例3** 有一长为7.2米的木料,做成如图26-1-17所示的“目”字形的窗框,窗的高和宽各取多少米时,这个窗的面积最大(不考虑木料加工时的损耗和木框本身所占的面积)?

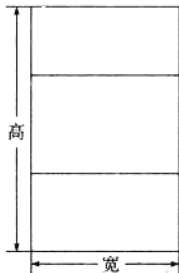


图 26-1-17

**【感悟】** 要会将实际问题转化为数学问题,通过二次函数的性质来解决实际生活中的问题.

**变式题** 已知直角三角形两条直角边的和等于8,两条直角边各为多少时,这个直角三角形的面积最大,最大值是多少?

**【感悟】** 注意图象的画法,结合图象找出最大值.

## 当堂测评

(时间:10分钟 分值:100分)

- (25分)若二次函数 $y=ax^2+bx+a^2-2$ ( $a, b$ 为常数)的图象如图26-1-18,则 $a$ 的值为 ( )  
A. -2 B.  $-\sqrt{2}$   
C. 1 D.  $\sqrt{2}$
- (25分)[2007·山西临汾中考]一个运动员打高尔夫球,若球的飞行高度 $y$ (m)与水平距离 $x$ (m)之间的函数表达式为 $y=-\frac{1}{90}(x-30)^2+10$ ,则高尔夫球在飞行过程中的最大高度为 ( )  
A. 10 m B. 20 m  
C. 30 m D. 60 m
- (25分)[2008·太原中考]抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 的顶点坐标是\_\_\_\_\_.
- (25分)若抛物线与 $x$ 轴交于点 $A(-1,0), B(1,0)$ ,并经过点 $P(0,1)$ ,则此抛物线的解析式是\_\_\_\_\_.

图 26-1-18

## 分层作业

### A组

#### 一、选择题

- [2007·广西河池中考]已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ( $a \neq 0$ )的最大值为0,则 ( )  
A.  $a > 0, b^2 - 4ac = 0$  B.  $a < 0, b^2 - 4ac > 0$   
C.  $a > 0, b^2 - 4ac < 0$  D.  $a < 0, b^2 - 4ac = 0$
- [2007·泰安中考]将 $y=(2x-1)(x+2)+1$ 化成 $y=a(x+m)^2+n$ 的形式为 ( )  
A.  $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{25}{16}$  B.  $y=2(x-\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$   
C.  $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$  D.  $y=2(x+\frac{3}{4})^2+\frac{17}{8}$

- 如图26-1-19抛物线顶点坐标是 $P(1,3)$ ,则函数 $y$ 随自变量 $x$ 的增大而减小的 $x$ 的取值范围是 ( )  
A.  $x > 3$  B.  $x < 3$   
C.  $x > 1$  D.  $x < 1$

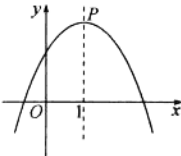


图 26-1-19

#### 二、填空题

- 若函数 $y=x^2+(m-1)x-\frac{1}{4}$ 图象的顶点横坐标是2,则 $m$ 的值是\_\_\_\_\_.
- 二次函数 $y=\frac{2}{3}x-1-2x^2$ ,当 $x=_____$ 时, $y$ 的值最大,最大值为\_\_\_\_\_.