

‘SUPER’

人教版·新课标

无敌®

Pocket
Book

绝对暗记

必修1

高中数学

● ●
紧贴学年教学进度
随时随地强化记忆

- 小小口袋书 惊喜处处
- 从学习之门轻松出发
- 惊艳知识淬炼之美
- 感受快乐学习
- 幸福面对升学应考



外文出版社
FOREIGN LANGUAGES PRESS

光 照 学 海
知 识 无 敌





图书在版编目(CIP)数据

无敌绝对暗记 高中数学. 1: 必修 / 赵平易等编著. —北京: 外文出版社, 2009

ISBN 978-7-119-06082-8

I. 无… II. 赵… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2009) 第185022号

绝

对

暗

记

高中

数学

·

必修

1

2009年11月第1版

2009年11月第1版第1次印刷

◆ 出 版 外文出版社·北京市西城区百万庄大街24号·邮编: 100037

责任编辑 吴运鸿

◆ 经 销 新华书店/外文书店
印 刷 北京市京津彩印有限公司
印 次 2009年11月第1版第1次印刷
开 本 1/48, 787×1092mm, 2.5印张
书 号 ISBN 978-7-119-06082-8

◆ 定 价 9.80元

◆ 总 监 制 张志坚
作 者 赵平易 李晓辉
总 编 辑 吴锴鋈
主 编 陈 茜
执行责编 王占景 金会芳
美术编辑 李可欣 王晓京
美术设计 Kaiyun 李子奇

◆ 行销企划 北京光海文化用品有限公司
北京市海淀区车公庄西路乙19号
北塔六层 邮编: 100048

集团电话 (010) 88018838 (总机)
发 行 部 (010) 88018956 (专线)
订购传真 (010) 88018952
读者服务 (010) 88018838转53、10 (分机)
选题征集 (010) 88018958 (专线)
网 址 <http://www.super-wudi.com>
E - mail service@super-wudi.com

- “无敌”商标专用权经国家工商行政管理局商标局核准由北京光海文化用品有限公司享有。
- 本书图文与版式设计非经书面授权不得使用; 版权所有, 侵权必究。

‘SUPER’



人
教
版

绝对暗记

高中数学

必修
1



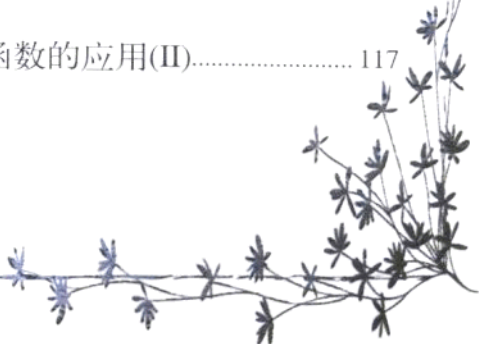
外文出版社
FOREIGN LANGUAGES PRESS



contents 目录

高中数学·必修①

第 1 章	集合	005
1.1	集合与集合的表示方法	006
1.2	集合与集合的关系和运算	014
第 2 章	函数	031
2.1	函数	032
2.2	一次函数和二次函数	071
2.3	函数的应用(I)	081
2.4	函数与方程	083
第 3 章	基本初等函数(I)	089
3.1	指数与指数函数	090
3.2	对数与对数函数	100
3.3	幂函数	114
3.4	函数的应用(II)	117



第



章



集合



- 本章内容：1.1 集合与集合的表示方法
1.2 集合与集合的关系和运算

1.1

集合与集合的表示方法

集合的概念

必记知识

【必记知识1】集合的概念

- 定义：某些指定的对象集在一起就成为一个集合，其中每一个对象叫元素。

▲ 例1 下面几组对象是否可以构成集合？

- (1) 1、2、3、4、5；
- (2) 与一个角的两边距离相等的所有点；
- (3) 所有的直角三角形；
- (4) x^2 、 $3x+2$ 、 $5y^2-x$ 、 x^2+y^2 ；
- (5) 某农场所有的拖拉机。

- ★ 答 这些组分别由一些确定的数、点、图形、整式、物体组成，它们均可构成集合。

【必记知识2】集合与元素的一般表示

- 集合通常用大写的英语字母来表示， A 、 B 、 C 、 $\cdots$ ，集合的元素用小写的英语字母来表示， a 、 b 、 c 、 $\cdots$ 。

【必记知识3】元素与集合的关系

- 1 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A ，记作 $a \in A$ ；
如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A ，记作 $a \notin A$ 。

2 对任何 a 与 A , $a \in A$ 与 $a \notin A$ 这两种情况有且只有一种能成立.例如, 设 $D=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $5 \in D$, 而 $\frac{3}{2} \notin D$.

例2 若 $\frac{1-t}{1+t} \in \{t\}$, 求 t 的值.

★ 解 $\frac{1-t}{1+t}=t$, $t^2+2t-1=0$, $t=-1 \pm \sqrt{2}$.

注意

a 与 $\{a\}$ 是不同的概念, 前者是元素, 后者是集合, 它们的关系是 $a \in \{a\}$.

【必记知识4】常用数集及其记法

- 1 非负整数集(或自然数集), 记作 $\mathbf{N}$;
- 2 正整数集, 记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;
- 3 整数集, 记作 $\mathbf{Z}$;
- 4 有理数集, 记作 $\mathbf{Q}$;
- 5 实数集, 记作 $\mathbf{R}$.

【必记知识5】

- 不含有任何元素的集合称为空集, 记作: $\emptyset$.

【必记知识6】集合的分类

- 1 有限集: 含有有限个元素的集合叫做有限集, 例如由1, 2, 3, 4, 5构成的集合为有限集.
- 2 无限集: 含有无限个元素的集合叫做无限集, 例如由比3大的数构成的集合为无限集.

常见规律

【常见规律1】集合中元素的确定性

- 设 A 是一个给定的集合, x 是某一个具体对象, 则 x 或者是 A 的元素, 或者不是 A 的元素, 两种情况必有一种且只有一种成立.例如, 给出集合 $\{1, 2, 3, 4\}$,

它只有1、2、3、4四个元素,其他对象都不是它的元素;而“个子高的人的全体”、“所有老人”、“我国的所有小河流”就不能视为集合,因为组成它们的对象是不能确定的.

【常见规律2】集合中元素的互异性

- 一个给定集合中的元素,指属于这个集合的互不相同的个体(对象),如有相同的对象,则算作同一元素,因此,同一集合中不应重复出现同一元素.

▲ 例3 在实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 中选若干数组成集合 P , P 中元素的个数最多有几个?

★ 解 $\because |x| = \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3} = -x,$

$\therefore x > 0$ 时(或 $x < 0$)这列数仅表示两个不同的数,故 P 中元素的个数最多有2个.

▲ 例4 已知集合 A 中有两个元素 a 与 $a^2 - a$, 求 a 满足的条件.

★ 解 $a \neq a^2 - a$, 得 $a^2 - 2a \neq 0$, 得 $a \neq 0$ 且 $a \neq 2$.

▲ 例5 已知集合 A 中有三个元素 $a-1, 2a^2+5a+1, a^2+1$, 且 $-2 \in A$. 求 a 的值.

★ 解 (1)若 $a-1=-2$, 则 $a=-1$.

代入 $2a^2+5a+1=-2$, 不合题意.

(2)若 $2a^2+5a+1=-2$, 则 $2a^2+5a+3=0$.

得 $a=-\frac{3}{2}$ 或 $a=-1$ (舍).

代入 $a-1=-\frac{5}{2}$, $a^2+1=\frac{13}{4}$, 合题意.

综上 $a=-\frac{3}{2}$.

【常见规律3】集合中元素的无序性

- 集合中的元素与顺序无关.例如集合 $\{1, 2\}$ 与集合 $\{2, 1\}$ 表示同一集合.

【常用方法1】

- 利用集合中元素的确定性判定某些对象是否是给定集合的元素.

▲ 例6 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

$$(1) 0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}, -1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}, \sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}, \frac{1}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N};$$

$$(2) 0 \underline{\hspace{1cm}} \varnothing, -\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}, \pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}, \sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}.$$

★ 答 (1) $\in, \notin, \notin, \in$;

(2) $\notin, \in, \notin, \in$.

【常用方法2】

- 利用集合中元素的互异性简化集合的表示.

▲ 例7 由函数 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ 可能取的函数值构成的集合有 个元素.

【思路引导】根据两个字母的符号分类讨论. 只要相同为正号取2, 相同为负号取-2, 一正一负为0, 所以最后集合有3个元素.

★ 答 3

..... 集合的表示方法

必记知识

【必记知识1】列举法

- 列举法: 把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内的方法.

▲ 例1 (1) 由方程 $x^2 - 1 = 0$ 的所有解组成的集合可表示为 ;

(2)所有大于0且小于10的奇数组成的集合可表示为_____.

★ 答 (1) $\{-1, 1\}$; (2) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

注意

注意区别 $\{(1, 2)\}$ 和 $\{1, 2\}$, 前者表示一个点的集合, 后者表示两个数的集合.

【必记知识2】描述法

- 1 描述法: 把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在大括号 $\{\}$ 内.
- 2 具体方法: 在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号, 再画一条竖线, 在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征. 例如: 不等式 $x-3>2$ 的解集是 $\{x|x-3>2\}$, 抛物线 $y=x^2+1$ 上所有点的集合可表示为 $\{(x, y)|y=x^2+1\}$.

■ **例2** 用描述法表示下列集合.

- (1)正偶数集合;
- (2)被3除余1的整数集合;
- (3)坐标平面内不在第一、三象限的点集.

★ **解** (1) $\{x|x=2n, n \in \mathbf{N}_+\}$;

(2) $\{x|x=3n+1, n \in \mathbf{Z}\}$;

(3) $\{(x, y)|xy \leq 0\}$.

■ **例3** 设集合 $A=\{x \in \mathbf{R} | 6+\sqrt{3} < x \leq 10\}$, 则

(1) A 是有限集还是无限集?

(2) $3+\sqrt{10}$ 是不是集合 A 中的元素? $5\sqrt{3}$ 呢?

★ **解** (1)因为大于 $6+\sqrt{3}$ 且小于或等于10的实数有无限多个, 也就是 A 中有无限多个元素, 所以集合 A 是无限集.

(2) $\because 3+\sqrt{10} < 7 < 6+\sqrt{3}, \therefore 3+\sqrt{10}$ 不是集合 A 中元素.

又 $6+\sqrt{3} < 8 < 5\sqrt{3} < 10, \therefore 5\sqrt{3} \in A$, 即 $5\sqrt{3}$ 是集合 A 中

元素.

■ **例4** 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid mx^2 - 2x + 3 = 0, m \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中元素至多只有一个, 求 m 的取值范围.

★ **解** (1) 当 $m=0$ 时, 原方程为 $-2x+3=0$, $x=\frac{3}{2}$, 符合题意.

(2) 当 $m \neq 0$ 时, 原方程 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 为一元二次方程.

由 $\Delta = 4 - 12m \leq 0$, 得 $m \geq \frac{1}{3}$.

即当 $m \geq \frac{1}{3}$ 时, 方程 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 无实根或有两个相等的实数根, 符合题意.

由(1)(2)知: $m=0$ 或 $m \geq \frac{1}{3}$.

■ **例5** 用描述法表示下列集合.

(1) 一元二次函数 $y=x^2+3x+2$ 的函数值组成的集合;

(2) 抛物线 $y=x^2+3x+2$ 上的点构成的集合.

★ **解** (1) $\{y \mid y=x^2+3x+2\}$;

(2) $\{(x, y) \mid y=x^2+3x+2\}$.

● 注意 ●

描述法表示集合应注意集合的代表元素. $\{(x, y) \mid y=x^2+3x+2\}$ 表示的是抛物线上所有点 (x, y) 的集合; $\{y \mid y=x^2+3x+2\}$ 表示的是一元二次函数 $y=x^2+3x+2$ 中所有函数值 y 的集合. 需特别指出的是, $\{\}$ 已包含“所有”的意思, 所以实数集写成 $\{\mathbf{R}\}$ 是错误的.

■ **例6** 用描述法表示下列集合.

(1) $\{1, 4, 7, 10, 13\}$;

(2) $\{-2, -4, -6, -8, -10\}$.

★ **解** (1) $\{x \mid x=3n-2, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } n \leq 5\}$;

(2) $\{x \mid x=-2n, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } n \leq 5\}$.

▲例7 用列举法表示下列集合.

(1) $\{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ 是 } 15 \text{ 的约数}\};$

(2) $\{(x, y) \mid x \in \{1, 2\}, y \in \{1, 2\}\};$

(3) $\left\{(x, y) \mid \begin{cases} x+y=2, \\ x-2y=4. \end{cases}\right\};$

(4) $\{x \mid x = (-1)^n, n \in \mathbf{N}\};$

(5) $\{(x, y) \mid 3x+2y=16, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\};$

(6) $\{(x, y) \mid x, y \text{ 分别是 } 4 \text{ 的正整数约数}\}.$

★解 (1) $\{1, 3, 5, 15\};$

(2) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\};$

(3) $\left\{\left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)\right\};$

(4) $\{-1, 1\};$

(5) $\{(0, 8), (2, 5), (4, 2)\};$

(6) $\{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 4)\}.$

● 注意 ●

需要注意的是, 第(2)小题中, 要防止把 $\{(1, 2)\}$ 写成 $\{1, 2\}$ 或 $\{x=1, y=2\}$.

▲例8 设 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 4\}$, $B = \{(a, b) \mid a + b^2 = 1, b \in A\}$. 试用列举法表示 B .

★解 $\because A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 4\},$

$\therefore A$ 中含有元素 $1, 2, 3.$

$\because b \in A, \therefore b = 1$ 或 2 或 $3.$

(1) 若 $b = 1$, 则 $a = 0;$

(2) 若 $b = 2$, 则 $a = -3;$

(3) 若 $b = 3$, 则 $a = -8.$

$\therefore B$ 中含有元素 $(0, 1), (-3, 2), (-8, 3).$

$\therefore B = \{(0, 1), (-3, 2), (-8, 3)\}.$

【必记知识3】韦恩图法

- 韦恩图法就是用一条封闭的曲线的内部来表示集合的方法.例如,图1表示任意一个集合 A ;图2表示集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

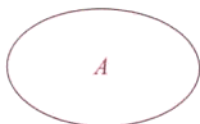


图1



图2

常见规律

【常见规律1】

- 偶数集: $\{x | x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$

【常见规律2】

- 奇数集: $\{x | x=2n+1, n \in \mathbf{Z}\}$ 或 $\{x | x=2n-1, n \in \mathbf{Z}\}$

常用方法

【常用方法1】列举法与描述法的合理选用

- 1 有些集合的公共属性不明显,难以概括,不使用描述法表示,只能用列举法.如:集合 $\{x^2, 3x+2, 5y^3-x, x^2+y^2\}$.
- 2 有些集合的元素不能无遗漏地一一列举出来,或者不便于、不需要一一列举出来,常用描述法.如:集合 $\{(x, y) | y=x^2+1\}$;集合 $\{1\,000\text{以内的质数}\}$.
- 3 列举法与描述法各有优点,应该根据具体问题确定采用哪种表示法,要注意,一般集合中元素较多或有无限个元素时,不宜采用列举法.

■ 例9 用适当的方法表示下列集合.

- (1) 24的正约数的全体;
- (2) 直线 $x+2y+5=0$ 上所有点的坐标组成的集合;
- (3) 使代数式 $\frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$ 有意义的 x 的所有值组成的集合;
- (4) 所有与点 A 、 B 距离相等的点 P 组成的集合.

- ★ 解 (1) $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$;
 (2) $\{(x, y) | x+2y+5=0\}$;
 (3) $\{x | x \leq 2 \text{ 且 } x \neq 1\}$;
 (4) $\{P | PA=PB, A, B \text{ 为定点}\}$.

【常用方法2】分类的方法在集合中的应用

- 分类的方法是数学的一个非常重要的思想方法,若集合中含有参数,须对参数进行分类讨论,讨论时要做到既不重复又不遗漏.

▲ 例10 若集合 $A = \{x | (k+1)x^2 + x - k = 0\}$ 中只有一个元素,求 k 的值.

- ★ 解 (1) 当 $k = -1$ 时, $x = -1$ 符合题意;
 (2) 当 $k \neq -1$ 时, $(k+1)x^2 + x - k = 0$ 有唯一解,

$$\therefore \Delta = 1 + 4k(k+1) = 0, k = -\frac{1}{2}.$$

综上 $k = -1$ 或 $k = -\frac{1}{2}$.

▲ 例11 已知 $A = \{3, 2a+1, a^2+4a\}$, 且 $5 \in A$, 求 a 的值.

- ★ 解 $\because 5 \in A$,
 $\therefore (1) 2a+1=5, \therefore a=2$, 此时 $A = \{3, 5, 12\}$ 符合题意;
 (2) $a^2+4a=5, (a-1)(a+5)=0, \therefore a=1$ 或 -5 .
 当 $a=1$ 时, $A = \{3, 3, 5\}$, 不符, 舍;
 当 $a=-5$ 时, $A = \{3, -9, 5\}$.
 综上 $a=2$ 或 $a=-5$.

1.2

集合与集合的关系和运算

集合之间的关系

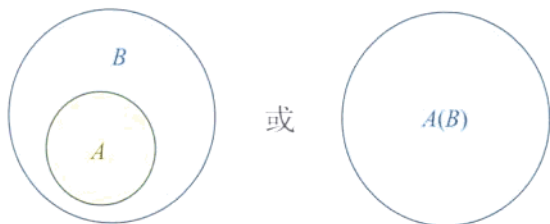
必记知识

【必记知识1】子集的概念

- 1 对于两个集合 A 和 B , 如果集合 A 的任何一个元素都

是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A ,也说集合 A 是集合 B 的子集.记作: $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$;读作: A 包含于 B ,或 B 包含 A .例如集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 是集合 $B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的子集.

2 用韦恩图表示两个集合间的“包含”关系:



3 如果集合 A 不包含于集合 B ,或集合 B 不包含集合 A ,就记作 $A \not\subseteq B$ ($B \not\supseteq A$).例如, $A=\{1, 2\}$, $B=\{3, 4, 5\}$, 则 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$);又如, $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 3, 4\}$, 则 $A \not\subseteq B$.

例1 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, 试写出 A 的所有子集.

★ 解 $\{1, 2, 3, 4\}$; $\{1, 2, 3\}$; $\{1, 2, 4\}$; $\{2, 3, 4\}$; $\{1, 2\}$; $\{1, 3\}$; $\{1, 4\}$; $\{2, 3\}$; $\{2, 4\}$; $\{3, 4\}$; $\{1\}$; $\{2\}$; $\{3\}$; $\{4\}$; $\emptyset$.

【必记知识2】集合相等的概念

■ 对于两个集合 A 和 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素.我们就说集合 A 等于集合 B .记作: $A=B$.例如 $A=\{x|x=2n-1, n \in \mathbf{Z}\}$ 与 $B=\{x|x=2m+1, m \in \mathbf{Z}\}$ 都表示奇数集, $A=B$.

例2 设集合 $A=\{1, a, b\}$, $B=(a, a^2, ab)$, 且 $A=B$, 求 $a^{2004}+b^{2005}$.

★ 解 方法一: 由 $A=B$, 有 $\begin{cases} a^2=1, \\ ab=b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a^2=b, \\ ab=1. \end{cases}$

解方程组得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1, \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1, \\ b \text{ 为任意实数.} \end{cases}$

由集合的互异性, 得 $a \neq 1$.

$$\therefore a=-1, b=0, \therefore a^{2\,004}+b^{2\,005}=1.$$

方法二: 由 $A=B$ 可得
$$\begin{cases} 1 \cdot a \cdot b = a \cdot a^2 \cdot ab, \\ 1+a+b=a+a^2+ab, \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} ab(a^3-1)=0, \\ (a-1)(a+b+1)=0. \end{cases}$$
 因为集合中元素互异, $\therefore a \neq 0$,

$a \neq 1$. 解方程组, 得
$$\begin{cases} a=-1, \\ b=0. \end{cases} \therefore a^{2\,004}+b^{2\,005}=1.$$

● 注意 ●

(1) $A=B$ 是用 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 来定义的, 所以 $A \subseteq B$ 和 $B \subseteq A$ 二者缺一不可;

(2) $A=B \Leftrightarrow A \subseteq B$ (即 $a \in A \Rightarrow a \in B$), 且 $B \subseteq A$ (即 $b \in B \Rightarrow b \in A$).

第1章 * **例3** 设集合 $A=\{x \mid x=5-4a+a^2, a \in \mathbf{R}\}$, $B=\{y \mid y=4b^2+4b+2, b \in \mathbf{R}\}$, 则下列关系式中正确的是().
A. $A=B$ B. $A \supseteq B$ C. $A \subsetneq B$ D. $A \not\supseteq B$

【思路引导】问题转化为求两个二次函数的函数值的范围, $x=5-4a+a^2=(2-a)^2+1 \geq 1$, $y=4b^2+4b+2=(2b+1)^2+1 \geq 1$, 所以它们的值域是相同的, 因此 $A=B$.

★ 答 A

【必记知识3】真子集

1 如果集合 A 是集合 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 即集合 $A \subseteq B$, 存在元素 $x \in B$ 且 $x \notin A$, 称集合 A 是集合 B 的真子集. 记作: $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$); 读作: A 真包含于 B (或 B 真包含 A).

2 真子集可用韦恩图表示为:

