

结构随机振动

〔美〕C.Y. YANG 著

哈尔滨工业大学出版社

17

结 构 随 机 振 动

[美] C. Y. YANG 著

邱法维 潘景龙 李 暄 译

郭长城 审

内 容 简 介

本书是根据美国特拉华大学C. Y. 扬教授编著的《结构随机振动》(RANDOM VIBRATION OF STRUCTURES)一书(1986年版)翻译的。

本书详细论述了结构随机振动的基本概念、基本理论和分析方法,同时对工程实际问题给予了充分的注意。全书共分十章,前三章为研究随机振动所需的基本数学知识;第四章描述了三种基本的随机激励模型;第五、六、七章分别讨论了线性单自由度系统(SDOF)、线性多自由度系统(MDOF)和连续系统的平稳随机振动;第八章讨论了随机激励下的结构设计问题;第九章是关于结构非平稳响应的讨论;最后一章介绍了非线性随机振动。

本书可作为高等学校有关专业的研究生教材和高年级本科生的教学参考书,也可供有关工程技术人员和科研人员参考。

结 构 随 机 振 动

[美] C. Y. YANG 著

邱法维 潘景龙 李 暄 译
郭长城 审

哈尔滨工业大学出版社出版
新华书店首都发行所发行
哈尔滨建筑工程学院附属印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 11.125 字数 240 000
1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷
印数 1—3000

ISBN 7-5603-0228-9/O·26 定价4.95元

前 言

结构设计中最重要的任务之一就是结构的可靠性估计。这项工作通常是很复杂的，因为许多影响结构最终设计的重大因素并不能客观地确定。例如，设计一座高层建筑，场地土质的信息，风压，区域的地震运动在很大程度上都是不确定的，为了分析和了解这些动态载荷的不确定性以及它们对结构可靠性的影响，土木力学工程师们首要的课题就是研究结构的随机振动。

对于风压、地震运动和海洋波动产生的动态载荷或激励，传统上是按照选择对应的最大指定载荷的原始时间函数，或几个主要载荷时间函数的平均值来处理的。但是上述两种方法都有根本的缺欠，因为这两种方法虽然给出了未来载荷条件的相应表征，但它不能将实际结构可靠性问题的定量和准确的解答提供给结构工程师。加之这些激励中含有众多的频率成分和其自身的强随机性，所以结构的响应也是宽频域的强随机的。因此表述结构的可靠性问题十分复杂，而解答这些问题就更加困难。

结构随机振动是一门工程学科，它是按三个基本步骤来处理这种复杂的不确定性问题的。一是对大量实际情形用统计的方法形成随机激励的特征。接着是进行结构系统的激励响应分析。最后是根据一系列的破坏准则进行结构的可靠性判定。该方法中全部设计问题的不确定性均在问题的随机激

励来源中进行考查和综合。后两步中并不比结构模型（质量、刚度和阻尼）和破坏准则（屈服和疲劳）本身含有更多的不确定因素。这种随机振动分析的结果是结构可靠性的一种概率性表述。

本书是以解决结构工程问题为目的而准备的，也是作者在 Delaware（特拉华）大学土木工程系近二十年来教学和科研的经验总结。由于结构动力学需要的知识为高等工程数学和概率统计，所以本书首先适用于土木力学工程的研究生，具有相应知识水平的高年级学生可参照研究生的情况使用本书。在学习中对每个学生进行具体指导，其效果会更好。对于结构工程师，本书提供了结构随机振动理论用于处理许多实际工程问题的实例，以及理解和领会这些问题所需的基本概念。本书的重点放在理解和领会工程意义上而不是严密的数学推导上。对希望在本学科中进行详细理论研究工作或为深入研究工程问题的有关人员，使用本书也是很适合的。

本书共分十章，一至三章包括随机振动导论和所需的数理统计知识，绝大部分叙述都是基于基本定义，并不超出土木力学工程专业高年级学生的知识水平，而且内容很简明。第四章介绍了道路、地震运动 and 海浪的随机激励模型，所有这些均以最重要的功率谱密度函数为中心来讨论。第五、六和七章分别阐述了单自由度系统（SDOF）、多自由度系统（MDOF）和连续系统的激励-响应的求解方法。第八章中基于屈服条件和疲劳条件的结构破坏，讨论了结构可靠性的主要问题。第九章将激励响应分析由平稳情形推广到非平稳情形。这对于受地震激励下的结构设计尤为重要。第十章对非线性随机振动这个困难的问题作了适当的介绍。

建议本书用两个学期学完为宜。第一学期学习一、二、三、五和八章，书中提供了足够的例题和习题，这些材料在学习过程中对学生很有帮助。参考文献为深入学习提供了材料。

1965年我在MIT荣幸地被特许参加了由Stephen S. Crandall 教授讲授的精彩课程——随机振动。当时听课的深刻印象对我选择讲授和研究结构随机振动并编著本书起到了特殊的作用。Illinois大学的Y.K.Lin 教授不断地给予鼓励，我在Delaware大学的同事Robert M. Stark教授在可靠性工程这个广泛的领域中为我提供了良好的学术交流环境，

在Delaware大学讲授本课程的John R. Zimmerman教授作为热心的合作者提供了本书的习题和附录B。

由伯克利California大学Joseph Penzien教授发起的教师休假年为作者提供了所需的大量时间完成初稿，对 Betty Bramble's夫人在打印大量技术符号和方程式中给予的积极帮助也深表谢意。

C. Y. YANG

1985.12于Delaware

目 录

第一章 导言	(1)
§ 1-1 随机振动.....	(1)
§ 1-2 随机过程 概率和统计.....	(3)
一、概率和概率密度的频率定义.....	(4)
二、联合概率密度 $P(x_1, x_2)$	(7)
三、条件概率和独立性.....	(11)
四、统计量.....	(13)
五、实际中的重要统计量.....	(15)
六、刚体类比.....	(20)
习题.....	(22)
第二章 平稳随机过程 自相关和谱密度	(25)
§ 2-1 平稳随机过程.....	(25)
§ 2-2 自相关函数 $R(\tau)$	(27)
§ 2-3 付里叶级数和付里叶积分.....	(31)
§ 2-4 功率谱密度 $S(\omega)$	(39)
习题.....	(46)
第三章 遍历过程和时间统计量	(48)
§ 3-1 遍历过程.....	(48)
§ 3-2 时间自相关 $\Phi(\tau)$	(51)
§ 3-3 时间谱密度 $W(\omega)$	(58)

§ 3-4 时间谱密度 $W(f)$ 的另一种定义	(60)
§ 3-5 $W(f)$ 两种定义的等价性	(62)
本章小结	(63)
习题	(64)
第四章 随机激励的模型	(66)
§ 4-1 随机路面模型 (平稳模型)	(67)
一、离散模型	(69)
二、连续模型	(72)
§ 4-2 随机地震运动 (非平稳模型)	(74)
一、离散模型	(75)
二、连续模型	(77)
§ 4-3 随机海洋波动 (多变量平稳模型)	(79)
一、离散模型	(82)
二、连续模型	(85)
三、波动力的谱密度	(86)
习题	(89)
第五章 单自由度结构 (SDOF)	(94)
§ 5-1 确定性传递关系	(94)
一、频域解法	(95)
二、时域解法	(101)
三、时域解和频域解的比较	(106)
§ 5-2 随机激励和响应	(107)
一、时域方法	(117)
二、频域方法	(116)
三、一种直接的统计解法	(120)
习题	(122)

第六章 线性多自由度 (MDOF) 系统响应	(127)
§ 6-1 两自由度系统 (TDOF)	(127)
一、确定性振动.....	(127)
二、随机激励.....	(133)
三、响应自相关.....	(134)
四、响应谱密度.....	(136)
五、确定性有阻尼振动.....	(139)
六、有阻尼的响应自相关.....	(143)
七、有阻尼的响应谱密度.....	(144)
§ 6-2 多自由度系统 (MDOF)	(146)
一、确定性振动.....	(146)
二、平稳随机振动.....	(148)
§ 6-3 一种替代的求解方法.....	(150)
一、确定性振动.....	(151)
二、复频响应 $H(\omega)$	(152)
三、脉冲响应 $h(t)$	(152)
四、平稳随机振动.....	(153)
习题.....	(159)
第七章 连续系统的响应	(164)
§ 7-1 剪切梁.....	(164)
一、确定性振动.....	(164)
二、平稳随机振动.....	(167)
三、集中随机激励.....	(169)
§ 7-2 弯曲梁.....	(174)
一、确定性振动.....	(174)
二、平稳随机振动.....	(176)

§ 7-3 薄板	(180)
一、确定性振动	(180)
二、平稳随机振动	(182)
§ 7-4 其它的解法 (剪切梁)	(184)
一、确定性振动	(185)
二、脉冲响应 $h_F(x, t)$	(186)
三、复频响应 $H_F(x, \omega)$	(192)
四、平稳随机振动	(194)
§ 7-5 坝-蓄水系统 (竖向激励)	(196)
一、公式	(196)
二、脉冲响应函数	(197)
三、频率响应函数	(208)
四、响应功率谱密度	(209)
五、响应均方	(212)
§ 7-6 坝-蓄水系统 (水平激励)	(216)
一、公式	(216)
二、复频响应	(220)
三、确定性振动	(226)
四、随机振动	(227)
习题	(230)
第八章 随机激励下的结构设计	(233)
§ 8-1 平稳高斯过程	(233)
§ 8-2 穿越概率	(238)
§ 8-3 峰值概率密度	(242)
§ 8-4 包络的概率密度	(243)
§ 8-5 基于屈服破坏的结构设计	(246)

§ 8-6 基于疲劳破坏的结构设计	(258)
一、Palmgren和Miner的确定性假设	(259)
二、平稳窄带随机加载	(260)
习题	(264)
第九章 非平稳响应	(268)
§ 9-1 平稳激励下的单自由度系统	(268)
一、零阻尼系统	(269)
二、小阻尼系统	(270)
§ 9-2 平稳激励下的坝-蓄水系统	(272)
一、竖向加速度激励	(272)
二、水平向加速度激励	(277)
§ 9-3 非平稳激励下的单自由度系统	(278)
一、Priestley's模型	(279)
二、单自由度系统的响应	(281)
三、零阻尼单自由度系统	(283)
四、小阻尼单自由度系统	(284)
五、Bendat和Piersol's模型	(290)
§ 9-4 非平稳激励下的坝-蓄水系统	(293)
一、竖向加速度激励	(293)
二、水平向加速度激励	(297)
习题	(304)
第十章 非线性随机振动	(308)
§ 10-1 随机游走模型的推导	(309)
一、基本概率定义	(309)
二、Chapman-Komogorov-Smoluchowski 方程	(310)

三、随机游走模型·····	(311)
四、一步转移概率 P ·····	(314)
§ 10-2 随机游走模型的应用·····	(316)
§ 10-3 Fokker-Planck方程·····	(321)
§ 10-4 Fokker-Planck方程的求解·····	(322)
习题·····	(326)
附录 A 随机振动中的快速付里叶变换·····	(328)
§ A-1 基本概念·····	(328)
§ A-2 FFT计算机子程序的使用·····	(329)
附录 B Monte Carlo模拟·····	(335)
§ B-1 通过Monte Carlo模拟的样本函数的合成·····	(335)
§ B-2 用计算机生成随机数·····	(336)
§ B-3 简单的气泡分类法·····	(337)
附录 C 参考文献·····	(339)

第一章 导 言

§ 1-1 随机振动

当今的结构工程师更侧重于考虑动载荷下的结构分析和设计,如高层建筑物和桥梁上的风载荷,强震运动对建筑物和水坝的影响,海浪对离岸钻井平台的作用,海洋中船舶的振动,飞行和滑行中的飞机,铁路上高速列车和公路上高速汽车的振动。动力分析和设计中与静力中考虑的基本差别是它含有依赖时间的外加动态激励的影响和本身的惯性载荷。对一般结构和类似的载荷条件,原先的设计想法是把这些动载荷作为准静态载荷,即在设计过程中取惯性力等于估计的加速度和相应的结构质量之积。这时主要结构的最终动力设计,特别是特种结构和不同载荷条件,准静态近似是不合适的,必须用动态近似。

在动力分析设计中,首先最重要的一步就是确定动力载荷。动力载荷一般分为两种类型,一种是短时间的瞬态或冲击载荷,另一种是长时间的稳态载荷。这些动载荷中每一类型的表征完全由具有控制参数的确定时间函数给出。如幅值、频率、周期和相位。一旦动载荷或输入激励确定,则动态力、位移等结构的响应就可被确定。这些动态响应与静态的内容一起构成了全部结构设计的基础。

正如这里简述的那样,动载荷下结构分析和设计的基本困难是我们不可能准确地确定动载荷。作为例子考虑一强震

运动情形，我们的地面运动知识仅局限于图 1-1 那样的加速度测量。 $0.5g$ （重力加速度的一半）的峰值加速度和 10 sec 的整个周期给出了高危地震区如 San Francisco、Califor-

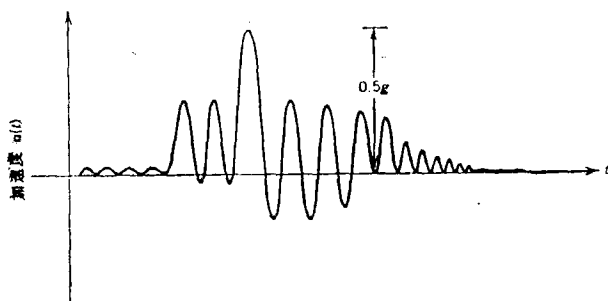


图1-1 地震地面加速度示意图

nia 的设计加速度指标。该加速度记录被证实为无规律和复杂的时间函数。另外，一个合理的动力设计必须考虑结构所在场地未来可能地震的内在不确定性。因此，为说明峰值加速度中的大量不确定性，对于振动特征（频率和相角）和时间持续性，即将地面加速度作为确定的时间函数处理的古典方法必须作根本的修改。地面加速度的不确定性必须纳入一新的不确定的或随机时间函数的种类中，如所知的随机过程。关于随机过程的特征不是确定性而是统计性和概率性。当把输入的动态激励作为随机函数看待时，结构响应自然也是随机的时间函数。在这种情况下，促使我们研究结构的随机振动主要是为了处理结构输入随机激励的表征、结构随机响应的，确定和在随机激励下结构安全性的评价。

§ 1-2 随机过程 概率和统计

作为随机激励，如地震产生的地面加速度的等价描述，我们想象一个称之为集合的无限多样本加速度记录 $x^{(1)}(t)$ 、 $x^{(2)}(t)$ 、……。由所谓随机加速度过程 $X(t)$ 的集合中，我们在图 1-2 中画出了三个典型样本，这三个样本证实了加速度过程的不确定性。为方便，大写字母用于表示随机过程和随机变量，相应的小写字母表示样本函数和样本值。为给出整个加速度记录集合的合理特征，我们必须使用概率统计的概念和方法。

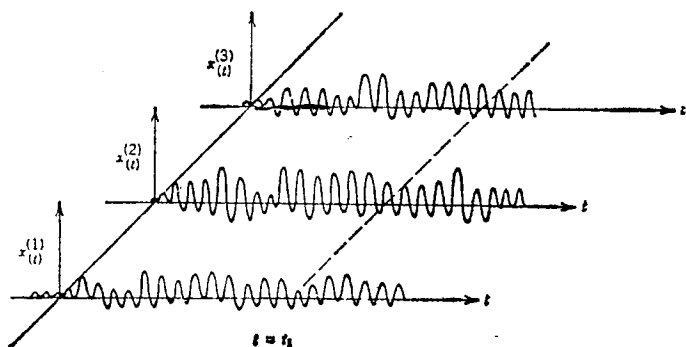


图1-2 随机激励过程 $X(t)$ 集合中的三个样本

我们在特定时间 $t = t_1$ 由三个样本函数 $x^{(1)}(t)$ 、 $x^{(2)}(t)$ 和 $x^{(3)}(t)$ 中考虑任一个 $X(t)$ 的值，代表随机变量 $X(t_1) \equiv X_1$ 集合中的不同样本值 $x^{(1)}(t_1)$ 、 $x^{(2)}(t_1)$ 和 $x^{(3)}(t_1)$ ，从理论上说是无限多的。为了表示这种随机变量 X_1 ，即任一单个连续随机变量 X_1 的特征，我们将联合使用如下概率

密度函数 $p(x)$ 和概率的频率定义。

一、概率和概率密度的频率定义

我们定义 $(x < X < x + dx)$ 的概率为 $(x < X < x + dx)$ 中无穷样本集合中样本的分数。所以

$$P(x < X < x + dx) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N} \quad (1-1)$$

式中 N 是集合中样本总数， n 是 $(x < X < x + dx)$ 中那些相应的样本数。

我们由上式进一步定义概率密度函数 $p(x)$

$$P(x < X < x + dx) = p(x)dx \quad (1-2)$$

上式是 $p(x) - x$ 曲线上 x 和 $x + dx$ 之间的面积，如图 1-3 所示。

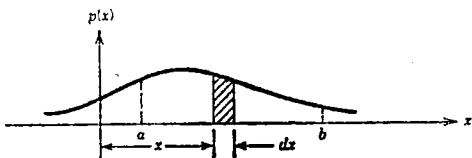


图1-3 连续随机变量 X 的概率密度函数

由概率密度函数的结论，我们有

$$P(a < X < b) = \int_a^b p(x)dx \quad (1-3)$$

$$P(-\infty < X < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1.0 \quad (1-4)$$

由方程 (1-2) 可见，一旦概率密度函数 $p(x)$ 得到，我

们就有随机变量 X 的不确定特征的全部信息。应当指出，概率的频率定义方程式(1-1)中 $N \rightarrow \infty$ 描述了无穷多样本集合的概念。当然，当我们实际处理有限多的样本，即使几个样本时，我们仅仅能得到一个近似概率。对无限多样本情形，可按下面随机变量描述的物理问题的概念理解，如例题1-1所述。

例题 1-1 我们知道在掷骰子时，骰子上表面为某定数，比如说1的概率是 $1/6$ 。这个答案是使用了一个事实得到的，即得到骰子六个数中每一个数的机会是均等的，且总的概率为1。因此由本题可以理解概率的含义。然而 $1/6$ 的概率也可用大量掷骰子实验中得数为1的次数，或使用方程(1-1)中概率的频率定义来确定。所以我们看到这里使用了无穷样本的概念得出对每一个数机会均等的结论，且这个结论仅能近似地由概率的频率定义证明。机会均等的随机事件常称为相等同类事件。

例 1-2 掷两只骰子时，得7的概率是多少？图1-4的一个实验给出了两只骰子之和的36个相等同类事件的全体，且其相应事件出现的次数是6。所以 $P(\text{随机和为7}) = 6/36 =$

	1	2	3	4	5	6	第二点
1	2	3	4	5	6	7	
2	3	4	5	6	7	8	
3	4	5	6	7	8	9	
4	5	6	7	8	9	10	
5	6	7	8	9	10	11	
6	7	8	9	10	11	12	

第一点

图1-4 在两只骰子之和中的相等同类事件