

技工學習叢書

# 機械工人基本數學

第三分冊 幾何、三角

林家樂編著



機械工業出版社

1955

技工學習叢書

# 機械工人基本數學

第三分冊 幾何、三角

林家榮編著



機械工業出版社

1955

## 出版者的話

本書專為機械工人學習數學基本知識而編寫的。內容包括算術、代數、幾何和三角，算術部分講解得比較詳細，其他部分只講解一些最基本的知識和計算方法。但其特點是把代數、幾何、三角與算術摻合在一起，使讀者便於以算術的知識來學懂其他數學知識。本書文字淺顯、例題豐富，此外，在每個章節後面都有習題，書後還附有答案，適合具有初小到高小文化程度的讀者自修，也可以作為組織業餘學習和短期訓練班的教材。

本書分三冊出版，這是第三分冊（幾何和三角）。

書號 0769

---

1955年5月第一版      1955年5月第一版第一次印刷

787×1092  $\frac{1}{32}$  字數 120 千字    印張 6    0,001— 9,100 冊

機械工業出版社（北京熙甲廠 17 號）出版

機械工業出版社印刷廠印刷    新華書店發行

---

北京市書刊出版業營業許可證出字第 008 號

定價（7）0.71 元

## 編著者的話

這本書是專為機械工人學習數學基本知識而編的。

編者假定讀者的文化水平是初小畢業的程度，對數學懂得很少，雖然也學會一些計算的方法，却不懂得為什麼要這樣算，或者要那樣算。這本書準備幫助這些讀者，在比較短的時間裏，進行一次較有系統的學習，搞清楚數學計算的一些基本道理，同時學會作為一個機械工人所必需的數學知識。

這本書是預備給成人讀者進行學習或自修用的。成人學習有一個特點，就是理解力比較強，因此本書把每一種計算的道理，說得比較詳細。一個讀者只要粗通文字，耐心地自修這本書，是可以看得懂，學得會的。如果有教員講授，採用這本書作短期訓練班或文化班課本，那麼書上講解比較詳細，對學員溫習功課是有很大幫助的。因為一般成人學習數學，常常是在課堂上都懂得，下了課，自己溫習功課和做習題的時候，又不懂得了。這時去看課本，課文如果太簡單就會感到困難。本書講解較多，目的就在幫助讀者克服這個困難，因此篇幅也就比較多一些。

一個機械工人，如果只懂得[算術]，在工作上是不够應用的，他還必須有一些代數、幾何和三角的知識。但是，如果要把初等代數、初等幾何以及三角術等全部學一遍，那要化相當多的時間。一個機械工人，如果要在較短的時間以內，學會一些必要的數學知識，以適應工作上的需要，編者認為可以先學代數、幾何和三角中的某些部分，至於全面的學習則留到以後



有機會時再學。因此，本書內容除了包括全部算術之外，還包括一部分代數、幾何和三角。算術部分講得比較詳細，其他的都只講最必要的一部分知識和計算方法。在編輯的體例上，並不把算術跟代數、幾何跟三角等嚴格分開，而是適當地摻合在一起，使讀者自然地領會到算術、代數、幾何、三角這些數學知識，都是互相有關聯的，這樣也就便於以算術知識為基礎，來了解其他的數學知識。

一個機械工人，在工作中是需要很多實際計算的知識的：拿一個車工來說，要懂得掛輪計算、車拔梢計算等等，本書雖然是以機械工人為對象，書中例題、習題也舉了很多跟工作有關的計算問題，但本書的主要目的還是幫助讀者學會基本的數學知識。有了這些基本知識，讀者再進一步學習那些工作上直接應用的計算方法，就事半功倍，輕而易舉了。因此，比較專門的實用的計算方法，本書就不講了，這些知識留給那些專講應用數學的書來講。也因此，我們把這本書叫做「機械工人基本數學」，使它與專講應用數學的書有所區別。

本書的例題是比較多的。同時很多道理是用不同例題的對照來幫助讀者了解，因此讀者對本書的每個例題必須仔細研究它的道理，同時把各個例題加以比較比較看，這樣對計算方法的了解就會更深入一些。

以上所談的，都是編者主觀上的一些願望和想法。由於編者數學水平不高，同時對機械工人實際工作的情形和需要了解得很不够，本書的實際內容，一定會存在着很多缺點和錯誤：在說理方面，為了通俗，可能會說出一些不合數學原理的說法；在例題和習題上，可能舉出一些不合實際情況的例子；

如果讀者和採用本書作教本的教員同志們，發現有這些毛病，或有其他的錯誤，都希望能隨時向編者提出（來信請寄機械工業出版社轉）。同時希望採用本書作教本的教員同志們，能把使用本書進行教學的效果和意見，也告知編者，以便在重版時依據大家的意見加以修訂。本書因限於篇幅，習題選得比較少一些，也希望教員同志們能結合學員的實際情況加以補充。自修的讀者如嫌習題太少，也可從其他類似的書或其他課本裏找些補充，本書就着重於講解計算的道理了。

本書分爲三冊出版，內容如下：

第一冊：數和單位，整小數四則，乘方與開方，簡單代數；

第二冊：有關整數性質的一些計算，分數，百分法，比和比例；

第三冊：圖形的認識和畫法，面積與體積的計算，簡單三角，簡單計算。

本書在編著中第一、二兩冊由何以執筆，第三冊由林家燊執筆，並承天津大學許壽山先生予以校訂，並提供許多寶貴意見，使本書內容更加充實，謹在此表示衷心的感謝。

編著者 1953年1月4日

## 第三冊 目次

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 編著者的話 .....                                                                         | 3  |
| 九 對直線形的認識 .....                                                                     | 12 |
| 1 角 .....                                                                           | 12 |
| 2 對各種角的認識 .....                                                                     | 15 |
| 一、直角——二、平角——三、銳角——四、餘角——五、鈍角——六、<br>補角——七、對頂角——八、優角和劣角                              |    |
| 3 對平行線的認識 .....                                                                     | 20 |
| 一、平行線——二、垂直線和平行線的畫法                                                                 |    |
| 習題 1 .....                                                                          | 24 |
| 4 三角形的各部名稱和意義 .....                                                                 | 27 |
| 一、三角形——二、三角形各部主要名稱和意義——三、內角——四、<br>外角——五、三角形的高——六、中線——七、平分線——八、角的畫<br>法             |    |
| 5 對各種三角形的認識 .....                                                                   | 32 |
| 一、等邊三角形（等角三角形）——二、等腰三角形（二等邊三角形）<br>——三、不等邊三角形——四、銳角三角形和鈍角三角形——五、直<br>角三角形——六、三角形的相似 |    |
| 習題 2 .....                                                                          | 36 |
| 6 直角三角形定理 .....                                                                     | 37 |
| 習題 3 .....                                                                          | 41 |
| 7 對多邊形的認識 .....                                                                     | 42 |
| 一、平行四邊形——二、長方形——三、正方形——四、菱形——五、<br>梯形——六、多邊形——七、正三角形的畫法                             |    |
| 習題 4 .....                                                                          | 47 |
| 十 對曲線形的認識 .....                                                                     | 48 |
| 1 圓 .....                                                                           | 48 |

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 一、圓——二、圓心角——三、弧——四、弦——五、弓形和扇形——六、直徑、弧、弦的關係——七、割圓——八、割線——九、切線——十、多邊形的外接圓和內切圓——十一、圓內接正方形、正六邊形、正八邊形的畫法 |    |
| 習題 5                                                                                                | 59 |
| 2 其他曲線形                                                                                             | 61 |
| 一、橢圓——二、拋物線——三、雙曲線——四、漸開線——五、擺線——六、螺旋線                                                              |    |
| 十一 圖形的畫法                                                                                            | 67 |
| 1 基本畫法                                                                                              | 67 |
| 一、直線的畫法——二、圓和弧的畫法——三、曲線的畫法                                                                          |    |
| 2 直線形的畫法                                                                                            | 68 |
| 一、等分線和垂線的畫法——二、平行線的畫法——三、角的等分——四、作一角等於已知角——五、三角形的畫法——六、多邊形的畫法                                       |    |
| 3 曲線形的畫法                                                                                            | 78 |
| 一、圓的畫法——二、切線的畫法——三、弧的畫法——四、橢圓的畫法——五、拋物線的畫法——六、雙曲線的畫法——七、漸開線的畫法——八、擺線的畫法                             |    |
| 習題 6                                                                                                | 85 |
| 十二 面積和體積的求法                                                                                         | 87 |
| 1 怎樣求面積                                                                                             | 87 |
| 一、矩形的面積——二、正方形的面積——三、平行四邊形的面積——四、菱形的面積——五、三角形的面積——六、梯形的面積——七、圓的面積——八、圓環的面積——九、扇形的面積——十、弓形的面積        |    |
| 習題 7                                                                                                | 93 |
| 2 怎樣求體積                                                                                             | 94 |
| 一、什麼是體積——二、稜柱體和圓柱體的體積——三、稜錐體和圓錐體的體積——四、稜錐台和圓錐台的體積——五、球體的體積                                          |    |
| 習題 8                                                                                                | 99 |



|                                                        |     |
|--------------------------------------------------------|-----|
| 十三 簡單三角 .....                                          | 100 |
| 1 從比例說到函數 .....                                        | 100 |
| 2 六個基本函數 .....                                         | 104 |
| 3 特別角函數 .....                                          | 107 |
| 一、 $30^\circ$ 角和 $60^\circ$ 角的函數 —— 二、 $45^\circ$ 角的函數 |     |
| 4 三角函數表的查法 .....                                       | 113 |
| 一、由角度查函數值的方法 —— 二、由函數值求角度的方法                           |     |
| 5 直角三角形的解法和它的應用 .....                                  | 117 |
| 6 斜三角形的解法和它的應用 .....                                   | 126 |
| 習題 9 .....                                             | 137 |
| 十四 簡單計算 .....                                          | 140 |
| 1 車拔梢 .....                                            | 140 |
| 2 正弦棒的應用 .....                                         | 142 |
| 3 鳩尾槽的檢驗 .....                                         | 144 |
| 4 正多邊形的應用 .....                                        | 146 |
| 習題 10 .....                                            | 151 |
| 附錄 三角函數表 .....                                         | 153 |
| 習題答案 .....                                             | 188 |

在我們的四周存在着許許多多不同的東西，這些東西雖然小到一草一木，一針一線，大到機器、廠房、橋樑……，它們都有一定的大小和形狀。

各種東西的形狀是十分複雜的；有的形狀有規則，有的沒有規則。有規則的各種圖形叫做[幾何圖形]。幾何學就是研究各種幾何圖形的科學。

機械工人在工作中所使用的各種工具，所製造的各種機器零件，也都有一定的形狀，像鑽頭、鑿子、刀具、齒輪、螺絲、彈簧等都包含着種種幾何圖形。一部機器就包含着成千上萬的不同形狀的立體，包含着各種各樣的直線形、曲線形。這些圖形隨着機器的結構而互相結合和聯系在一起，當機器開動的時候，這些圖形又發生相對運動的關係，如機床上工件的轉動，刀具的走動，齒輪的傳動等等。

在工作中，我們幾乎無時無刻不接觸到各種幾何圖形，而且按照一定圖形的要求而進行工作。因此，作為一個機械工人不能不有一定的幾何知識，首先是要認識各種幾何圖形，了解這些圖形的特性以及某些圖形之間的重要的相互關係，最後還應當懂得一些重要的圖形的計算和畫法。這一節我們就要談這方面的一些必要的基本知識。

各種幾何圖形歸納起來不外乎這樣幾類：

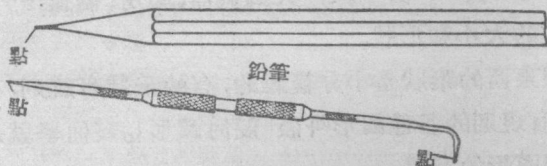
(一)點；

(二)各種線形，如直線形、曲線形；

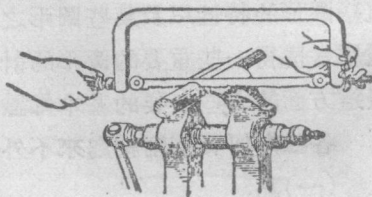
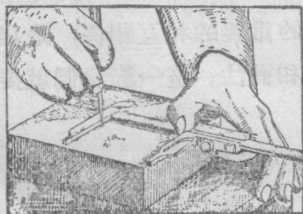
(三)各種表面，如平面、曲面；

(四)各種立體，如稜柱體、圓柱體、角錐體、圓錐體、球體等。

這些幾何圖形，我們在工作 and 日常生活中都是很常見的。

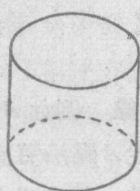


例如：鉛筆的尖端就是點的形狀，劃線用的劃針尖端也是點的形狀（如上圖）。我們可以用鉛筆尖在紙上劃出直線或曲線（如右圖），也可用劃針在工件上劃線，如下左圖，由此，我們可以體會到「線」實際上就是由「點」移動而形成的。用棉線割蛋，會割出很平的兩個截面；用刀子切麵包，用鋸子鋸鋼材，它們都會被割出一



個表面來（如上右圖）。由此，我們又可以體會出「表面」實際上就是由「線」移動而成的。至於各種立體和我們常見的機器、工

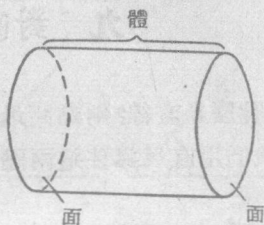
具等等都是各種立體組成的，下左圖表示有規則的立體，這些



圓柱體



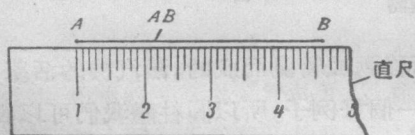
圓錐體



立體實際上可以說是由面移動或轉動而成的。蒸汽機的活塞，在汽缸中來回運動，就是一個好例子。所以圓柱體我們可以設想它是由圓面沿着直線而運動成的（如上右圖）。

## 九 對直線形的認識

什麼是直線？兩點間最短的距離就是直線。例如  $A$ 、 $B$  兩點，我們用直尺靠住這兩點，用鉛筆或劃針從  $A$  點沿着直尺連到  $B$  點，就成功了  $AB$

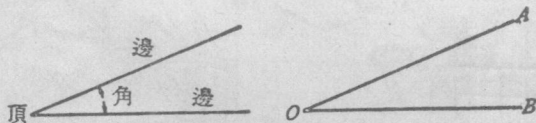


直線。這裏我們要知道：點和點間的距離是以點和點間的直線長短來計算的。

表示直線的方法是以兩點為代表。例如  $A$ 、 $B$  兩點的連線，就寫成  $AB$ 。

### 1 角

什麼是角？簡單說來就是：由一點出發，引出兩條直線，這兩條直線所組成的圖形，叫做角。例如，從  $O$  點，引出  $OA$ 、 $OB$  兩條直線，這兩條直線就組成了一個「角」。這兩條直線  $OA$ 、 $OB$  對這個角來說，它是這角的兩個「邊」，它們的交點  $O$ ，是角的頂點，簡單地就叫做這個角的「頂」。

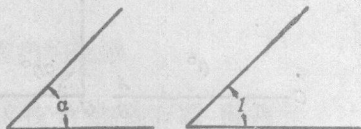


一個角總是由兩個邊和一個頂點組成的，因此我們稱呼角的時候，或寫角的時候，就用邊和點來表示，上面說的這個



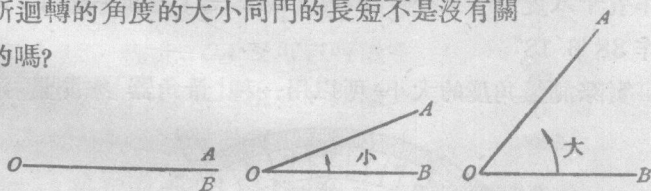
角就叫做  $AOB$  角，寫成  $\angle AOB$ 。 $\angle$  是角的符號。三個字母的順序是這樣的：表示頂點的字母  $O$  放在中間，表示兩邊的兩個字母放在  $O$  的兩旁。

爲了稱呼方便，也有把  $\angle AOB$  簡稱做角  $O$  或  $O$  角（寫作  $\angle O$ ）的。我們也用  $\alpha, \beta, \theta$  等字母或者  $1, 2, 3, \dots$



來表示角，因此，叫做  $\alpha$  角、 $\beta$  角（寫作  $\angle \alpha, \angle \beta$ ）或角  $1$ 、角  $2$ （寫作  $\angle 1, \angle 2$ ）等等。

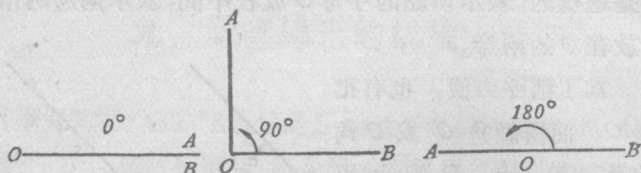
角的大小同邊的長短是沒有關係的。角的大小可以這樣來看：假設有兩條直線重合在一起，一條不動，另一條以頂點爲樞紐而迴轉，轉開之後，張開越大，角就越大。我們都開過門，開門的時候，是以門的樞做中心來開大或關小門的，開門時所迴轉的角度的大小同門的長短不是沒有關係的嗎？



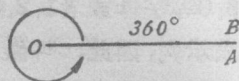
又如，一根軸上裝有兩個齒輪，一個大，一個小，當軸轉一轉時，不論大輪或小輪都要轉過一轉，這些例子，就可以說明角的大小同邊的長短是沒有關係的。

角的大小，我們用度數來表示，它的規定是這樣的：假定有兩根直線  $OA$  和  $OB$  重合在一起， $OB$  邊不動，以頂點  $O$  爲樞紐， $OA$  邊順着反時針運動的方向而迴轉，轉了一周之後又再同  $OB$  邊重合在一起。這樣迴轉一周算是轉動了  $360$  度，轉半

周就是 180 度，轉  $\frac{1}{4}$  周就是 90 度，轉動一周的  $\frac{1}{360}$  就是 1

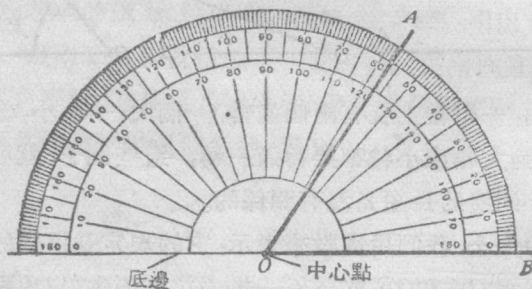


度。表示度的符號是  $^\circ$  寫在數字的右上方。360 度寫作  $360^\circ$ ，180 度寫作  $180^\circ$ ，90 度寫作  $90^\circ$ ……。



要測量精密的角度，光規定度還不夠，按幾何學的規定，1 度可以分成 60 等分，每一等分叫做 1 分，記做  $[1']$ 。1 分還可以再分成 60 等分，每一等分叫做 1 秒，記做  $[1'']$ 。因此，標記角度大小的單位就有  $[度][分][秒]$  三個。例如： $58^\circ 27' 14''$  讀作五十八度二十七分十四秒。又如：三十八度六分十八秒，寫作  $38^\circ 6' 18''$ 。

實際測量角度的大小，可以用一種  $[量角器]$  來測量。這種



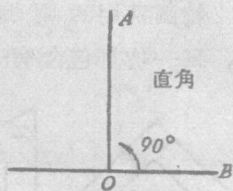
量角器刻出  $180^\circ$  的每一度數。精密的量角器還刻出分和秒。

使用量角器測量角度的時候，可以把量角器的中心點對

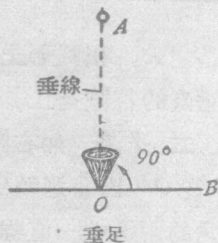
準圖上角的頂點，使量角器的底邊同角的一邊重合，這時對另一邊位於量角器上哪一度，這個角就是多少度。附圖表示用量角器量出 $\angle AOB$ 是 $57^\circ$ 。

## 2 對各種角的認識

一、直角 什麼樣的圖形是直角呢？如右圖，直角就是 $OA$ 從 $OB$ 出發，迴轉過四分之一周所成的角。這個角的大小等於 $90^\circ$ 。凡是直角都等於 $90^\circ$ ，因此凡是直角也都是相等的。

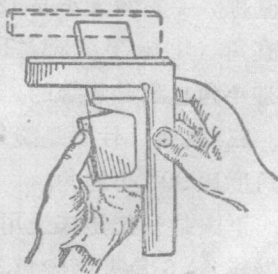


一根直線如果同另一根直線成直角，也可以說這根直線垂直於另一直線；因此，這根直線又可以叫做垂線。右圖 $OA$ 同 $OB$ 成直角，也可以說是 $OA$ 垂直於 $OB$ ，因此， $OA$ 又可以叫做垂線， $O$ 是垂足。一點同一根線的距離一般都以垂線的長短來計算，右圖中 $A$

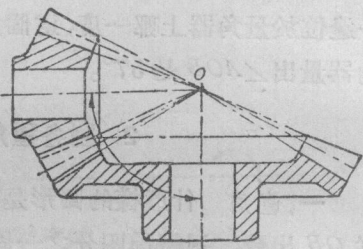


點和 $OB$ 的距離可以用垂線 $AO$ 來計算。屋前的滴水，測量用的垂錘，都是同地面垂直的例子。

右圖表示用直角尺測量機件直角的情形。機件放在平台上，把直角尺靠住它，如果沒有空隙，就表示機件的拐角是直角。

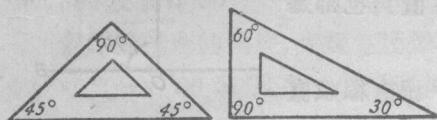


右圖是一對兩軸成直角相交的傘齒輪。在這裏，我們可以看到兩輪是互相垂直的，它們的夾角是  $90^\circ$ 。因為傘齒輪的兩軸通常都是交成直角的，所以也有人把傘齒輪叫做角尺齒輪。



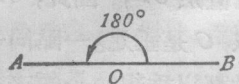
繪圖常用的兩塊三角

板，每一塊都包含有一個直角。此外，有一塊還包含着兩個  $45^\circ$  的角，另一塊包含有一個  $60^\circ$  和一個  $30^\circ$  的角。

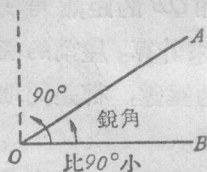


表示直角的文字符號是  $\angle R$ ，在圖形上可以在角上畫一小記號上來表示它。表示垂直的符號是  $\perp$ 。如  $OA$  垂直  $OB$ ，可以寫做  $OA \perp OB$ 。

二、平角 如右圖，所謂平角就是  $OA$  從  $OB$  出發迴轉半周所成的角。這個角的兩邊成一直線，即  $OA$  同  $OB$  成一直線。平角的大小是  $180^\circ$ ，等於兩個直角。凡是平角都是  $180^\circ$ ，因此，凡是平角也都是相等的。



三、銳角 什麼是銳角呢？銳角就是角度比  $90^\circ$  小的角。



下圖是一把鉋床上用的一種鉋刀，我們知道，鉋刀的  $\alpha$  角叫做後角， $\beta$  角叫做楔角， $\gamma$  角叫做前角。一般的鉋刀  $\alpha$  角是  $12^\circ$ ， $\beta$  角是  $63^\circ$ ， $\gamma$  角是  $15^\circ$ 。 $\delta$  角（切削角）等於  $\alpha$  角加上  $\beta$  角。