

御制數理精蘊

第三
函
十冊

御製數理精蘊下編卷二十七

體部五

各等面體

各得而辨

解詩五

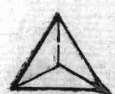
曉東坡里謝靈運詩卷二十一

各等面體

設如四面體。每邊一尺二寸。求積幾何。

法以每邊一尺二寸爲弦。每邊折半得六寸爲勾。求得股一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘。爲每一面之中垂線。與每邊一尺二寸相乘。折半得六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘。爲每一面之面積。又以每邊一尺二寸爲弦。每一面之中垂線。取其三分之





二得六寸九分二釐八豪二絲零二微
有餘爲勾。求得股九寸七分九釐七豪
九絲五忽九微有餘。爲四面體自尖至
底中心之立垂線。或以每一面之中垂
線一尺零三分九釐二豪三絲零四微
有餘爲弦。每一面之中垂線。取其三分
之一。得三寸四分六釐四豪一絲零一
微有餘爲勾。亦得股九寸七分九釐七
豪九絲五忽八微有餘。爲四面體自尖



至底中心之立垂線以此立垂線與每
 一面之面積六十二寸三十五分三十
 八釐二十四豪有餘相乘三歸之得二
 百零三寸六百四十六分七百三十七
 釐有餘。卽四面體之積也。如圖甲乙丙
 丁四面體。其稜六角四。平鋪之。則面亦
 四。各成一等邊三角形。試以乙丙丁之
 一面爲底。以乙丙一邊爲弦。丁丙一邊
 折半得戊丙爲勾。求得乙戊股。與甲戊



等。卽每一面之中垂線。與丁丙一邊相乘。折半得乙丙丁底面積。又以甲丙一邊爲弦。己丙中垂線之三分之二爲勾。求得甲己股。爲自尖至底中心之立垂線。或以甲戊每一面之中垂線爲弦。己戊中垂線之三分之一爲勾。亦得甲己股。爲自尖至底中心之立垂線。乃以甲己立垂線與乙丙丁底面積相乘。三歸之。卽得甲乙丙丁四面體之積也。

又求自尖至底中心之立垂線捷

每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸

三歸二因得九十六寸開平方得九寸

七分九釐七豪九絲五忽八微有餘卽

自尖至底中心之立垂線也此法蓋因

甲丙爲弦戊丙爲勾求得甲戊股則甲

戊自乘方爲甲丙自乘方之四分之三

見等邊三角形又甲戊爲弦己戊爲勾

求中垂線法求得甲己股則甲己自乘方爲甲戊自





乘方之九分之八。已戊爲甲戊三分之一。則甲戊自乘方爲九分。已戊自乘方爲一分。甲戊自乘方旣分甲已自乘方爲八分。爲甲丙自乘方四分之三。今命甲戊自乘方爲甲丙自乘方十二分之九。而甲已自乘方又爲甲戊自乘方九分之八。則甲已自乘方必爲甲丙自乘方十二分之八。卽三分之二。故以一邊自乘。三歸二因得甲已自乘方積。而開方得甲已爲立垂線之高數也。

又用知一邊求高數之定率比例。求自

尖至底中心之立垂線。以定率之四面

體之每邊一○○○○○○○爲一

率。四面體之立垂線八一六四九六五

八爲二率。今所設之四面體之每邊一

尺二寸爲三率。求得四率九寸七分九

釐七豪九絲五忽八微有餘。卽四面體

自尖至底中心之立垂線也。

又用邊線相等體積不同之定率比例。

一率
○○○○○○○
二率
八一六四九六五八
三率
二二
四率
九七九七九五

以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇

〇〇〇爲一率。四面體積一一七八五

一二九爲二率。今所設之四面體之

每邊一尺二寸。自乘再乘得一尺七百

二十八寸爲三率。求得四率二百零三

寸六百四十六分七百五十釐有餘。卽

四面體之積也。蓋四面體之每一邊爲

一〇〇〇。則其自乘再乘之正方體積

爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而四面體

一率 〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一七八五二九

三率 七二八

四率 二〇三六四七五〇

之每一邊一〇〇〇所得之四面體積

爲一七八五一二九故以子丑寅

卯四面體之每邊一尺自乘再乘之辰

巳午未正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇

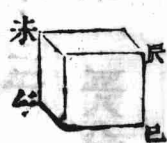
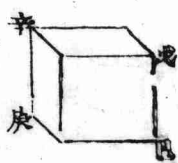
〇〇與子丑寅卯四面體積一一七八

五一一二九之比即同於今所設之甲

乙丙丁四面體之每邊一尺二寸自乘

再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百

二十八寸與今所得之甲乙丙丁四面



體積二百零三寸六分四厘十六分七百五十釐有餘之比也。

又用體積相等邊線不同之定率比例。

以定率之四面體之每邊二〇三九六

四八九〇爲一率。正方體之每邊一〇

〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之四

面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四

率五寸八分八釐三豪三絲六忽五微

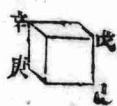
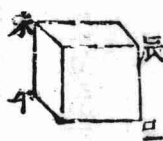
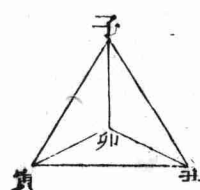
有餘。爲與四面體積相等之正方體每

一率 二〇三九六四八九〇

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 三

四率 五六八三三六五



邊之數。自乘再乘得二百零三寸六百
 四十六分七百釐有餘。卽四面體之積
 也。蓋四面體之每邊爲二〇三九六四
 八九〇。正方體之每邊爲一〇〇〇〇
 〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅
 卯四面體之每邊二〇三九六四八九
 〇。與辰巳午未正方體之每邊一〇〇
 〇〇〇〇〇〇之比。卽同於今所設之
 甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸。與



今所得之戊己庚辛正方體之每邊五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘之比既得一邊自乘再乘得戊己庚辛正方體積卽與甲乙丙丁四面體之積爲相等也。

如有四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之四面體積一一七八五一一二九爲

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

之四面體積一百零

分七百五十釐爲三

七百二十八寸開立

四面體之每一邊也。

之每邊與正方體之

積與正方體積不同。

之比例。既得正方體

線也。

二七五二元

၇၀၀၀၀၀၀၀၀၀

二〇三六四六五〇

七六

一率 10000000
二率 203964890
三率 15883365
四率 12

又法用體積相等邊線不同之定率比
例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇
〇〇〇〇〇爲一率。四面體之每邊二
〇三九六四八九〇爲二率。今所設之
四面體積二百零三寸六分四十六分
七百五十釐。開立方得五寸八分八釐
三豪三絲六忽五微有餘爲三率。求得
四率一尺二寸。卽四面體之每一邊也。
此法蓋因四面體積與正方體積相等。