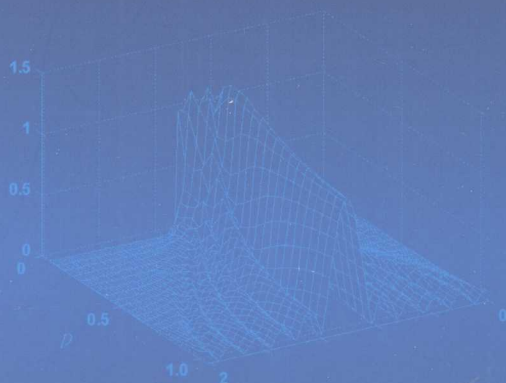
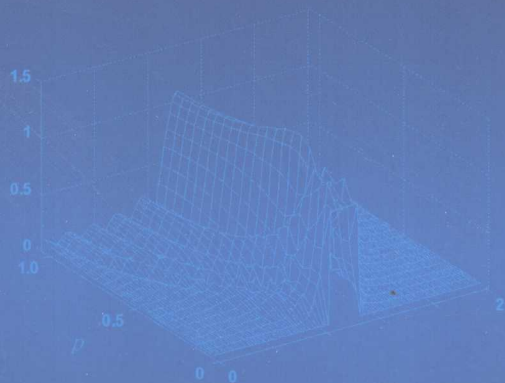




国家杰出青年科学基金资助



分数阶傅里叶变换 及其应用

Fractional Fourier Transform
and Its Applications

陶然 邓兵 王越 著

TAO Ran DENG Bing WANG Yue

清华大学出版社





国家杰出青年科学基金资助

分数阶傅里叶变换 及其应用

Fractional Fourier Transform
and Its Applications

陶然 邓兵 王越 著

TAO Ran DENG Bing WANG Yue

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

分数阶傅里叶变换作为非平稳信号处理的重要方向之一,其基本理论近十多年来得到了长足的发展,并被广泛地应用于雷达、通信、信息安全等领域。本书从基础、应用基础、应用三个层面深入、系统地论述了分数阶傅里叶变换的相关研究成果。全书共分为13章,各章内容均紧紧围绕分数阶傅里叶变换这一主题,包括:定义和性质、采样及数值计算、分数阶傅里叶域滤波、随机信号和阵列信号处理、雷达和通信中的应用、图像处理、线性正则变换等。

本书是关于分数阶傅里叶变换理论与应用的一部专著,可供从事相关科研工作,需要对非平稳信号进行处理的研究人员和工程技术人员学习与参考,也可作为高等院校和科研院所信号与信息处理、通信与信息系统、信息安全与对抗、光学工程等专业的教材或教辅资料。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

分数阶傅里叶变换及其应用/陶然,邓兵,王越著. —北京:清华大学出版社,2009.9

ISBN 978-7-302-20399-5

I. 分… II. ①陶…②邓…③王… III. 傅里叶变换—应用—信号处理 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 104738 号

责任编辑:陈志辉

责任校对:时翠兰

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:30 字 数:743 千字

版 次:2009 年 9 月第 1 版 印 次:2009 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:59.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:031143-01

FOREWORD

随着现代信号处理理论的迅猛发展,所处理的信号已经由早期的平稳信号逐渐发展到非平稳、非高斯、非单采样率的复杂信号,产生了众多新的信号处理工具。其中,作为非平稳信号处理理论的重要分支之一,分数阶傅里叶变换由于其独有的特点而受到了众多科研人员的青睐,近十多年来新的研究成果不断涌现。作者所领导的课题组是国内较早开展分数阶傅里叶变换相关研究的课题组之一,并努力保持着研究的一致性和连贯性,始终致力于分数阶傅里叶变换理论体系的完善和实际工程应用的开拓。本书是作者近十年来的研究成果经过提炼整理,并融合国内外相关研究的最新进展而形成的,部分研究成果填补了该领域的研究空白。本书体系完整,层次清晰,注重理论与应用的结合,注意知识性和可读性,图文并茂,含有大量的仿真示例,对重要的知识点既有详尽的公式推导,又有合理充分的物理解释,本书不仅可以作为相关研究人员的工具书,而且也可以作为感兴趣读者的入门书籍。

本书共分 13 章。第 1 章介绍了分数阶傅里叶变换的发展史,说明了分数阶傅里叶变换在信号处理领域的应用情况。第 2 章详细介绍了分数阶傅里叶变换定义及其多样性分析,总结了分数阶傅里叶变换的相关性质(基本性质、不确定性准则、高斯函数的分数阶傅里叶变换、周期信号的分数阶傅里叶变换),给出了分数阶傅里叶变换矩的定义以及分数阶傅里叶变换与时频表示的关系,最后还介绍了二维分数阶傅里叶变换、分数阶傅里叶变换的光学实现以及多参数分数阶傅里叶变换。第 3 章首先给出了基于分数阶傅里叶变换的分数阶算子构造方式,然后根据分数阶傅里叶变换的特点从两个方面阐述了一些常用的分数阶变换。第 4 章阐述了分数阶傅里叶域乘性滤波器和最优(Wiener)滤波器的实现方法、物理含义及应用特点,并依据上述滤波理论,进一步对分数阶傅里叶变换应用于线性调频信号的检测和参数估计问题作了详细论述。第 5 章对已有分数阶傅里叶变换离散算法的来源、算法步骤、运算复杂度、准确性等方面都作了详细介绍和分析,并针对部分算法在实际应用中所遇到的问题提出了相应的解决方法。第 6 章详细介绍了分数阶傅里叶域采样理论,包括时域均匀采样、时域周期非均匀采样以及多通道采样,提出了分数阶傅里叶域数字频率的概念,分析了分数阶傅里叶域分辨率和分数阶圆周卷积。第 7 章研究了分数阶傅里叶域多抽样率滤波器组理论,给出了整数倍和有理分数倍抽样率转换的实现方法,然后分析了分数阶傅里叶域信号多相结构,讨论了抽取/内插滤波器的高效实现、分数阶傅里叶域 M 通道滤波器组等。第 8 章深入研究了随机信号通过分数阶傅里叶域滤波器后的系统响应的统计特征,是对随机信号经过线性时不变系统的扩展。第 9 章提出了两种基于分数阶傅里叶变换的波束形成方法以及对宽带线性调频信号的一维、二维 DOA 估计方法。第 10 章着重讨论了分数阶傅里叶变换在动目标检测、SAR 成像、雷达目标识别和脱靶量测量中的应用。第 11 章则对 chirp-rate 调制、通信信道的多路复用和多载波通信中采用分数阶傅里叶变换的可行性、有

效性作了详细论述。第12章利用分数阶傅里叶变换的灵活性、chirp基分解以及统一的时频变换特性,研究了基于分数阶傅里叶变换的图像去噪、图像识别、数字水印和图像加密问题。第13章介绍了分数阶傅里叶变换的进一步推广——线性正则变换。了解线性正则变换不但有助于深入地理解分数阶傅里叶变换,而且能够为读者提供新的思路。

曾经或正在北京理工大学电子工程系学习的博士董永强、齐林、李炳照、赵兴浩、陈恩庆、辛怡、杨小明,博士生张峰、孟祥意、李雪梅、杨倩、吴海洲、张南,硕士张卫强等,结合学位论文对分数阶傅里叶变换的理论和应用进行了广泛而深入的研究,他们所取得的有关成果对完成本书起到了重要的作用,作者在此一并向他们表示感谢!

本专著获得了国家科学技术学术著作出版基金、国家杰出青年科学基金(No. 60625104)、国家自然科学基金(No. 60232010、No. 60572094、No. 69972003、No. 60890072),973计划项目(No. 2009CB724003、No. 2010CB731902)、北京市优秀博士论文奖励项目、总装重点和面上基金项目、总装预研项目、国防科工委基础科研项目的资助。

作者

2009年5月

CONTENTS

第 1 章 绪论	1
1.1 分数阶傅里叶变换的发展历程	1
1.2 分数阶傅里叶变换在信号处理中的应用	2
1.2.1 分数阶傅里叶变换的特点	2
1.2.2 相关应用	3
1.3 本书的章节安排	8
参考文献	9
第 2 章 分数阶傅里叶变换定义及性质	12
2.1 分数阶傅里叶变换的定义	12
2.1.1 基本定义	13
2.1.2 分数阶傅里叶变换的其他定义	15
2.2 分数阶傅里叶变换的多样性	19
2.2.1 造成多样性的因素	20
2.2.2 分数阶傅里叶变换核函数	20
2.3 分数阶傅里叶变换的性质	24
2.3.1 基本性质	24
2.3.2 不确定性准则	27
2.3.3 高斯函数的分数阶傅里叶变换	28
2.3.4 周期信号的分数阶傅里叶变换	29
2.3.5 分数阶傅里叶变换矩	32
2.3.6 分数阶傅里叶变换与时频表示的关系	37
2.4 二维分数阶傅里叶变换	46
2.5 分数阶傅里叶变换的光学实现	47
参考文献	49
第 3 章 分数阶算子及分数阶变换	52
3.1 分数阶算子	52
3.1.1 分数阶卷积	54
3.1.2 分数阶相关	55

3.1.3 分数阶酉算子和埃尔米特算子	60
3.2 分数阶变换	61
3.2.1 基于傅里叶变换的广义形式	61
3.2.2 基于时频旋转性质	82
3.3 基于分数阶傅里叶变换的对偶转换	90
3.3.1 一般对偶算子及其分数阶版本	91
3.3.2 离散算子和周期算子以及它们的分数阶形式	93
参考文献	96
第4章 分数阶傅里叶域滤波	98
4.1 波形估计	98
4.2 分数阶傅里叶域的时频滤波	99
4.2.1 线性调频(LFM)信号的分数阶傅里叶域滤波	99
4.2.2 多分量线性调频信号的检测和参数估计	101
4.2.3 扫频滤波器在分数阶傅里叶域的实现及其推广	115
4.2.4 时频滤波示例及误差分析	118
4.3 分数阶傅里叶域最优滤波	128
4.3.1 分数阶傅里叶域的最优滤波	128
4.3.2 多阶最优滤波	132
4.3.3 仿真结果	133
参考文献	141
第5章 数值计算	143
5.1 采样型 DFRFT	143
5.1.1 Ozaktas 采样型算法	144
5.1.2 Pei 采样型算法	150
5.2 特征分解型 DFRFT	152
5.2.1 傅里叶变换的特征值与特征函数	152
5.2.2 DFT 矩阵的特征值	153
5.2.3 DFT 矩阵的 Hermite 特征向量	153
5.2.4 DFRFT 核矩阵	156
5.3 线性加权型 DFRFT	160
5.3.1 基于 DFT 的线性组合	160
5.3.2 基于 DFRFT 的线性组合	162
5.4 特殊的 DFRFT	164
5.4.1 Zoom-FRFT	164
5.4.2 单点快速计算	167
5.5 其他离散分数阶变换	170

5.6 关于 DFRFT 的总结	171
参考文献	173
第 6 章 采样	175
6.1 时域均匀采样	175
6.1.1 采样定理	175
6.1.2 分数阶傅里叶域数字频率	179
6.1.3 离散时间分数阶傅里叶变换和分数阶傅里叶级数	181
6.1.4 分数阶圆周卷积	183
6.1.5 分数阶傅里叶域分辨率	189
6.1.6 对 chirp 类信号的采样	191
6.2 时域周期非均匀采样	194
6.2.1 基本概念	194
6.2.2 非均匀采样信号的模型	195
6.2.3 周期非均匀采样信号的分数阶傅里叶谱分析	197
6.2.4 周期非均匀采样 chirp 信号的分数阶傅里叶谱分析	199
6.2.5 周期非均匀采样信号的分数阶傅里叶谱重构	201
6.2.6 仿真实例	204
6.3 分数阶傅里叶域多通道采样	208
6.3.1 分数阶傅里叶域多通道采样定理	208
6.3.2 分数阶傅里叶域多通道采样的滤波器组高效实现	215
6.3.3 分数阶差分采样和非均匀采样滤波器组	221
参考文献	231
第 7 章 分数阶傅里叶域多抽样率滤波器组理论	233
7.1 分数阶傅里叶域 L 倍抽样率转换分析	233
7.1.1 分数阶傅里叶域内插分析	233
7.1.2 L 倍抽样率转换的分数阶傅里叶域分析	235
7.1.3 分数阶傅里叶域 L 倍内插恒等关系	236
7.2 分数阶傅里叶域 $1/M$ 倍抽样率转换分析	237
7.2.1 分数阶傅里叶域抽取分析	237
7.2.2 $1/M$ 倍抽样率转换的分数阶傅里叶域分析	238
7.2.3 分数阶傅里叶域 M 倍抽取恒等关系	240
7.3 分数阶傅里叶域有理数倍抽样率转换分析	242
7.4 分数阶傅里叶域信号多相结构	244
7.4.1 分数阶傅里叶域信号多相结构	244
7.4.2 分数阶傅里叶域信号多相结构的应用	246
7.5 分数阶傅里叶域 M 通道滤波器组	249
7.5.1 分数阶傅里叶域 M 通道滤波器组的基本关系	250

7.5.2	分数阶傅里叶域 M 通道准确重建滤波器组的设计方法	252
7.5.3	分数阶傅里叶域两通道滤波器组	257
	参考文献	260
第 8 章	分数阶傅里叶域随机信号处理	262
8.1	随机信号通过分数阶傅里叶域滤波器的统计特性分析	262
8.1.1	确定信号通过分数阶傅里叶域滤波器输入输出基本关系	262
8.1.2	随机信号通过分数阶傅里叶域滤波器的统计特性	263
8.2	分数阶功率谱	265
8.2.1	分数阶功率谱的定义	265
8.2.2	分数阶傅里叶域滤波器的输入输出分数阶功率谱关系	266
8.3	分数阶白噪声和 chirp 平稳随机过程	270
8.3.1	分数阶白噪声	270
8.3.2	chirp 平稳随机过程	271
8.4	应用仿真	272
8.4.1	多分量 chirp 信号检测和参数估计	272
8.4.2	分数阶傅里叶域系统辨识	273
	参考文献	276
第 9 章	分数阶傅里叶域阵列信号处理	277
9.1	基于分数阶傅里叶变换的波束形成	277
9.1.1	波束形成简介	277
9.1.2	基于分数阶傅里叶变换的 MMSE 波束形成	278
9.1.3	基于分数阶傅里叶变换的 LCMV 波束形成	282
9.2	基于分数阶傅里叶变换的 DOA 估计	285
9.2.1	基于 FRFT 的宽带 LFM 信号一维 DOA 估计	286
9.2.2	基于 FRFT 的宽带 LFM 信号二维 DOA 估计	289
9.2.3	性能分析	292
	参考文献	296
第 10 章	在雷达中的应用	297
10.1	雷达中的分数阶窄带和宽带模糊函数	297
10.1.1	雷达数据	297
10.1.2	模糊函数	300
10.2	基于分数阶傅里叶变换的 MTD	303
10.2.1	预备知识	304
10.2.2	基于分数阶傅里叶变换的长时间相参积累动目标检测	306
10.2.3	仿真	309
10.3	在 SAR 成像雷达中的应用	313

10.3.1 检测运动目标	313
10.3.2 基于分数阶傅里叶变换的 chirp scaling 成像算法	318
10.4 在目标识别中的应用	330
10.4.1 HFT 的性质	330
10.4.2 优化参数的求取	332
10.4.3 实例	333
10.5 在脱靶量测量中的应用	340
10.5.1 原理	341
10.5.2 算法步骤	341
10.5.3 仿真	343
参考文献	344
第 11 章 在通信中的应用	347
11.1 chirp-rate 调制	347
11.1.1 调制/解调	347
11.1.2 输出峰值	349
11.1.3 调频率的取值	350
11.1.4 与匹配滤波解调的比较	350
11.1.5 误码率	357
11.1.6 仿真	358
11.2 单载波分数阶傅里叶域均衡技术	363
11.2.1 分数阶卷积信道模型	364
11.2.2 单载波分数阶傅里叶域均衡技术	364
11.2.3 仿真结果	368
11.3 分数阶傅里叶域内的多路复用	372
11.4 基于分数阶傅里叶变换的多载波系统	374
11.4.1 FRFT-OFDM 系统结构	375
11.4.2 FRFT-OFDM 系统最优变换阶次选取方法	377
11.4.3 FRFT-OFDM 系统信道估计方法	379
11.4.4 FRFT-OFDM 系统信道均衡方法	383
11.5 基于分数阶傅里叶变换的 MIMO-OFDM 系统	390
11.5.1 分数阶傅里叶变换的矩阵表示	390
11.5.2 基于分数阶傅里叶变换的 MIMO-OFDM 系统模型	391
11.5.3 最优阶次	393
11.5.4 仿真	397
参考文献	398
第 12 章 在图像处理上的应用	401
12.1 二维分数阶傅里叶变换	401

12.2	图像去噪与重构	402
12.2.1	图像去噪和复原	402
12.2.2	图像重构	402
12.3	图像识别	405
12.4	数字水印	407
12.4.1	基于离散分数阶傅里叶变换的鲁棒高斯水印	407
12.4.2	基于离散分数阶傅里叶变换的多分量 chirp 类水印	408
12.4.3	多分数阶傅里叶域的 chirp 类水印算法	411
12.5	图像加密	418
12.5.1	基于傅里叶变换的双相位编码图像加密	419
12.5.2	基于分数阶傅里叶变换的图像加密	420
12.5.3	基于保实分数阶傅里叶变换的数字图像实值加密	425
	参考文献	429
第 13 章	线性正则变换	431
13.1	LCT 的定义及性质	431
13.1.1	定义	431
13.1.2	性质	433
13.1.3	LCT 的特征函数	434
13.1.4	卷积定理	439
13.2	LCT 域框架理论	442
13.2.1	W-H 框架	442
13.2.2	无量纲化处理	442
13.2.3	主要结论	443
13.3	LCT 域的 Hilbert 变换	445
13.4	LCT 的离散实现	447
13.4.1	采样	447
13.4.2	LCT 的离散形式	448
13.5	LCT 的应用	451
13.5.1	滤波器设计	451
13.5.2	用于通信信号的调制及抗多径效应	454
附录 A	常见信号的 LCT	457
附录 B	一些常见信号的离散 LCT	457
	参考文献	457



Table of Contents

Chapter 1 Introduction	1
1.1 Development history of the FRFT	1
1.2 Applications of the FRFT in signal processing	2
1.2.1 Characteristics of the FRFT	2
1.2.2 Relevant applications	3
1.3 Organization of the book	8
References	9
Chapter 2 Definitions and properties of the FRFT	12
2.1 Definitions of the FRFT	12
2.1.1 Basic definition	13
2.1.2 Other definitions	15
2.2 Multiplicity of the FRFT	19
2.2.1 Multiplicity factor	20
2.2.2 Kernel of the FRFT	20
2.3 Properties of the FRFT	24
2.3.1 Basic properties	24
2.3.2 Uncertainty principle	27
2.3.3 FRFT of the Gaussian function	28
2.3.4 FRFT of a periodic signal	29
2.3.5 FRFT moments	32
2.3.6 Relations between FRFT and time-frequency distributions	37
2.4 Two-dimensional FRFT	46
2.5 Optical realization of the FRFT	47
References	49
Chapter 3 Fractional operators and transforms	52
3.1 Fractional operators	52
3.1.1 Fractional convolution	54
3.1.2 Fractional correlation	55

3.1.3	Unitary fractional operator and hermitian fractional operator	60
3.2	Fractional transforms	61
3.2.1	Generalizations of conventional signal analysis tools based on the FT	61
3.2.2	Novel time-frequency analysis tools based on the time-frequency rotation property of the FRFT	82
3.3	Several pairs of dual operators for the FRFT	90
3.3.1	Conventional Fourier duals and their fractional generalizations	91
3.3.2	Fractional periodicity and fractional discreteness	93
	References	96
Chapter 4	Filtering in the fractional Fourier domain	98
4.1	Waveform estimation	98
4.2	Time-frequency filter in the fractional Fourier domain	99
4.2.1	Filtering LFM signals in the fractional Fourier domain	99
4.2.2	Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal	101
4.2.3	Realization of sweep-frequency filter and its generalization in the fractional Fourier domain	115
4.2.4	Examples and error analysis	118
4.3	Optimal filtering in the fractional Fourier domain	128
4.3.1	Optimal filtering	128
4.3.2	Repeated filtering	132
4.3.3	Simulations	133
	References	141
Chapter 5	Digital computation	143
5.1	Sampling-type DFRFT	143
5.1.1	Ozaktas algorithm	144
5.1.2	Pei algorithm	150
5.2	Eigen decomposition-type DFRFT	152
5.2.1	Eigenvalue and eigenfunction of the FT	152
5.2.2	Eigenvalue of DFT matrix	153
5.2.3	Hermite eigenvectors of DFT matrix	153
5.2.4	DFRFT kernel matrix	156
5.3	Linear combination-type DFRFT	160
5.3.1	Linear combination based on DFT	160

5.3.2	Linear combination based on DFRFT	162
5.4	Special DFRFT	164
5.4.1	Zoom-FRFT	164
5.4.2	Single-point fast computation	167
5.5	Other discrete fractional transforms	170
5.6	Conclusions	171
	References	173
Chapter 6	Sampling	175
6.1	Sampling a signal uniformly in the time domain	175
6.1.1	Sampling theorem	175
6.1.2	Digital frequency in the fractional Fourier domain	179
6.1.3	Discrete-time FRFT and fractional Fourier series	181
6.1.4	Fractional circular convolution	183
6.1.5	Resolution in the fractional Fourier domain	189
6.1.6	Sampling chirp-like signals	191
6.2	Periodic nonuniformly sampled signals	194
6.2.1	Basic conceptions	194
6.2.2	Model of nonuniformly sampled signals	195
6.2.3	Fractional spectrum of periodic nonuniformly sampled signals	197
6.2.4	Fractional spectrum of periodic nonuniformly sampled chirp signal	199
6.2.5	Spectral reconstruction of periodic nonuniformly sampled signals	201
6.2.6	Simulations	204
6.3	Multi-channel sampling band-limited signals with the FRFT	208
6.3.1	Multi-channel sampling theorems for the fractional band-limited signal	208
6.3.2	The filterbank implementation of multi-channel sampling in fractional Fourier domain	215
6.3.3	The filterbanks of difference-sampling and nonuniform- sampling	221
	References	231
Chapter 7	Multirate theory of multi-channel filter bank in the fractional Fourier domain	233
7.1	Fractional Fourier analysis of sampling rate increase by L	233
7.1.1	Fractional Fourier analysis of interpolation	233

7.1.2	Analysis of the sampling rate increase by L	235
7.1.3	Noble identify for the system for increasing sampling rate by L -times in the fractional Fourier domain	236
7.2	Fractional Fourier analysis of sampling rate decrease by $1/M$	237
7.2.1	Fractional Fourier analysis of decimation	237
7.2.2	Analysis of the sampling rate increase by $1/M$	238
7.2.3	Noble identify for the system for increasing sampling rate by $1/M$ -times in the fractional Fourier domain	240
7.3	Fractional Fourier analysis of sampling rate conversion by a rational factor	242
7.4	Signal polyphase representation in the fractional Fourier domain	244
7.4.1	Signal polyphase representation	244
7.4.2	Application of signal polyphase representation	246
7.5	M -channel filter bank in the fractional Fourier domain	249
7.5.1	Basic relationship of M -channel filter bank in the fractional Fourier domain	250
7.5.2	Design method for PR M -channel filter bank in the fractional Fourier domain	252
7.5.3	Two channel filter bank in the fractional Fourier domain	257
References		260
Chapter 8	Random signal processing in the fractional Fourier domain	262
8.1	Analyzing statistical characteristics of a random signal filtered by the fractional Fourier domain filter	262
8.1.1	The input-output relationship of a determinstic signal for the fractional filter	262
8.1.2	Statistical characteristics of a random signal filtered by the fractional Fourier domain filter	263
8.2	Fractional power spectrum	265
8.2.1	Definition	265
8.2.2	The input-output relationship of fractional power spectrum for the fractional filter	266
8.3	The fractional white noise and chirp-stationary random process	270
8.3.1	The fractional white noise	270
8.3.2	The chirp-stationary random process	271
8.4	Simulations	272
8.4.1	Detection and parameter estimation of multicomponent chirp signal	272

8.4.2	System identification in the fractional Fourier domain	273
References		276
Chapter 9	Array signal processing in the fractional Fourier domain	277
9.1	Beamforming using the FRFT	277
9.1.1	Introduction	277
9.1.2	MMSE beamforming based on the FRFT	278
9.1.3	LCMV beamforming based on the FRFT	282
9.2	DOA estimation using the FRFT	285
9.2.1	1-D DOA estimation of a wide band LFM signal	286
9.2.2	2-D DOA estimation of a wide band LFM signal	289
9.2.3	Performance analysis	292
References		296
Chapter 10	Application in radar	297
10.1	The fractional wideband and narrowband ambiguity function in radar	297
10.1.1	Radar data	297
10.1.2	Ambiguity function	300
10.2	MTD using the FRFT	303
10.2.1	Preliminaries	304
10.2.2	Long-term coherent integration MTD using the FRFT	306
10.2.3	Simulations	309
10.3	Application in SAR	313
10.3.1	Moving-target detection	313
10.3.2	Chirp scaling algorithm based on the FRFT	318
10.4	Application in target recognition	330
10.4.1	Properties of HFT	330
10.4.2	Optimization	332
10.4.3	Examples	333
10.5	Application in miss distance measurement	340
10.5.1	Principle	341
10.5.2	Algorithm	341
10.5.3	Simulation	343
References		344
Chapter 11	Application in communication	347
11.1	Chirp-rate modulation	347
11.1.1	Modulation/demodulation	347

11.1.2	Output peak	349
11.1.3	value of chirp-rate	350
11.1.4	Comparison with matched filtering demodulation	350
11.1.5	Bit error rate	357
11.1.6	Simulations	358
11.2	Equalization of singlecarrier system in the fractional Fourier domain	363
11.2.1	Channel model for the fractional convolution	364
11.2.2	Equalization technology in the fractional Fourier domain ...	364
11.2.3	Simulations	368
11.3	Multiplexing in the Fractional Fourier domain	372
11.4	Multicarrier system based on the FRFT	374
11.4.1	The structure of the FRFT-OFDM system	375
11.4.2	Selecting the optimal order of the FRFT in the FRFT-OFDM system	377
11.4.3	Channel estimation for the FRFT-OFDM system	379
11.4.4	Channel equalization for the FRFT-OFDM system	383
11.5	MIMO-OFDM system based on the FRFT	390
11.5.1	Matrix representation for the FRFT	390
11.5.2	MIMO-OFDM system model based on the FRFT	391
11.5.3	Optimal order	393
11.5.4	Simulations	397
References		398
Chapter 12	Application in image processing	401
12.1	Two-dimensional FRFT	401
12.2	Image denoising and reconstruction	402
12.2.1	Image denoising and recover	402
12.2.2	Image reconstruction	402
12.3	Image recognition	405
12.4	Digital watermarking	407
12.4.1	Robust gauss watermarking based on the DFRFT	407
12.4.2	Digital watermarking based on multicomponent chirp signal and the DFRFT	408
12.4.3	Digital watermarking based on multifractional Fourier domain and chirp signals	411
12.5	Image encryption	418
12.5.1	Image encryption based on double phase encoding and Fourier transform	419