21世纪全国高职高专公共基础教育“十一五”规划教材

经济数学基础

JINGJI SHUXUE JICHU

主编　李东营　汪俭彬

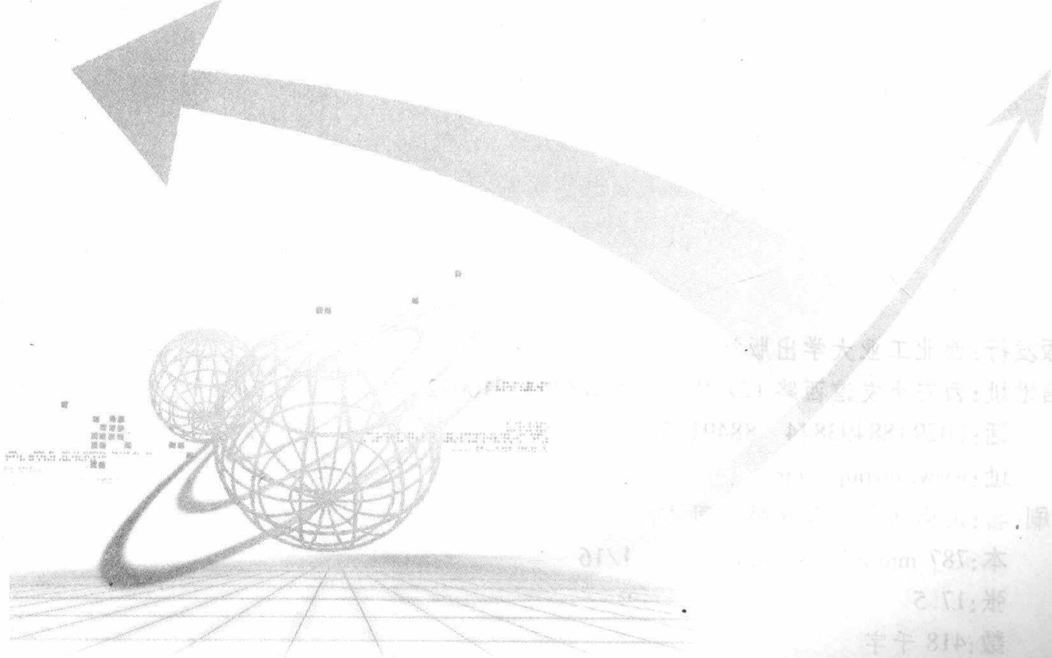
西北工业大学出版社
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY PRESS

21世纪全国高职高专公共基础教育“十一五”规划教材

经济数学基础

JINGJI SHUXUE JICHU

主编 李东营 汪俭彬



西北工业大学出版社
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY PRESS

【内容简介】 为了适应新世纪对高等职业技术应用型人才的新要求，提升高等数学在技能和职业指导中的作用，编写了这本具有高职特色的高等数学教材。

本书内容包括函数、极限、连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分，行列式，矩阵，线性方程组，n 维向量，随机事件与概率，随机变量与数字特征等。全部内容学完不少于 78 学时。每章前有学习目标，每章中有经济案例，每章后有小结和习题，习题答案放在书后。

本书重能力、重应用、重素质、求创新，在许多方面都具有明显的高职高专特色，可供高职高专院校经济类、管理类学生使用。

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础/李东营，汪俭彬主编．—西安：西北工业大学出版社，2008.8（2008 年 12 月重印）

21 世纪全国高职高专公共基础教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5612-2431-1

Ⅰ．经…　Ⅱ．①李…②汪…　Ⅲ．经济数学—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 112276 号

出版发行：西北工业大学出版社

通信地址：西安市友谊西路 127 号　　邮政编码：710072

电　　话：（029）88493844　88491757

网　　址：www.nwpup.com

印 刷 者：河南新华印务有限公司

开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16

印　　张：17.5

字　　数：418 千字

版　　次：2008 年 12 月第 2 版　　2008 年 12 月第 2 次印刷

定　　价：30.90 元

编 委 名 单

主　编　李东营　汪俭彬

副主编　朱美玉　郝祥晖

　　　　牛　琦　王俊敏

编　委（以姓氏笔画为序）

　　　　牛　琦　王俊敏

　　　　李东营　李二华

　　　　朱美玉　汪俭彬

　　　　郑凤梅　郝祥晖

前　言

<修订版>

本书是21世纪全国高职高专公共基础教育“十一五”规划教材。编者是根据教育部制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》(草案),《高职高专教育专业人才培养目标及规格》以及《关于加强高职高专教育教材建设的若干意见》,高度汲取高等职业学校、高等专科学校和成人高等学校在探索培养技术应用型专门人才方面所取得的经验、教训以及当前教学实际而编写的。

本书在编写过程中,努力做到:①按照教学基本要求,充分考虑高职高专学生的层次与高职高专教育的特点和当前的教学实际,以“了解”、“理解”、“掌握”为度。②重点、难点突出,难易合理分布,重视培养学生的数学想象力。③为了便于自学,对基本概念、基本理论、基本方法等都作了深入浅出的介绍;同时配备了大量的例题和习题,重视培养学生的自学能力。

本书既适合高职高专院校使用,也适合成人高校的专科及本科院校举办的二级职业技术学院使用。全书由李东营、汪俭彬任主编,由朱美玉、郝祥晖、牛琦、王俊敏任副主编。其中周口职业技术学李东营编写了第2、3章;济源职业技术学院汪俭彬编写了第8章,参考答案及附录Ⅰ;济源职业技术学院郝祥晖编写了第5章及附录ⅡⅢⅣ部分;郑州经贸职业学院李二华编写了第10章;驻主店教育学院牛琦编写了第6、7章;周口职业技术学院王俊敏编写了第1章;鹤壁职业技术学院朱美玉编写了第4、9章;周口职业技术学郑凤梅编写了第11章。最后由正、副主编修订、统稿、定稿。

本书的编写和出版,得到了西北工业大学出版社李

恩普社长自始至终的大力支持和帮助，在此致以诚挚的谢意。由于编者水平有限，书中不当之处在所难免，我们真诚希望同仁和读者批评指正。

编者

2008 年 12 月

目　录

第 1 章　函数、极限、连续 ………………………………… 1

1.1　函数 ………………………………………………… 1

1.1.1　常量与变量 ……………………………………… 1

1.1.2　函数的概念 ……………………………………… 2

1.1.3　分段函数 ………………………………………… 4

1.1.4　函数的几种特性 ………………………………… 5

1.1.5　反函数 …………………………………………… 6

1.1.6　复合函数 ………………………………………… 7

1.1.7　基本初等函数 …………………………………… 8

1.2　极限 ………………………………………………… 9

1.2.1　数列的极限 ……………………………………… 9

1.2.2　函数的极限 ……………………………………… 10

1.2.3　无穷小量与无穷大量 …………………………… 13

1.3　极限的性质和运算法则 …………………………… 16

1.3.1　极限的性质和运算法则 ………………………… 16

1.3.2　复合函数的极限运算 …………………………… 17

1.3.3　函数极限的计算方法 …………………………… 17

1.4　两个重要极限 ……………………………………… 20

1.5　函数的连续性 ……………………………………… 23

1.5.1　函数连续的概念 ………………………………… 23

1.5.2　函数的间断点 …………………………………… 25

1.5.3 初等函数的连续性 …… 26
1.5.4 闭区间上连续函数的性质 …… 26
1.6 常用经济函数 …… 27
1.6.1 需求函数与供给函数 …… 27
1.6.2 成本函数、收益函数和利润函数 …… 29
1.6.3 复利函数 …… 30
本章小结 …… 31
习题 1 …… 32
第 2 章 导数与微分 …… 35
2.1 导数的概念 …… 35
2.1.1 导数的概念 …… 36
2.1.2 求导数的举例 …… 37
2.1.3 导数的几何意义 …… 39
2.1.4 可导与连续 …… 39
2.2 导数的运算 …… 40
2.2.1 导数基本公式及求导法则 …… 40
2.2.2 复合函数的求导法则 …… 42
2.2.3 高阶导数 …… 44
2.2.4 隐函数求导 …… 45
2.2.5 对数求导法 …… 46
2.3 函数的微分及应用 …… 46
2.3.1 引例分析 …… 46
2.3.2 微分的定义 …… 47
2.3.3 微分的运算 …… 48
2.3.4 微分的应用——微分的近似计算 …… 48
2.4 经济中常见的导函数 …… 49
本章小结 …… 51
习题 2 …… 52
第 3 章 导数的应用 …… 55
3.1 中值定理 …… 55
3.2 洛必达法则 …… 58

3.2.1 “$\frac{0}{0}$”型的极限 …… 58

3.2.2 “$\frac{\infty}{\infty}$”型的极限 …… 59

3.2.4 1^{∞}型、0^0型、∞^0型的极限 …… 60

3.3 函数的单调性与极值 …… 61

3.3.1 函数的单调性 …… 61

3.3.2 函数的极值 …… 63

3.4 最值的经济应用 …… 64

3.4.1 最值 …… 65

3.4.2 最值的应用 …… 65

3.5 利用导数研究函数 …… 68

3.5.1 函数的凸凹与拐点 …… 68

3.5.2 曲线的渐近线 …… 70

3.5.3 函数作图 …… 71

本章小结 …… 74

习题3 …… 75

第4章 不定积分 …… 78

4.1 不定积分的概念 …… 78

4.1.1 原函数 …… 78

4.1.2 不定积分 …… 79

4.1.3 不定积分的几何意义 …… 80

4.2 不定积分的性质与基本积分公式 …… 81

4.2.1 不定积分的性质 …… 81

4.2.2 不定积分的基本积分公式 …… 81

4.3 换元积分法 …… 83

4.3.1 第一类换元法(凑微分法) …… 83

4.3.2 第二类换元法 …… 86

4.4 分部积分法 …… 89

4.5 微分方程初步 …… 92

4.5.1 基本概念 …… 92

4.5.2 可分离变量一阶微分方程 …… 93

4.5.3 一阶线性微分方程 …… 94
本章小结 …… 97
习题4 …… 98
第5章 定积分 …… 101
5.1 定积分的概念 …… 101
5.1.1 引例 …… 101
5.1.2 定积分的概念 …… 103
5.1.3 定积分的几何意义 …… 104
5.1.4 定积分的性质 …… 106
5.2 微积分基本定理 …… 107
5.2.1 变上限定积分 …… 107
5.2.2 微积分基本定理 …… 109
5.3 定积分的计算 …… 111
5.3.1 定积分的换元积分法 …… 111
5.3.2 定积分的分部积分法 …… 113
5.4 无限区间上的广义积分 …… 114
5.5 定积分的应用 …… 115
5.5.1 平面图形的面积 …… 115
5.5.2 经济应用问题举例 …… 118
本章小结 …… 119
习题5 …… 120
第6章 行列式 …… 124
6.1 行列式的定义 …… 124
6.2 行列式的性质 …… 128
6.3 行列式的计算 …… 132
6.4 克莱姆法则 …… 136
本章小结 …… 139
习题6 …… 140
第7章 矩阵 …… 142
7.1 矩阵的概念 …… 142

7.2 常用的特殊矩阵 …… 145
7.3 矩阵的运算 …… 147
7.4 矩阵的初等行变换与矩阵的秩 …… 154
7.5 逆矩阵 …… 159
本章小结 …… 163
习题7 …… 164
第8章 线性方程组 …… 167
8.1 n元线性方程组 …… 167
8.2 线性方程组的一般解法——消元法 …… 169
本章小结 …… 179
习题8 …… 180
第9章 n维向量 …… 181
9.1 n维向量的概念 …… 181
9.2 向量组的线性关系 …… 182
9.2.1 线性组合 …… 182
9.2.2 向量组的线性相关和线性无关 …… 184
9.2.3 向量组线性的性质 …… 186
9.3 向量组的秩 …… 186
本章小结 …… 189
习题9 …… 190
第10章 随机事件与概率 …… 191
10.1 随机事件 …… 191
10.1.1 随机现象与随机事件 …… 191
10.1.2 事件间的关系与运算 …… 193
10.2 随机事件的概率 …… 196
10.2.1 概率的统计定义 …… 197
10.2.2 古典概型 …… 198
10.2.3 概率的加法公式 …… 200
10.3 条件概率和全概率公式 …… 202
10.3.1 条件概率 …… 202

10.3.2 乘法公式 …… 203
10.3.3 全概率公式 …… 204
10.4 事件的独立性 …… 206
10.4.1 事件的独立性 …… 206
10.4.2 贝努利概型 …… 209
本章小结 …… 210
习题 10 …… 211
第 11 章 随机变量与数字特征 …… 213
11.1 随机变量 …… 213
11.1.1 随机变量的概念 …… 213
11.1.2 离散型随机变量分布 …… 215
11.1.3 连续型随机变量及其概率分布 …… 216
11.2 分布函数及随机变量函数的分布 …… 219
11.2.1 分布函数概念与计算 …… 219
11.2.2 随机变量函数的分布 …… 222
11.3 几种常见随机变量的分布 …… 224
11.3.1 几种常见离散型随机变量的分布 …… 224
11.3.2 几种常见连续型随机变量的分布 …… 228
11.4 随机变量的数字特征 …… 234
11.4.1 数学期望的概念 …… 234
11.4.2 方差 …… 237
本章小结 …… 241
习题 11 …… 241
参考答案 …… 244
附录 …… 256
参考文献 …… 267

第 1 章

函数、极限、连续

学习目标：

(1) 了解函数的概念，函数的定义域，函数的单调性、奇偶性、有界性、周期性的概念，左、右极限的概念，无穷大、无穷小的概念，闭区间上连续函数的性质.

(2) 理解函数、基本初等函数、复合函数、初等函数、分段函数的概念，需求函数与供给函数的概念，函数极限的定义，无穷小量的性质，函数在某一点连续的概念，初等函数的连续性.

(3) 掌握复合函数的复合过程，极限四则运算法则.

(4) 会用函数关系描述经济问题；会对无穷小量进行比较；会用两个重要极限求极限；会判断间断点的类型；会求连续函数和分段函数的极限.

本章先从函数讲起，在总结中学已学函数知识的基础上，介绍极限的概念，进而介绍无穷大量与无穷小量的概念、性质和极限的运算法则、函数连续性等基本知识和经济函数.

1.1 函　　数

函数是刻画事物变化过程中变量相依关系的数学模型，是数学的基本概念之一. 它是微积分学研究的对象. 中学已经学习过函数概念，在这里不是进行简单的重复，而是要从全新的视角来对它进行描述并重新分类.

1.1.1 常量与变量

在日常生活、生产活动和经济活动中，经常遇到各种不同的量. 例如身高、气温、产量、收入、成本等. 这些量可以分为两类. 一类量在考察

的过程中不发生变化，只取一个固定的值，称为常量. 例如，圆周率 π 是个永远不变的量，某种商品的价格、某个班的学生人数在某段时间内保持不变，这些量都是常量. 另一些量在所考察的过程中是变化的，可以取不同数值，称为变量. 例如，一天中的气温、生产过程中的产量都是在不断变化的，它们都是变量. 在理解常量与变量时，应注意下面几点：

(1)常量和变量依赖于所研究的过程. 同一个量，在某一过程中可以认为是常量，而在另一过程中则可能是变量；反过来也是同样的. 例如，某种商品的价格在一段时间内是常量，但在较长的时间内则是变量. 这说明常量和变量具有相对性.

(2)从几何意义上讲，常量对应着实轴上的定点，变量则对应着实数轴上的动点.

(3)一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的变动区域. 有类变量，例如时间，可以取介于两个实数之间的任意实数值，叫做连续变量. 连续变量的变动区域常用区间表示.

常量习惯用字母 a,b,c,d 等表示；变量习惯用 x,y,z,u,v,w 等表示.

1.1.2 函数的概念

在某个变化过程中，往往出现多个变量，这些变量不是彼此孤立的，而是相互影响和相互制约的，一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化，如果这些影响是确定的，是依照某一规则的，那么就说这些变量之间存在着函数关系. 例如：消费者对猪肉的需求量依赖于市场上猪肉的价格；市场上冰激凌的供给量依赖于气温的变化；葡萄酒的价格依赖于它的年份等. 再看下面几个实际例子.

案例 1.1[天然气使用费] 某市居民使用天然气的价格为 1.6 元/m^3，那么，某户居民每月应交气费 y 与其用气量 x 之间就有一个关系式：

$$y = 1.6x$$

案例 1.2[定期存款利率] 某一时期银行的人民币整存整取定期储蓄的存期与年利率(见表 1.1)如下：

表 1.1

存期/a	1	2	3	5
年利率/(%)	3.6	4.23	4.95	5.49

1. 函数的定义

以上列举的问题，虽然来自不同的领域，而且具有不同的表示形式，但它们的共性是：都反映了一个过程中有着两个相互依赖的变量，当其中一个量在某数集内取值时，按一定的对应规则，另一个量有唯一确定的值与之对应. 变量之间的这种关系就是函数关系.

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于任意 $x\in D$，变量 y 按照一定法则 f，总有唯一确定的数值与其对应，则称 y 是 x 的函数，记为

$$y=f(x), \quad x\in D$$

数集 D 称为该函数的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量.

当自变量 x 取数值 x_0 时，因变量 y 按照法则 f 所对应的数值，称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$.

当自变量 x 遍取定义域 D 的每个数值时，对应的函数值的全体组成的数集 $z=\{y|y=f(x),x\in D\}$ 称为函数的值域.

2. 函数的两要素

函数的定义域和对应规律称为函数的两个要素. 两函数相同的充分必要条件是其定义域与对应规律分别相同. 例如：$y=|x|$ 与 $z=\sqrt{v^2}$ 就是相同的函数.

(1)定义域. 函数 $y=f(x)$ 的自变量 x 的取值范围 D 称为该函数的定义域.

例 1.1 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\ln(x+2)}$ 的定义域.

解 要使函数 y 有定义，必须同时满足 3 个条件：偶次根式的被开方式大于或等于零；对数函数的真数应大于零；代数式中分母不能为零，即

$$\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x+2>0\\ x+2\neq 1\end{cases},\quad 解得\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 2\\ x>-2\\ x\neq -1\end{cases}$$

这个不等式组的解为 $-2<x<-1$ 或 $-1<x\leqslant 2$.

因此，所求函数的定义域为 $(-2,-1)\cup(-1,2]$.

(2)对应规律. 函数的对应规律就是通过自变量的取值来确定因变量取值的规律.

例 1.2 设函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，求 $f(0)$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，$f(-x)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f(x+1)$，$f(x^2)$.

分析 函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ 的对应规律为

$$f(\quad)=\frac{1-(\quad)}{1+(\quad)}$$

解 $f(0)=\dfrac{1-0}{1+0}=1$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1-\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{3}$，$f(-x)=\dfrac{1-(-x)}{1+(-x)}=\dfrac{1+x}{1-x}$，

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\frac{x-1}{x+1},\quad f(x+1)=\frac{1-(x+1)}{1+(x+1)}=\frac{-x}{2+x},\quad f(x^2)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$$

3. 函数的表示法

函数通常有 3 种表示方法：图形表示法、表格表示法、公式表示法. 图形表示法的优点是直观，一目了然；表格表示法的优点是可以直接查到表中所列出的函数值；公式表示法的优点是便于进行函数性态的研究.

1.1.3 分段函数

案例 1.3[行李费用] 火车站收取行李费的规定如下：当行李不超过 50 kg 时按基本运费计算，如从北京到某地每千克收 0.4 元；当超过 50 kg 时，超重部分按每千克 0.5 元收费. 试求某地的行李费 y(元)与质量 x(kg)之间的关系.

解 易知，关系如下：

$$y=\begin{cases}0.4x, & 0<x\leqslant 50\\ 20+0.5(x-50), & x>50\end{cases}$$

上面这个函数，对于定义域内自变量不同的值，不能用一个统一的数学表达式表示，而需要用两个或两个以上的式子表示，称这类函数为分段函数.

案例 1.4[税收问题] 个体工商户的生产经营所得和在事业单位承包经营、承租经营的个人所得税税率表(见表 1.2)如下：

表 1.2

级数	全年应纳税所得额	税率/(%)
1	不超过 5 000 元的	5
2	超过 5 000 元至 10 000 元的部分	10
3	超过 10 000 元至 30 000 元的部分	20
4	超过 30 000 元至 50 000 元的部分	30
5	超过 50 000 元的部分	35

求应纳税所得额为 x 的所得税额.

解 设所得税额为 $f(x)$，则

$$f(x)=\begin{cases}0.05x, & x\leqslant 5\,000\\ 250+0.1(x-5\,000), & 5\,000<x\leqslant 10\,000\\ 750+0.2(x-10\,000), & 10\,000<x\leqslant 30\,000\\ 4\,750+0.3(x-30\,000), & 30\,000<x\leqslant 50\,000\\ 10\,750+0.35(x-50\,000), & x>50\,000\end{cases}$$

以上函数为分段函数，可用于计算个体工商户个体经营或承包经营的个人所得税. 如某个体工商户全年收入总额，减除成本、费用以及损失后，其全年应纳税所得额为 23 000 元，则应缴的个人所得税为

$$f(23\,000)=750+0.2(23\,000-10\,000)=750+0.2\times 13\,000=3\,350\text{ 元}$$

1.1.4　函数的几种特性

1. 有界性

设函数 $f(x)$ 在某区间 I 上有定义，若存在正数 M，使得 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $f(x)$ 在 I 上有界. 若这样的 M 不存在（即对充分大的 $M>0$，都 $\exists x_1\in X$，使 $|f(x_1)|>M$），则称 $f(x)$ 在 I 上无界.

如函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界，有 $|\sin x|\leqslant 1$，但也可以取 $M=2$，即 $|\sin x|<2$ 总是成立的，实际上 M 可以取任何大于 1 的数. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(1,2)$ 内有界，但在 $(0,1)$ 内无界，由此可知，有界与区间有关.

2. 奇偶性

设有函数 $f(x)$，$D(-l,l)$，若对 $\forall x\in D$，有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数；若对 $\forall x\in D$，有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

如函数 $f(x)=x^2$ 是偶函数，$f(x)=x^3$ 为奇函数；不满足上述两条的为非奇非偶函数，如函数 $f(x)=x^2+x$.

注　奇函数的图形关于原点对称，偶函数的图形关于 y 轴对称.

例 1.3　判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=3x^4-5x^2+7$；　(2) $f(x)=2x^2+\sin x$；　(3) $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^{-x}-a^x)$.

解　由定义

(1) 因为 $f(-x)=3(-x)^4-5(-x)^2+7=3x^4-5x^2+7=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=2(-x)^2+\sin(-x)=2x^2-\sin x\neq f(x)$，同样可以得到 $f(-x)\neq -f(x)$，所以函数既非奇函数，也非偶函数.

(3) 因为 $f(-x)=\dfrac{1}{2}(a^{-(-x)}-a^{-x})=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数.

3. 单调性

设有函数 $y=f(x)$，$x\in D$，$I\subset D$，对 $\forall x_1<x_2\in I$，若有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 I 上单调递增；若有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 I 上单调递减.

例如：函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递减；而函数 $f(x)=x^3$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 上均单调递增（见图 1.1）.

注意　(1) 单调性也与区间有关. 如：$y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内非单调，但在 $(0,+\infty)$ 内单调递增，在 $(-\infty,0)$ 内单调递减.

(2) 由图 1.1 可以看出，单调增加函数的图形是沿 x 轴正向逐渐上升的，单调减少函数的图形是沿 x 轴正向逐渐下降的.