



LIANMENG
BOYI

YANJIU JI YINGYONG

联盟博弈

研究及应用

李书金 © 著

兵器工业出版社

联盟博弈研究及应用

李书金 著

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书是作者基于经典博弈理论及应用的拓展研究,主要体现在对具有联盟结构博弈及具有模糊联盟博弈问题的研究.具体内容包括对两类经典博弈理论——合作博弈及非合作博弈基本概念介绍;基于合作博弈框架的联盟结构博弈问题研究;基于合作及非合作博弈混合框架的联盟结构问题研究;具有联盟结构的博弈局中人间相互作用测度;具有模糊联盟的合作博弈 Shapley 函数简化表示及模糊情形下局中人间相互作用测度.

本书适宜作为运筹学、经济学、管理科学等专业的高年级本科生及研究生的参考书,也可供从事管理科学及经济学研究的工作者及对博弈理论感兴趣的读者参考.

图书在版编目 (CIP) 数据

联盟博弈研究及应用/李书金著. —北京:兵器工业出版社, 2009.5

ISBN 978 - 7 - 80248 - 335 - 4

I. 联… II. 李… III. 对策论—研究 IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 043282 号

出版发行:兵器工业出版社

发行电话:010 - 68962596, 68962591

邮 编:100089

社 址:北京市海淀区车道沟 10 号

经 销:各地新华书店

印 刷:北京蓝海印刷有限公司

版 次:2009 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

责任编辑:于 伟 陈红梅

封面设计:李尘工作室

责任校对:郭 芳

责任印制:赵春云

开 本:880 × 1230 1/32

印 张:7.25

字 数:211 千字

定 价:20.00 元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

中央司法警官学院博士
专项科研项目资助

前 言

近年来，博弈论受到专家学者的广泛关注，由于该学科极强的实际应用性，现已成为众多科学领域的学者及决策者分析研究问题的一个重要工具。尤其是在近年来诺贝尔经济学奖的获得者中，许多人都从事着与博弈论相关的研究工作。在这样的背景下，许多经济领域及其他学科领域的科技工作者及研究人员都迫切希望了解博弈论，掌握博弈论的基本分析方法。

全书共分8章，其中第1章简要介绍了博弈论研究现状。第2、3章概括论述了两类经典博弈理论——合作博弈基本理论及非合作博弈基本理论相关知识。在此基础上，对博弈论发展过程中几个热点问题进行了研究讨论：首先对于具有联盟结构的博弈问题进行了研究，然后对具有模糊联盟的博弈问题进行了探讨。具体的拓展研究包括以下几个方面内容：

第4章基于经典合作博弈及Owen联盟结构博弈的有关理论方法，在最大局中人联盟不一定能够形成的情况下，对联盟结构问题进行了研究，建立了基于合作博弈的联盟结构二级博弈模型。与Owen联盟结构模型不同，当联盟结构的整体收益不一定是最大联盟的收益时，就局中人之间如何进行联盟结构总收益的分配问题，提出了一种新的分配方法，同时就此分配规则，提出了有关联盟结构的改进与评价方法。

联盟结构博弈问题的另一表现形式往往体现在联盟间的竞争关系上。在当前的市场竞争模式下，一个采取独自经营手段的企业，已很难在当前经济全球化的环境下立足，而企业间的相互结盟，进而与其他的企业联盟进行竞争，成为企业提高竞争能力、获取高额竞争利润所采取的主要手段。第5章从非合作博弈的古诺模型与合

作博弈的 Shapley 分配出发,建立了联盟竞争博弈模型及相应的分配规则,并就联盟结构的稳定性问题,在不同的博弈规则下进行了讨论.

合作博弈局中人间相互作用的有效测度,是近年来博弈论研究者所关注的一个问题.第6章基于对经典合作博弈局中人间相互作用的测度方法,结合具有联盟结构的博弈模型的不同特点,对不同联盟结构博弈模型下同一联盟中局中人间的相互作用的有效测度问题进行了研究.

具有模糊联盟的合作博弈是博弈论研究的另一个较前沿的方向.第7章首先介绍了经典合作博弈的几种占优解——核心、核仁及稳定集的模糊拓展,然后重点对经典合作博弈的估值解——Shapley 值的模糊拓展进行了研究.从已有的研究资料来看,关于模糊合作博弈的分配问题,一般局限于针对某些特殊的博弈类型进行讨论.第7章从抽象的模糊特征函数出发,建立了一种一般化的模糊博弈 Shapley 分配方法,并证明了当博弈是 Butnariu 定义的具有比例值的博弈时,该表达式与其定义的 Shapley 函数是一致的;而当博弈是 Tsurumi 定义的具有 Choquet 积分形式的博弈时,该表达式与其定义的 Shapley 函数也是一致的.

第7章同时对经典合作博弈局中人间相互作用测度理论方法进行了模糊拓展,提出了表征模糊联盟中各参与水平间相互作用的测度方法.在模糊特征函数连续的假设下,当一些局中人的参与水平由0变化到1时,如何对其他局中人参与水平间、局中人间相互作用从整体上进行测度,本章作了进一步研究探讨.作为模糊博弈 Shapley 函数的推广,在第7章中建立了表征局中人参与水平间及局中人间平均相互作用的一系列指标,同时研究讨论了各相互作用指标所具有的性质.最后通过数值算例,对各种测度方法进行了检验.

第8章在对全书进行总结的基础上,对联盟博弈研究进行了展望,提出了未来联盟博弈研究中所应重点关注的内容及方向.

在本书的出版之际,衷心感谢我在北京理工大学读博期间的导师张强教授对我的研究工作所提供的多方面的帮助与支持,是他引导我进入了博弈论研究之门,是他的谆谆教诲鼓舞了我深入到博弈

研究领域的勇气。张强教授严谨治学的精神，广博的学识，敏锐的学术洞察力对我影响深远，将令我终生受益。

在本书的写作及出版过程中，我工作单位中央司法警官学院的王明泉副院长、章恩友副院长、吴春处长、何航处长等各位领导及同事为我提供了各种支持及帮助，在此表示衷心的感谢！感谢中央司法警官学院博士专项科研项目所给予的资助，感谢国家自然科学基金（项目编号：70871011，70771010）及河北省教育厅科研计划项目（编号：Z2008206）的支持！

作者

2009年3月

目 录

1	绪论	1
1.1	什么是博弈论	1
1.2	博弈论与诺贝尔经济学奖	2
1.3	经典博弈论划分	4
1.4	联盟结构博弈与模糊博弈	5
1.5	我国的博弈论研究现状	10
2	合作博弈基本理论	11
2.1	纳什的讨价还价博弈	12
2.2	联盟博弈	15
2.3	合作博弈的占优解	17
2.4	合作博弈的估值解	31
3	非合作博弈基本理论	41
3.1	非合作博弈的一些经典案例	41
3.2	非合作博弈划分	45
3.3	完全信息静态博弈	46
3.4	完全信息动态博弈	57
3.5	不完全信息静态博弈	71
3.6	不完全信息动态博弈	77
4	基于合作博弈框架的联盟结构博弈	84
4.1	经典合作博弈与非合作博弈局限性	84

4.2	具有联盟结构的博弈基本概念	86
4.3	基于联盟结构博弈的两种值概念	87
4.4	二级博弈模型有关值的分配	90
5	基于联盟间竞争的联盟结构博弈	108
5.1	联盟间竞争的联盟结构问题提出	108
5.2	基于联盟间竞争的联盟结构二级博弈模型	110
5.3	以剖面函数表示的联盟竞争博弈模型	113
5.4	基于联盟竞争的联盟结构的稳定性	117
5.5	具有联盟结构的 Cournot 模型	119
6	具有联盟结构的博弈局中人间相互作用	131
6.1	经典合作博弈局中人及联盟间相互作用	131
6.2	Aumann – Dreze 模型下局中人及联盟间相互作用的测度	138
6.3	Owen 联盟结构博弈模型下局中人相互作用的测度	139
6.4	联盟竞争模型下同一联盟中局中人相互作用的测度	149
6.5	不同联盟结构博弈模型下局中人相互作用的比较	150
7	具有模糊联盟的合作博弈	153
7.1	具有模糊联盟的合作博弈的核心	153
7.2	具有模糊联盟的合作博弈的核仁	156
7.3	具有模糊联盟的合作博弈的稳定集	158
7.4	具有模糊联盟的合作博弈 Shapley 函数的一种简化表示	159
7.5	模糊联盟水平间的相互作用	174
7.6	模糊博弈局中人间相互作用指标	179
7.7	模糊博弈两参与水平及两局中人间累积相互作用	187
7.8	多个水平间及多个局中人间累积相互作用	195
8	研究展望	211
	参考文献	213

1 绪 论

1.1 什么是博弈论

博弈论 (Game Theory), 又称对策论, 是研究理性决策主体的行为发生直接相互作用时的决策以及决策均衡问题的一门学科. 当一个参与人 (又称局中人) 的选择受到其他参与人选择的影响, 而且反过来, 其本人的选择又影响到其他参与人的选择时, 该如何作出决策, 如何寻求均衡的决策方案, 便是博弈论分析问题的一般数学方法.

一般认为博弈论作为一门专门学科, 研究起始于 1944 年由冯·诺依曼 (Von Neumann) 和摩根斯坦恩 (Morgenstern) 合作的《博弈论与经济行为》(The Theory of Games and Economic Behaviour) 一书的出版. 20 世纪 50 年代是合作博弈发展的辉煌时期, 纳什 (Nash) 和 Shapley 的讨价还价模型的确立、Gillies 和 Shapley 关于核概念的提出, 都出自于这一时期. 与此同时, 纳什发表的两篇关于非合作博弈的文章及 Tucker 定义的“囚徒困境” (Prisoners' Dilemma), 成为现代非合作博弈理论研究起始的标志. 从 20 世纪 50 年代至今, 非合作博弈理论的研究有了很大发展. 由于博弈论极强的实际应用性, 使其日渐成为众多科学领域的学者及决策者分析研究问题的一个重要工具. 在过去 60 年中, 众多的数学家和社会学家致力于博弈论的研究之中, 取得了非常显著的成果. 特别是在经济方面, 博弈论为经济学的各个领域都作出了贡献, 从行业组织和公共选择理论方面问题、交易方面的欺诈问题、保险市场方面个人保险的缺陷及个人医疗保险中存在的问题、国际贸易中的关税问题、自然资

源中公共资源被剥夺问题及银行方面存贷款行业的崩溃问题等，都可以从相应的博弈模型中得到合理的解释。与经济学越来越重视个人的行为和决策对社会经济的影响这一发展趋势相适应，运用博弈论来研究解决经济现象已成为当前经济学研究的一个热点。

1.2 博弈论与诺贝尔经济学奖

从博弈论研究起始，经济学就是它的主要应用领域。作为博弈论研究开始的标志——1944年《博弈论和经济行为》一书的出版，即表明了博弈论与经济学密切关系的渊源。目前，尽管博弈论已广泛应用于政治、军事等各个领域，但是，毋庸置疑，经济学是博弈论应用的最大顾客，正由于此，博弈论与经济学结合直接促进了经济学研究方面卓越成就的取得。1994年，纳什（Nash），泽尔腾（Selten），海萨尼（Harsanyi），因为在非合作博弈理论方面的先驱性贡献，分享了这一年度的诺贝尔经济学奖。下面对他们作一简单介绍。

纳什（Nash），1928年出生于美国西维吉尼亚州。1949年，21岁的纳什以论文“非合作游戏”在普林斯顿大学获得数学博士学位。在1950—1953年间，纳什相继发表了4篇论文，证明了非合作博弈均衡——纳什均衡的存在，这些成为博弈论发展史上具有划时代意义的研究论文。在论文中，纳什引入了合作博弈和非合作博弈的区别，并成功地将博弈理论引入到经济学、政治学、社会学乃至进化生物学等领域。从此以后，纳什均衡成为了经济研究中的标准工具，为静态非合作博弈的发展建立了良好基础。正是由于纳什在博弈论发展中的卓越贡献，使其在1994年荣获了诺贝尔经济学奖。

泽尔腾（Selten），1930年出生于德国布鲁塞尔（第二次世界大战后此地归于波兰）。1951—1957年泽尔腾在德国法兰克福大学学习数学。1957年获得硕士学位后，泽尔腾留在法兰克福大学工作学习，并于1961年获得数学博士学位。1984年起他到波恩大学任教，致力于实验经济学的研究。1994年因其在“非合作博弈理论中开创性的均衡分析”方面的杰出贡献而荣获诺贝尔经济学奖。他的主要

学术研究领域为博弈论及应用、实验经济学等。

海萨尼 (Harsanyi), 1920 年出生于匈牙利布达佩斯。受父母的影响, 海萨尼最初选择了布达佩斯大学的药学专业, 并于 1944 年获得了药学硕士学位。1944 年, 德国军队占领了匈牙利, 海萨尼被强迫到一个苦力营中劳动, 后来成功逃脱。第二次世界大战后的 1946 年, 海萨尼重新到布达佩斯大学注册入学, 攻读博士学位, 专业是哲学, 兼修社会学和心理学, 于 1947 年获得布达佩斯大学哲学博士学位。1950 年海萨尼到达澳大利亚的悉尼, 从社会学改行学经济学。后到美国学习, 于 1958 年获得了斯坦福大学经济学博士学位。在 1967 年和 1968 年, 海萨尼发表了一篇分成三个部分的论文: 《贝叶斯参与人完成的不完全信息博弈》(Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players), 提出了一种如何将一个具有不完全信息的博弈转换成一个具有完全 (但不完美) 信息博弈的方法。通过这种转换方法, 不完全信息博弈被转换成一个等价的完全信息博弈, 从而可以对原来的不完全信息博弈进行研究。这一转换方法被称为“海萨尼转换”, 成为处理不完全信息博弈的标准方法。基于这一转换, 不完全信息博弈问题的研究纳入到了具有完全信息博弈理论的分析框架之中, 极大地拓展了博弈理论的分析范围和应用范围, 从而完成了博弈理论发展中的一个里程碑式的成就。正是因为这一贡献, 使海萨尼获得了诺贝尔经济学奖的殊荣。

1994 年以后的 1996、2001、2002 年度的诺贝尔经济学奖的获得者, 也都从事着与博弈论、信息经济学有密切联系的研究。到 2005 年, 诺贝尔经济学奖再一次授予了致力于博弈论方面研究的经济学家: 罗伯特·奥曼 (Robert Aumann) 和托马斯·谢林 (Thomas Schelling), 前者是以色列耶路撒冷希伯来大学理性分析中心经济学家, 后者是美国经济学家, 马里兰大学经济学系和公共政策学院经济学教授, 获奖的原因是因为他们通过博弈论分析, 加强了人们对冲突和合作的理解。

奥曼 (Aumann), 1930 年 6 月出生于德国法兰克福, 1950 年毕业于纽约大学并获数学学士学位。之后, 奥曼又于 1952 年和 1955 年在麻省理工学院分别获得数学硕士学位和数学博士学位。现为以

色列耶路撒冷希伯来大学数学研究院教授。罗伯特·奥曼作为一名杰出的经济学家，在决策制定理性观点方面有着杰出的贡献，对博弈论和其他许多经济理论的形成起到了重要的作用。

谢林 (Schelling)，1921 年 4 月出生于美国加利福尼亚州。1944 年获加州大学伯克利分校学士学位，1951 年获得哈佛大学博士学位，1953—1957 年在耶鲁大学任教，1958—1959 年受聘于兰德公司，1959—1990 年分别在哈佛大学国际问题研究中心经济部和肯尼迪政府学院从事研究工作，1990—2005 年在马里兰州立大学经济学系和公共政策学院从事研究工作。其代表作包括《冲突的战略》《微观动机与宏观行为》《武器与影响》等。与传统上大量运用数学的博弈论不一样，其主要研究领域被称为“非数理博弈”。他的理论和思想不仅运用在经济学分析中，在外交、军事领域也深有影响。代表作《冲突的战略》是谢林获得诺贝尔奖的重要原因。

1.3 经典博弈论划分

博弈论分析的基础是对博弈局中人的理性行为假设，理性的含义是，作为决策主体的局中人有定义明确、前后一致的效用，个人的效用可以用明确的支付函数（又称目标函数、收益函数、特征函数）加以刻画。在给定条件下，理性的局中人将以追求个人效用最大化为目标，他会在经过一系列的优化过程后谨慎地选择行动。

古典博弈论一般根据博弈局中人间是否存在一个具有约束力的协议而划分为合作博弈和非合作博弈。传统的合作博弈是建立于集体理性基础之上的，如果进行博弈的所有局中人间能够达成一个具有约束力的协议，则是合作博弈。作为局中人共同遵守的协议，其约束的结果是能够给参与博弈的局中人整体带来比单独行动更为可观的收益，即集体理性的实现，与此同时，又要保证每一位局中人都能在合作中得到理想的支付分配。非合作博弈则从纯粹的个人理性出发，博弈的局中人间不存在有约束效力的协议，每个局中人都以最大化自己的个人收益为策略选择的出发点。在一个非合作博弈中，局中人之间的协议、威胁、许诺之类是无法实施的，除了那些

博弈规则确实允许的协议外，博弈的局中人之间无法达成有约束力的协议。

1.4 联盟结构博弈与模糊博弈

1.4.1 联盟结构问题研究现状

在博弈论研究中，具有联盟结构的博弈问题是一类较为复杂的博弈研究方向，它是一种更一般意义上的博弈。传统的合作博弈论总是假设由全体局中人形成的最大联盟是有效的联盟，这是一种比较苛刻的假设条件，在现实的社会环境中存在的许多有关局中人合作的博弈情形，这一条件往往并不能够完全得到满足。这是因为全体局中人一起行动可能很困难，一起行动的结果可能导致极高的合作成本等原因，使得全体局中人的最大联盟可能是低效率甚至是无效率的。如果运用传统合作博弈理论来分析研究这类问题，则由于特征函数在全体局中人间的超可加性要求难以得到保障而使得这一理论无法适用。这一类博弈的特点往往是，参与博弈的局中人首先形成一些小的中间联盟，由这些中间联盟形成全体局中人的一个划分（剖面），各联盟间相互作用，相互影响，构成了具有联盟结构的博弈问题。1944年，冯·诺依曼和摩根斯坦恩提出了构成联盟结构的内生联盟形成的三个基本问题，他们指出，博弈论的目的是对局中人之间的联盟、联盟中同伴的补偿以及联盟之间的合作与对抗有关的每件事作出决定。这些问题可通俗地表述为：会形成哪个联盟？联盟的值怎样分配给其成员？其他联盟的出现会给当前的合作带来怎样的影响？传统的合作博弈主要集中于最大联盟值的分配问题上，对于联盟之间合作与竞争的外部作用则被排除在该理论框架之外。在具有联盟结构的博弈问题中，由于联盟形成规则的不同，联盟间相互作用的复杂性，使得具有联盟结构的博弈较之传统的合作博弈与非合作博弈难以处理。基于传统合作博弈与非合作博弈理论在实际处理问题中的局限性，越来越多的博弈论研究者开始关注于具有联盟结构博弈问题的研究。

针对在某些情形下的博弈局中人常常会组织起来形成一个子群(联盟),以获得一个相比于其他局中人更好的谈判地位,Owen(1977)引进了一种具有优先并的合作博弈模型,这种模型后来被称为具有联盟结构的合作博弈.适用于这种模型,Owen对经典合作博弈的一种估值解——Banzhaf值进行了修正,这种修正思想同样地也适用于另一个估值解——Shapley值.通常称这种基于优先并的合作博弈模型的修正Shapley值为Owen值,它根据局中人对于联盟的隶属关系来进行支付的分配,这成为应用于联盟结构的一种经典求解方法.基于Owen值在许多应用情形下的限制,对Owen值的改进,是近年来具有联盟结构的合作博弈研究所关注的一个问题.

除Owen之外,Hart和Kurz(1983)也对联盟结构的合作博弈问题进行了研究,他们两人将Shapley值运用于社会领域,在这种情形下,为了在谈判中获得有利的地位,博弈局中人形成了社会联盟.在1974年,Aumann和Dreze则将联盟作为一个孤立个体给予了研究;1989年,Peleg运用一系列公理表示了Owen联盟值的特征.对于Owen联盟值,Winter,Greenberg,Gerard Hamiache等也分别从不同的角度作了进一步研究.作为联盟结构问题的另一种分配方法Banzhaf值,Straffin在1988年对此进行了讨论.近年来Amer和Carreras,Brink等人也对这一问题作了更进一步的探讨.

具有联盟结构的合作博弈在现实中有许多应用背景,比如一个企业从事某项生产的全体职工可以看做是合作博弈的全体局中人,为了实现生产效益的提高,往往需要对职工进行组织划分.我们知道,对于包含有限个职工的这一群体,可以有多种不同的组织形式,作为企业管理者,应该考虑到这样一个问题,为了使得职工的整体收益达到理想的状况,应该以怎样的方式进行组织划分,同时还要考虑到,对于总体收益,应当采用怎样的分配方式,才能保证组织生产的稳定性,另外基于当前的组织划分形式,应当采用怎样的方式对现有的组织划分方式进行改进,如何对改进后的组织结构进行评价.对于这些问题,都可以从具有联盟结构的合作博弈角度进行研究探讨.

具有联盟结构博弈问题的另一着眼点是对联盟间竞争的联盟

结构博弈问题的探讨,这一模型的建立是基于对这样一种博弈情形的考虑:参与博弈的局中人为了提高竞争能力,获取高额利润,依靠单打独斗的经营方式往往很难立足于越来越激烈的市场竞争中,这时参与竞争的局中人往往采取与其他局中人进行联盟的策略来参与市场竞争。我们来看近年来西方企业发展过程中的一个趋势,从20世纪80年代以来,西方企业尤其是跨国公司所面临的竞争压力越来越大,以往的以获取高额竞争利润为目的的策略越来越难以实现,迫于竞争的压力,众多的企业开始进行策略的调整,从单纯的对立竞争关系向大规模的合作竞争转移。纷纷成立的跨国公司战略联盟成为合作竞争的重要方式,作为现代企业制度创新中的一种,现已成为现代企业强化其竞争优势的重要手段,被誉为“20世纪20年代以来最重要的组织创新”。麦肯锡高级咨询顾问乔尔·布利克(Joel Bleeke)和戴维·厄恩斯特(Dowid Ernst)在对全球市场的竞争格局进行广泛深入的研究分析后认为:对多数企事业来说,完全损人利己的竞争时代已经结束,驱动企业在各个业务领域进行激烈争斗的传统竞争模式,已经不可能再确保赢家在这场达尔文式游戏中拥有最低成本、最佳产品或服务以及最高利润。

对于联盟间竞争的联盟结构博弈问题的研究,比较有代表性的有 Bloch, Ray, Vohra, Yi 和 Shin 等人在这方面所做的工作。Bloch 对联盟形成的序贯博弈进行了分析, Ray 和 Vohra 研究了联盟结构形成的均衡约束协议规则, Yi 和 Shin 则对一种称之为开放的博弈规则进行了探讨。2000 年, Belleflamme 等也对联盟竞争的联盟结构博弈问题进行了较详细的分析研究。

联盟结构博弈研究是基于对合作博弈与非合作博弈的一种综合考虑,由于具有联盟结构博弈问题分析的科学与现实性,使得该项研究具有十分重要的现实意义,因此成为当前博弈论研究中的一个新的方向。Bloch 在 1997 年曾提到,对联盟形成过程中同时发生的博弈的研究,是合作博弈与非合作博弈理论的前沿。

1.4.2 相互作用问题研究现状

在合作博弈中,基于已知的特征函数,给出一个联盟,相应地

可以求得该联盟的收益，这在某种程度上是对该联盟价值的一种测度，从另外一个角度讲，这也是对该联盟中所有局中人相互作用的一种反映。尽管博弈问题是因局中人之间的相互作用而产生，但针对相互作用现象进行专门研究的文献并不多见。Owen 是较早对局中人间相互作用现象给予关注的博弈研究者，基于满足超可加性的传统合作博弈，他提出了局中人间相互作用的概念。其后，Murofushi, Soneda, Roubens, Grabisch, Marichal 和 Roubens 等人对这一概念作了进一步的研究，并成功地引入了 Shapley 相互作用指标、Banzhaf 相互作用指标及链相互作用指标概念。第一个有关 Shapley 相互作用指标、Banzhaf 相互作用指标的公理是 1999 年由 Grabisch 和 Roubens 提出的。2003 年，Grabisch 和 Labreuche 把相互作用指标又拓展到了双合作博弈。2004 年，Fujimoto 等人又提出了有关相互作用指标的更一般的特征。

Kojadinovic 在前面研究人员关于相互作用现象所作的研究的基础上，在 2003 年和 2005 年发表了两篇有关相互作用方面的研究论文。为了更好地表征元素间的相互独立概念，他提出了表征局中人间相互作用的总量指标。运用这一概念，局中人间相互独立性可以较地进行描述，同时有关这一概念的公理化特征也得到了较为详细的表述。

从对相互作用现象进行研究的现有资料看，都是基于传统的合作博弈理论框架而讨论的，而基于联盟结构的博弈框架来讨论局中人间相互作用的测度问题的有关内容，目前还不多。如何在联盟结构博弈框架下对局中人间相互作用进行测度，从而给出在此结构下局中人间相互依赖程度的一个估计，这对于决策者如何进行联盟选择，以增强或减弱局中人间相互依赖关系，可以提供有益的参考。

1.4.3 模糊合作博弈研究现状

自从模糊集理论最早由计算机专家兼控制论专家 L. A. Zadeh 于 1965 年提出之后，模糊数学就以计算机科学和软科学作为研究和应用的两大前沿，以后经大量学者在这一领域的潜心研究和探索，目