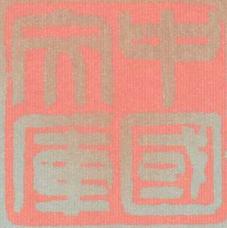


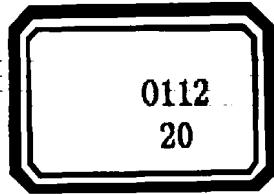
中国文库  
· 科学技术类 ·

中国传统数学思想史

郭金彬 孔国平 著



科学出版社



中国文库 三  
科学技术类 三

# 中国传统数学思想史

郭金彬 孔国平 著

科学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

中国传统数学思想史. /郭金彬, 孔国平著. —北京: 科学出版社, 2007. 9

(中国文库)

ISBN 978-7-03-020350-2

I. 中… II. ①郭… ②孔… III. 数学史—中国—古代  
IV. O112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 146432 号

责任编辑: 侯俊琳 邱 璐 王剑虹

整体设计: 翁 涌 李 梅

责任印制: 董文权

## 中国传统数学思想史

Zhongguo Chuantong Shuxue Sixiang Shi

郭金彬 孔国平 著

科学出版社出版

<http://www.sciencep.com>

北京东黄城根北街 16 号 邮编: 100717

北京瑞古冠中印刷厂印刷 新华书店总店北京发行所经销

2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

开本: 880 毫米×1230 毫米 1/32 印张: 13.75

字数: 356 千字 印数: 1—4500

ISBN 978-7-03-020350-2

定价: 28.00 元

## “中国文库”出版前言

“中国文库”主要收选 20 世纪以来我国出版的哲学社会科学研究、文学艺术创作、科学文化普及等方面的优秀著作和译著。这些著作和译著，对我国百余年来的政治、经济、文化和社会的发展产生过重大积极的影响，至今仍具有重要价值，是中国读者必读、必备的经典性、工具性名著。

大凡名著，均是每一时代震撼智慧的学论、启迪民智的典籍、打动心灵的作品，是时代和民族文化的瑰宝，均应功在当时、利在千秋、传之久远。“中国文库”收集百余年来的名著分类出版，便是以新世纪的历史视野和现实视角，对 20 世纪出版业绩的宏观回顾，对未来出版事业的积极开拓，为中国先进文化的建设，为实现中华民族的伟大复兴做出贡献。

大凡名著，总是生命不老，且历久弥新、常温常新的好书。中国人有“万卷藏书宜子弟”的优良传统，更有当前建设学习型社会的时代要求，中华大地读书热潮空前高涨。“中国文库”选辑名著奉献广大读者，便是以新世纪出版人的社会责任心和历史使命感，帮助更多读者坐拥百城，与睿智的专家学者对话，以此获得丰富学养，实现人的全面发展。

为此，我们坚持以“三个代表”重要思想为统领，坚持贯彻“百花齐放、百家争鸣”的方针，坚持按照“贴近实际、贴近生活、贴近群众”的要求，以登高望远、海纳百川的广阔视野，披沙拣金、露抄雪纂的刻苦精神，精益求精、探赜索隐的严谨态度，投入到这项规模宏大的出版工程中来。

“中国文库”所收书籍分列于8个类别，即：(1)哲学社会科学类(哲学社会科学各门类学术著作)；(2)史学类(通史及专史)；(3)文学类(文学作品及文学理论著作)；(4)艺术类(艺术作品及艺术理论著作)；(5)科学技术类(科技史、科技人物传记、科普读物等)；(6)综合·普及类(教育、大众文化、少儿读物和工具书等)；(7)汉译学术名著类(著名的外国学术著作汉译本)；(8)汉译文学名著类(著名的外国文学作品汉译本)。计划出版1000种，自2004年起出版，每年出版1至2辑，每辑约100种。

“中国文库”所收书籍，有少量品种因技术原因需要重新排版，版式有所调整，大多数品种则保留了原有版式。一套文库，千种书籍，庄谐雅俗有异，版式整齐划一未必合适。况且，版式设计也是书籍形态的审美对象之一，读者在摄取知识、欣赏作品的同时，还能看到各个出版机构不同时期版式设计的风格特色，也是留给读者们的一点乐趣。

“中国文库”由中国出版集团发起并组织实施。收选书目以中国出版集团所属出版机构出版的书籍为主要基础，逐步邀约其他出版机构参与，共襄盛举。书目由“中国文库”编辑委员会审定，中国出版集团与各有关出版机构按照集约化的原则集中出版经营。编辑委员会特别邀请了我国出版界德高望重的老专家、领导同志担任顾问，以确保我们的事业继往开来，高质量地进行下去。

“中国文库”，顾名思义，所收书籍应当是能够代表中国出版业水平的精品。我们希望将所有可以代表中国出版业水平的精品尽收其中，但这需要全国出版业同行们的鼎力支持和编辑委员会自身的努力。这是中国出版人的一项共同事业。我们相信，只要我们志存高远且持之以恒，这项事业就一定能持续地进行下去，并将不断地发展壮大。

### “中国文库”编辑委员会

# “中国文库”第三辑

## 编辑委员会

### 顾 问

(按姓名笔画为序)

于友先 邬书林 刘 果 许力以 杜导正 李从军 李东生  
杨牧之 宋木文 张小影 柳斌杰 徐惟诚 龚心瀚

主 任：聂震宁

副主任：刘伯根

### 委 员

(按姓名笔画为序)

王之江 王 琦 王瑞书 边彦军 吕建华 刘玉山 刘国辉  
刘健屏 李 岩 李保平 李 峰 杨 才 杨 耕 杨德炎  
吴江江 吴希曾 吴尚之 吴 斌 何林夏 汪继祥 宋一夫  
宋焕起 张伟民 张 琦 陈 鵬 胡守文 俞晓群 祝君波  
贺圣遂 贺耀敏 栾世禄 黄书元 曹 铁 龚 莉 惠西平  
程大利 焦国瑛 解 伟 薛炎文

## **“中国文库”第三辑编辑委员会办公室**

**主任：**刘伯根

**副主任：**刘国辉 宋焕起

**成员：**(按姓名笔画为序)

于殿利 刘晓东 李红强 汪家明 林 阳

徐 俊 潘凯雄

**出版编务组：**

李红强 仵永成 蔡增裕 谢仲礼 乔先彪

全冠军

# 中國傳統數學思想史

吳文俊題

## 前　　言

歌德曾经说过：“科学的历史本身是一门科学。如果不承认我们前人所取得的成就，就不能清楚地了解科学的现状。”著名的法国数学家庞加莱说过：“如果我们希望预知数学的未来，最合适途径就是研究这门科学的历史和现状。”

2002年8月，第24届国际数学家大会在北京举行，中国著名数学家吴文俊教授是本届大会主席。吴文俊院士在接受新华社记者专访时表示，中国不仅要振兴数学，更要复兴数学，重现古代数学的辉煌。他说：“我一直推崇中国的古代数学。”如果把科学作为文化的重要组成部分的话，那么，作为科学的重要组成部分——中国传统数学和数学思想，它的“振兴”和“复兴”，对于倡导先进文化、追求先进文化，则具有十分重要的作用。

数学思想是数学产生、发展的思想依据和思想方法，也包括数学成果所蕴涵的思想精髓。中国传统数学思想是珍贵的人类思想宝藏。我们称之为“中国传统数学思想”，是因为它具有浓厚的中华民族传统特色。“中国传统数学思想”概念的提出，既表示在古代我国有与世界其他古代文明中心不同特色的数学思想，也表示中国现代数学在它从古至今的发展历程中曾经有过自己独特风格的思想渊源，并且这种思想渊源至今仍有它的宝贵价值。

科学的价值在于求真,科学的本性是创新。坚持先进文化的前进方向,必须吸收国际的科学思想精华,必须继承和弘扬祖国优秀 的传统科学思想,与时俱进,开拓创新。中国传统数学思想,是中华民族科学精神和科学智慧的结晶。勤劳、勇敢、聪明的中国人,产生和缔造了传统数学思想,并且不断孕育和创建新的数学思想。

新的数学思想的产生,可以是沿着传统的轨迹继续前进,凭借丰富的文化背景和牢固的习惯因素,以思维惯性延伸力或习惯势力与新鲜力量的活力重组而开拓出新天地;也可能因学科渗透,以科学移植和科学联结的方式出现新胚芽、新细胞和新生长点,从而产生新苗头;也可以是另辟新径,全是新颖的、独创的。但不管怎样,思想积淀和意识创新是必须的。为此,我们提倡研究数学思想与研究其他学问一样,应当是打好基础,灵活应用,大胆创新。数学思想史不是“死”的过去,而是与科学发现、技术发明联系得十分紧密的东西。它对数学既能回忆过去,又可说明现在,还可前瞻未来,是跟历史进行对话的活生生的东西。

思想,本来就应当是活动的。活和动,才能产生思想。本书的写作,旨在努力把中国传统数学思想史写准、写活。如果我们两位作者的努力获得成功的话,那么,读者一定会在阅读此书的过程中,为朴实、精湛、高深的中国传统数学思想感到格外自豪,并且从中受益。这样,我们也算是对得起许许多多关心和支持这项事业的同行、同仁了。

# 目 录

## 前言

<b>第一章 中国传统数学思想的起源</b> .....	(1)
第一节 结绳和书契.....	(1)
第二节 记数和算术.....	(4)
第三节 规矩和方圆.....	(9)
第四节 九九之术 .....	(12)
第五节 河图、洛书.....	(18)
第六节 算筹、筹算.....	(22)
<b>第二章 《周髀算经》、《墨经》的数学思想</b> .....	(28)
第一节 数之所生 .....	(29)
第二节 数安从出 .....	(31)
第三节 墨家谈数学 .....	(35)
第四节 名家论抽象 .....	(43)
第五节 勾股定理的证明 .....	(47)
<b>第三章 《九章算术》与刘徽的数学思想</b> .....	(50)
第一节 《九章算术》及刘徽注 .....	(50)
第二节 刘徽的自然哲学思想 .....	(72)
第三节 刘徽的极限思想和理论 .....	(82)
第四节 刘徽的“析理以辞” .....	(89)
第五节 刘徽建立数学理论体系的思想和方法.....	(103)
<b>第四章 中国传统数学思想的丰富和发展</b> .....	(116)
第一节 《孙子算经》、《海岛算经》的数学思想 .....	(116)

---

第二节	《张丘建算经》、《缉古算经》的数学思想	(128)
第三节	祖冲之、祖暅与《缀术》	(137)
第四节	《五曹算经》、《五经算术》和《夏侯阳算经》的数学思想	(147)
第五节	刘焯、一行与内插法	(151)
<b>第五章</b>	<b>宋元时期的数学思想</b>	(157)
第一节	时代背景	(157)
第二节	贾宪和沈括	(165)
第三节	刘益、蒋周、洞渊与石信道	(182)
第四节	李冶	(191)
第五节	秦九韶	(207)
第六节	杨辉	(222)
第七节	郭守敬、王恂与赵友钦	(238)
第八节	朱世杰及元代后期的数学思想	(245)
第九节	中国传统的几何代数化思想	(271)
<b>第六章</b>	<b>中国传统数学及数学思想的重大调整</b>	(284)
第一节	中国传统数学高涨之后	(284)
第二节	中国传统数学的缓慢调整	(292)
第三节	徐光启的数学思想	(298)
第四节	算盘及珠算	(302)
第五节	康熙与数学	(316)
第六节	梅文鼎、梅瑴成的数学思想与方法	(320)
第七节	明安图、陈际新的数学思想与方法	(325)
第八节	焦循、汪莱和李锐的数学研究	(328)
第九节	丁取忠及其弟子的数学研究	(333)
第十节	李善兰、华蘅芳的数学思想与方法	(337)
<b>第七章</b>	<b>中国传统数学思想的继承、发扬和提高</b>	(352)
第一节	数学“科学共同体”的产生	(352)

---

第二节 计划性地发展数学.....	(371)
第三节 中华人民共和国建国初期数学的主要成就及特 色.....	(379)
<b>第八章 探讨新数学思想.....</b>	<b>(390)</b>
第一节 新时代产生新数学思想.....	(390)
第二节 简论“数学地理解”.....	(399)
第三节 对中国传统数学思想的新理解.....	(408)
余论.....	(414)
参考文献.....	(420)
后记.....	(423)

# 第一章 中国传统数学思想的起源

考究中国传统数学思想的起源,可以追溯到很早以前。殷商以前的,主要是凭传说、考古推断;殷商开始,因为有了殷墟甲骨文、周秦金文、居延汉简的发现,以及流传下来的古代书籍,人们得以有文字记载的依据。本章就我国早期萌发的数学思想,举其最主要者分列数节论述如下。

## 第一节 结绳和书契

我国史前传说中,与数学思想和数学起源、发展有关的首先是结绳,此传说见于旧籍的有以下几种:

《易·系辞》云:“上古结绳而治,后世圣人易之以书契。”这是我国关于结绳说法的最早记载。

《庄子》卷四《胠箧》第十称:“昔者容成氏,大庭氏,伯皇氏,中央氏,栗陆氏,驩畜氏,轩辕氏,赫胥氏,尊卢氏,祝融氏,伏羲氏,神农氏。当是时也,民结绳而用之。”

刘知几在《史通》中说:“上古结绳以理,后世圣人易之以书契。儒者云:伏羲氏始画八卦,造书契,以代结绳之政,由是文艺生焉。”

宋祝穆新编古今《事文类聚》别集卷三三,引《书序》称:“始造书契,以代结绳之政。”

《北堂书钞》卷一二引《典论》称:“(伏羲立)结绳而治。”

后汉武梁石室像赞称:“伏戏,仓精,初造王业,画卦结绳,以理

海内。”<sup>①</sup>

结绳就是用绳打结,以不同形状和数量的绳结标记不同事件。三国吴虞翻在其著《易九家义》里引郑玄注,说明了此意,认为:“事大,大结其绳,事小,小结其绳,结之多少,随物众寡。”这种用绳打结的方式来表示物之众寡,是我们祖先在文字产生前的一种记事方法。在人类的生活实际和生产实践中,所碰到的事物是复杂的,然而用绳打结这样的方式,是比较简单而且易行的。这种用简单的方式来表示复杂事物的举动,也是基于人类在早期认识中就有的一种十分自然的观念——对比。早期的数学思想,是与人类的生活实际紧密相连的,在人的生活实际和实践活动中,产生和出现“表示”和“对比”的观念是很自然的事。“表”即标识、标记,“谓征识也”。“示”,《尚书》、《礼》中都载有表示的意思。《尚书·武成》曰:“归马于华山之阳,放牛于桃林之野,示天下弗服。”《礼·仲尼燕居》曰:“是故古之君子,不必亲相与言也,以礼众相示而已。”这里的“示”,都是表示的意思。生活内容的丰富促使人在思维中想用一些方法,以此表示彼或将此物(法)和彼物(法)进行对比。最初的方式是在物与物之间进行。当然,在表示、对比时是要采用一些方法的。早期这样的方法很简单,与数学有关的记载就是结绳。结绳的大小多少,与事物的大小众寡,是种对比。然而知道这样去进行对比,迈出这一步是十分重要的。因为结绳与事物的逐一对比,是一个集合与另一个集合的对比,这两个集合既可进行对比,就说明它们有着共同的东西,这共同的东西就是性质,是物体集合的一种性质,而这种性质就是物体的数目。我们的祖先能够用结绳这种方法判断出在生活实际和生产实践中所遇到的这一物体集合或那一物体集合的大小,就意味着数已被直接了解为物体集合的不可或缺的性质。同时,顺序的观念也伴随着产生。知道结绳

---

<sup>①</sup> 以上引文参看李俨:《中算史论丛》,第二集,科学出版社,1954年,第2页。

记事虽然还不能说是懂得了抽象的数(因为此时还没把数与具体物体集合分离开来),但它为人类能进一步得到抽象的数据提供了科学的思路。结绳记事的普遍使用,至迟可推断在新石器早期。

结绳记事对后世的影响是很大的,在一些少数民族地区,有的甚至将此作为遗俗一直流传下来。宋代朱熹谈到苗族结绳时说:“结绳,今溪洞诸蛮犹有此俗。”清代严如煌在《苗疆民俗考》中说:“苗民不知文字,父子递传,以鼠牛虎马记年月,暗与历书合。……有所控告,必请士人代书。……性善忘,则结于绳。”但从数学思想史的角度考察,结绳记事最重要的意义是:它是书契、数字的先导。

《易·系辞》云:“上古结绳而治,后世圣人易之以书契。”这里不但说了结绳,而且还说到后世圣人以书契易结绳。

梁朝刘昭补并注《后汉书》祭祀注云:“尝闻儒言:三皇无文,结绳而治,自五帝始有书契。”

唐代司马贞补并注《史记·三皇本纪》云:“太皞庖牺氏……造书契以代结绳之政。”

究竟什么时候作书契?这已很难考证了。然而先出现结绳后出现书契,以书契易结绳,则已为世人所公认,并且也比较符合实际。关于书契的意义,《释名》、《说文》、《广韵》、《周官》、《列子》、《墨子》、《后汉书》等书都有阐述。“书契”的“契”,既有刻的意思,也有契约、契卷等含义。从数学的角度来考察,它指的是刻出符号,以为记数。其材料是天然兽骨,已经刮治过的肩胛骨和龟骨;书契用在数学方面的,有甲骨文、周秦金文和以后的东汉许慎《说文》。

从结绳到书契,是提炼“抽象的数”的概念的一大飞跃。这一飞跃体现了我们的祖先已经把数看成是物体集合的一种性质,并且把它与物体集合分离开来而得到与具体物无关的一般的数。其构形为抽象的象形字和假借字。

结绳、书契在我们现代人看来,的确是十分简单的事。但这在今天看来十分简单的事情中却含有宝贵的科学因素,它是产生抽象的数的概念和往后对数进行研究的重要起点,是我们探讨数学思想时要弄清它的早期萌发阶段所必须关注的首要问题。

## 第二节 记数和算术

研究数学及数学思想,最先要与之打交道的就是数。数(shù)起源于数(shǔ)。有了自然数,并且一个一个地数(shǔ),这显然要涉及进制问题。我国在原始社会就已形成了十进制,到了商代已经有了完整的十进制体系,以后就一直沿用。从殷墟甲骨文和周秦金文记数的文字可以看到,殷人用一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万这13个单字记10万以内的任何自然数。十以下自一至五,十以上自一十至四十,由累积而成,再进皆以十进。如《前汉书·律历志》曰:“数者一十百千万也。”唐朝颜师古注称:“大雅假乐之师曰:千禄百福,子孙千亿,言成王宜众宣人,天所保佑,求得福禄,故子孙众多也,十万曰亿,故此谢书引以为言。”这里说的是“十万曰亿”。赵君卿注《周髀算经》时亦云“十万曰亿”。而《左传·闵公》中有“万,盈数也”,《左传》正义中有“万万曰亿”,《诗经》中有“数万至万曰亿”,韦昭解《国语·郑语》中有“十万曰亿,十亿曰兆”等记载。这些都涉及大数。

但从《风俗通》等书记载可以看到,中国古代的大数记数法,在万以上,有亿、兆、京(京)、垓(垓、垓)、秭、迭、载、极,并且都是十进。《太平御览》卷七百五十及《一切经音义》卷二十七引《风俗通》云:十谓之百,十百谓之千,十千谓之万,十万谓之亿,十亿谓之兆,十兆谓之京(京),十京(京)谓之垓(垓),十垓谓之秭,十秭谓之迭,十迭谓之载,十载谓之极。

考察中国的大数与进制,是有演变与发展的。汉代以后万以