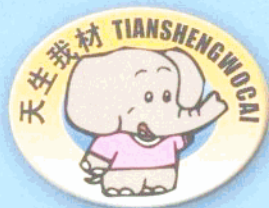


与人教版义务教育课程标准实验教科书配套



名师 导练 数学

八年级
下册

总策划 张鹏涛
总主编 程小恒
本册主编 刘辉银

个性化辅导
快速提高成绩
人人成为优等生

大象出版社



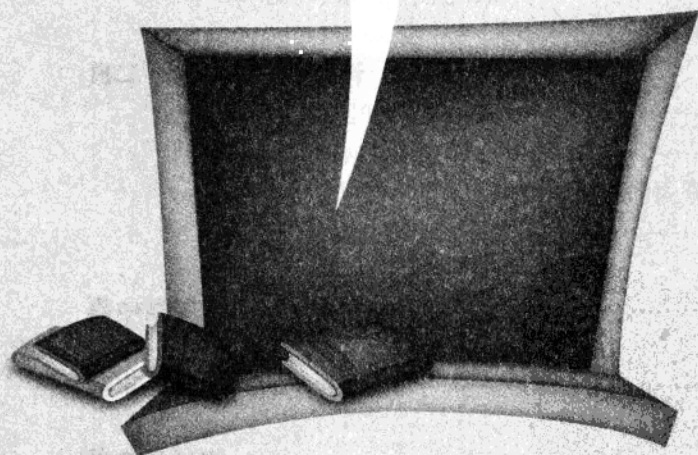
与人教版义务教育课程标准实验教科书配套

名师 导练

数学

八年级
下册

总策划 张鹏涛
总主编 程小恒
本册主编 刘辉银



大象出版社

教育部《基础教育课程改革纲要(试行)》



名师导练



“名师导练”丛书编委会

总策划 张鹏涛

总主编 程小恒

本册主编 刘辉银

编者 范志刚 吕水平 刘辉银 刘志军 章春娥 干银珍

徐东华 陈普望 陈美霞 甘记国 胡胜勤 陈连春

吴刘平 谢智萍 陈德福 朱润枝 张伟程 李丽婷



目 录

第十六章 分式

16.1 分式	1
16.2 分式的运算	8
16.3 分式方程	19
单元巧存盘(第十六章)	24

第十七章 反比例函数

17.1 反比例函数	28
17.2 实际问题与反比例函数	33
单元巧存盘(第十七章)	37

第十八章 勾股定理

18.1 勾股定理	41
18.2 勾股定理的逆定理	44
单元巧存盘(第十八章)	48

第十九章 四边形

19.1 平行四边形	53
19.2 特殊的平行四边形	60
19.3 梯形	72
19.4 课题学习 重心	75
单元巧存盘(第十九章)	77

第二十章 数据的分析

20.1 数据的代表	81
20.2 数据的波动	91
20.3 课题学习 体质健康测试中的数据分析	95
单元巧存盘(第二十章)	99

期中测试	105
------------	-----

期末测试	109
------------	-----

附参考答案

第十六章

分 式

16.1 分 式

16.1.1 从分数到分式

名师开小灶

【例】(1)当 x 取何值时,分式 $\frac{4}{x-3}$ 无意义?

(2)当 x 取何值时,分式 $\frac{x-4}{x^2+1}$ 有意义?

(3)当 x 取何值时,分式 $\frac{x}{2x-6}$ 有意义?

(4)当 x 取何值时,分式 $\frac{x^2-9}{x+3}$ 的值为0?

【点拨】分母为零时,分式无意义;分母不为零时,分式有意义;分式的值为零时,应满足分式的分子为零且分母不为零.

【解答】(1)当 $x-3=0$,即 $x=3$ 时,分式无意义.

(2)因为 $x^2 \geq 0$,所以 $x^2+1 > 0$,所以不论 x 为任何实数,分式 $\frac{x-4}{x^2+1}$ 都有意义.

(3)当 $2x-6 \neq 0$,即 $x \neq 3$ 时,分式 $\frac{x}{2x-6}$ 有意义.

(4)由 $x^2-9=0$,得 $x=\pm 3$.当 $x=3$ 时, $x+3 \neq 0$;当 $x=-3$ 时, $x+3=0$,分式无意义,所以当 $x=3$ 时,分式 $\frac{x^2-9}{x+3}$ 的值为0.

【方法规律】分式无意义的条件是分母为零;分式有意义的条件是分母不为零;分式的值为零的条件是分子为零且分母不为零.

实战演练场

■ 夯实基础

知识点1:分式的概念

1. 下列说法正确的是

A. $\frac{7}{2}$ 是分式

B. $\frac{1}{3}x + \frac{5}{2}$ 是分式

C. $\frac{3xy}{\pi}$ 是分式

D. $\frac{x}{2x+3}$ 是分式

2. 有下列各式:① $2a^2$;② $\frac{x+2y}{3}$;③ $\frac{a+b}{\pi}$;④ $a + \frac{1}{b}$;⑤ $-\frac{a}{2}$;⑥ $\frac{x}{x^2+1}$;⑦ $-\frac{1}{8}(2a+3b)$;

⑧ $-\frac{x+1}{x^2-1}$. 其中是分式的有

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 有下列各式:① $-\frac{1}{4y}$; ② $\frac{x^2-y^2}{2}$; ③ $\frac{x^2y}{x}$; ④ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3a}$; ⑤ $\frac{2b}{0.5a+5}$; ⑥ $\frac{x+1}{\pi}$. 其中是整式的有 _____, 是分式的有 _____. (填序号)

4. 在式子 $\frac{2a-3b}{4}$, $\frac{1}{y}$, $\frac{2R}{\pi+4}$, $2y^2-7$, $\frac{x+y}{x^2+y^2}$, $\frac{a+b}{ab}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{2}{t}+3$ 中, 整式有 m 个, 分式有 n 个, 则 $\frac{m^2-n^2}{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知轮船在静水中的速度为 a 千米/时, 水流速度为 3 千米/时. 列式表示下列各量, 并指出哪些是分式, 哪些是整式.

(1) 若轮船在静水中航行 4 小时, 则轮船航行了多少千米? 若轮船在静水中航行 80 千米, 则需多长时间?

(2) 若轮船顺水航行 3 小时, 则轮船航行了多远? 若轮船顺水航行 60 千米, 则需多长时间?

(3) 若轮船逆水航行 5 小时, 则轮船航行了多远? 若轮船逆水航行 100 千米, 则需多长时间?

知识点 2: 分式存在的条件

6. 对于分式 $\frac{x-3}{2x+8}$, 当 x _____ 时, 该分式无意义; 当 x _____ 时, 该分式有意义; 当 x _____ 时, 该分式的值为 0.

7. (2007 · 河南) 使分式 $\frac{x}{x+2}$ 有意义的 x 的取值范围是 【 】

A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$ C. $x > -2$ D. $x < -2$

8. 当 $a = -2$ 时, 分式 $\frac{a+2}{a^2-4}$ 的值 【 】

A. 等于零

B. 等于 2

C. 等于 -2

D. 没有意义

9. 如要分式 $\frac{2x+8}{x^2+y^2}$ 有意义, 那么 【 】

A. x, y 都不为零B. x, y 不都为零C. x, y 都为零D. $x = -y$

10. 使分式 $\frac{x-3}{(x+3)(x-3)}$ 有意义的 x 的取值是 【 】

A. $x \neq 3$ B. $x \neq -3$

C. $x \neq 3$ 且 $x \neq -3$ D. $x \neq -3$ 或 $x \neq 3$ 11. (2008 · 温州) 若分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为 0, 则 x 的值是

【 】

A. 0

B. 1

C. -1

D. -2

12. 当 x 取何值时, 下列分式无意义?

(1) $\frac{x}{x-9}$;

(2) $\frac{x+3}{x^2-25}$;

(3) $\frac{x+2}{|x|-2}$.

13. 当 x 取何值时, 下列分式的值为零?

(1) $\frac{x}{x-9}$;

(2) $\frac{x-2}{x^2+4}$;

(3) $\frac{|x|-3}{(x+2)(x+3)}$.

■提高能力

14. (2008 · 北京) 有一组按规律排列的式子: $-\frac{b^2}{a}, \frac{b^5}{a^2}, -\frac{b^8}{a^3}, \frac{b^{11}}{a^4}, \dots (ab \neq 0)$, 其中第 7 个式子是 _____, 第 n 个式子是 _____ (n 为正整数).

15. (2007 · 眉山) 某种长途电话的收费方式如下: 接通电话的第一分钟收费 a 元, 之后的每分钟收费 b 元, 如果某人打长途电话被收费 8 元钱, 则此人打长途电话的时间是 【 】

A. $\frac{8-a}{b}$ 分钟

B. $\frac{8}{a+b}$ 分钟

C. $\frac{8-a+b}{b}$ 分钟

D. $\frac{8-a-b}{b}$ 分钟

16. 下列判断错误的是

【 】

A. 当 $x \neq \frac{3}{5}$ 时, 分式 $\frac{x}{5x-3}$ 有意义B. 当 $a = 2$ 时, 分式 $\frac{3a+1}{3a}$ 有意义C. 当 $m \neq n$ 时, 分式 $\frac{2}{m^2-n^2}$ 有意义D. 当 $a \neq 0$ 且 $a \neq b$ 时, 分式 $\frac{a^2-b^2}{a(a-b)}$ 有意义

17. 已知分式 $\frac{y+n}{y+m}$, 当 $y = -2$ 时, 该分式没有意义; 当 $y = 8$ 时, 该分式的值为零. 试求代数式 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 的值.

18. 对于任意非零实数 a, b , 定义新运算“ $\ast$ ”如下: $a \ast b = \frac{a-b}{2ab}$, 如 $4 \ast 2 = \frac{4-2}{2 \times 4 \times 2} = \frac{1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$; $6 \ast 4 = \frac{6-4}{2 \times 6 \times 4} = \frac{1}{6 \times 4} = \frac{1}{24}$. 试求 $4 \ast 2 + 6 \ast 4 + 8 \ast 6 + \cdots + 2010 \ast 2008$ 的值.

19. (2007 · 岳阳) 阅读下面材料, 然后解答后面的问题:

我们知道方程 $2x + 3y = 12$ 有无数组解, 但在实际生活中我们往往只要求其正整数解.

解: 由 $2x + 3y = 12$, 得 $y = \frac{12-2x}{3} = 4 - \frac{2}{3}x$, (x, y 为正整数)

所以 $\begin{cases} x > 0, \\ 12 - 2x > 0, \end{cases}$ 则有 $0 < x < 6$,

又 $y = 4 - \frac{2}{3}x$ 为正整数, 则 $\frac{2}{3}x$ 为正整数.

由 2 与 3 互质, 可知: x 为 3 的倍数, 从而 $x = 3$, 代入得 $y = 4 - \frac{2}{3} \times 3 = 2$,

所以 $2x + 3y = 12$ 的正整数解为 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$

问题:

(1) 请你写出方程 $2x + y = 5$ 的一组正整数解: _____.

(2) 若 $\frac{6}{x-2}$ 为自然数, 则满足条件的正整数 x 的值有

[]

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

(3) 九年级某班为了奖励学习进步的学生, 购买了单价为 3 元的笔记本与单价为 5 元的钢笔两种奖品, 共花费 35 元. 请你算一算: 笔记本和钢笔各购买了多少?

16.1.2 分式的基本性质

名师开小灶

【例】若 $\frac{x}{y} = -2$, 求分式 $\frac{x^2 - 3xy - 3y^2}{x^2 - 7xy - 9y^2}$ 的值.

【点拨】若想从已知条件求出 x, y 的具体值, 显然行不通, 另外待求的分式也不能化简, 因此解答此题应找到已知与未知之间的联系, 这就需要利用分式的基本性质, 把分式的分子、分母化成含有一个字母的因式, 再采用整体代入法进而求解.

【解答】方法一: 因为 $\frac{x}{y} = -2, y \neq 0$,

$$\text{所以 } \frac{x^2 - 3xy - 3y^2}{x^2 - 7xy - 9y^2} = \frac{(x^2 - 3xy - 3y^2) \cdot \frac{1}{y^2}}{(x^2 - 7xy - 9y^2) \cdot \frac{1}{y^2}} = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 3 \cdot \frac{x}{y} - 3}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 7 \cdot \frac{x}{y} - 9} = \frac{(-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 3}{(-2)^2 - 7 \cdot (-2) - 9} = \frac{7}{9}.$$

方法二: 因为 $\frac{x}{y} = -2$, 所以 $x = -2y$, 又 $y \neq 0$,

$$\text{所以 } \frac{x^2 - 3xy - 3y^2}{x^2 - 7xy - 9y^2} = \frac{(-2y)^2 - 3 \cdot (-2y)y - 3y^2}{(-2y)^2 - 7 \cdot (-2y)y - 9y^2} = \frac{7y^2}{9y^2} = \frac{7}{9}.$$

【方法规律】本题中采用的整体代入法是数学中一种十分重要的思想方法, 一般情况下, 在条件含有不定量时, 不求具体值, 而是将其看做一个“整体”代入进行运算, 从而达到化简求值的目的.

实战演练场

■ 夯实基础

知识点1: 分式的基本性质

1. 填空:

(1) $\frac{y}{x} = \frac{(\quad)}{x^2}$; (2) $\frac{m+n}{m-n} = \frac{m^2-n^2}{(\quad)}$; (3) $\frac{4}{ab} = \frac{4a^2b^2}{(\quad)}$.

2. 不改变分式的值, 使下列分式的分子与分母数都不含“-”号:

(1) $\frac{-9b}{4a} = \frac{\quad}{\quad}$; (2) $\frac{11a}{-3b} = \frac{\quad}{\quad}$; (3) $\frac{-10y}{-13x} = \frac{\quad}{\quad}$.

3. 使等式 $\frac{a+1}{a-2} = \frac{(a+1)(a-5)}{(a-2)(a-5)}$ 成立的条件是 $\frac{3}{5}x - 1$.

4. 不改变分式 $\frac{\frac{3}{5}x - 1}{0.3x + 2}$ 的值, 把它的分子和分母中的各项系数都化为整数, 则所得的结果是

【 】

A. $\frac{3x-1}{3x+2}$

B. $\frac{6x-1}{3x+2}$

C. $\frac{6x-10}{3x+20}$

D. $\frac{3x-5}{3x+20}$

5. (2007·黄冈) 下列运算中, 错误的是

【 】

A. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} (c \neq 0)$

B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

$$C. \frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$$

$$D. \frac{x-y}{x+y} = \frac{y-x}{y+x}$$

6. 下面是两位同学做的两种变形, 请你判断正误, 并说明理由:

$$\text{甲生: } \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}; \quad \text{乙生: } \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}.$$

知识点2: 约分

7. (2008 · 青岛) 化简: $\frac{x^2-9}{x-3} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. (2007 · 无锡) 化简分式 $\frac{b}{ab+b^2}$ 的结果为 []

A. $\frac{1}{a+b}$

B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{a+b^2}$

D. $\frac{1}{ab+b}$

9. 分式 $\frac{(x^2-4)(x-2)^2}{(2-x)^3(x+2)^2}$ 约分得 []

A. $\frac{1}{x+2}$

B. $-\frac{1}{x+2}$

C. $\frac{1}{x-2}$

D. $\frac{1}{2-x}$

10. 约分:

(1) $\frac{-12x^2y^3}{8x^3y^2};$

(2) $\frac{2y(y-x)^3}{4x(x-y)^2};$

(3) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}.$

11. 先化简再求值:

(1) $\frac{a^2-1}{a-1}$, 其中 $a=99$;

(2) $\frac{x^2-4y^2}{4x^2-8xy}$, 其中 $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{8}.$

知识点3:通分

12. 分式 $\frac{1}{3a^2b}$ 与 $\frac{5}{9ac^2}$ 的最简公分母是 _____; 分式 $\frac{1}{y+1}$, $\frac{1}{y^2-1}$, $\frac{1}{y^2+2y+1}$ 的最简公分母是 _____.

13. $\frac{1}{a} + b$ 可变形为

【 】

A. $\frac{1}{a} + \frac{b}{a}$

B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{a} + \frac{ab}{a}$

D. $\frac{1}{a} + \frac{ab}{b}$

14. 分式 $\frac{1}{x^2-2x+1}$, $\frac{2}{x^2-1}$, $-\frac{1}{x^2+2x+1}$ 的最简公分母是

【 】

A. $(x^2+1)^2$

B. $(x^2-1)(x^2+1)$

C. $(x+1)^2(x-1)^2$

D. $(x-1)^4$

15. 通分:

(1) $-\frac{y}{4x^2}$, $\frac{x^2}{3y^3}$, $\frac{4}{5xy}$; (2) $a+2$, $\frac{1}{2-a}$, $\frac{3}{(a-2)^2}$; (3) $\frac{a+b}{(a-b)(b-c)}$, $\frac{b+c}{(b-c)(c-a)}$.

■提高能力

16. 若 $\frac{xy}{x-y}$ 中的 x, y 值都变为原来的 3 倍, 则此分式的值

【 】

A. 不变

B. 是原来的 3 倍

C. 是原来的 $\frac{1}{3}$ D. 是原来的 $\frac{1}{9}$

17. 某人骑自行车匀速爬上一个斜坡后立即下坡回到出发点, 若上坡速度为 a 米/分, 下坡速度为 b 米/分, 则他上、下坡的平均速度为

【 】

A. $\frac{a+b}{2}$ 米/分

B. $\frac{a+b}{ab}$ 米/分

C. $\frac{ab}{a+b}$ 米/分

D. $\frac{2ab}{a+b}$ 米/分

18. 有下列各式: $\frac{b-a}{a+b}$, $-\frac{b-a}{a-b}$, $\frac{b-a}{-a-b}$, $-\frac{a-b}{-a-b}$, 其中与分式 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值相等的有

【 】

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

19. (2007·赤峰) 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$, 试求分式 $\frac{a-3ab+b}{2a-7ab+2b}$ 的值.

20. 已知分式 $-\frac{6a+18}{a^2-9}$.

- (1) 若该分式的值为正整数, 求整数 a 的值;
 (2) 若该分式的值为整数, 求整数 a 的值.

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除

名师开小灶

【例】计算: (1) $y \div (y-1) \cdot \frac{1}{y-1}$; (2) $y \div \left[(y+3) \cdot \frac{1}{y+3} \right]$;

(3) $\frac{a^2-1}{a^2+4a+4} \div (a+1) \cdot \frac{a+2}{a-1}$.

【点拨】(1)(3) 按乘除混合运算顺序进行计算; (2) 先算括号内, 再算括号外.

【解答】(1) 原式 $= y \cdot \frac{1}{y-1} \cdot \frac{1}{y-1} = \frac{y}{(y-1)^2}$.

(2) 原式 $= y \div 1 = y$.

(3) 原式 $= \frac{(a+1)(a-1)}{(a+2)^2} \cdot \frac{1}{a+1} \cdot \frac{a+2}{a-1} = \frac{1}{a+2}$.

【方法规律】同级运算按从左到右的顺序依次计算, 当分式的分子、分母是多项式时, 一般先分解因式, 再将乘除法统一成乘法, 然后约分.

实战演练场

■ 夯实基础

知识点 1: 分式的乘除

1. 填空: (1) $-2ab \cdot \frac{2a}{2b^2} =$ _____; (2) $\frac{a^2-1}{a^2} \div \frac{a-1}{a} =$ _____; (3) $a \div \frac{1}{a} \cdot a =$ _____

$$\text{_____}; (4) (ab - a^2) \div \frac{a-b}{ab} = \text{_____}.$$

$$2. (1) \text{_____} \cdot \frac{x}{3y^2} = -\frac{x^2}{y}; (2) \text{_____} \div 3xy = \frac{1}{4z}; (3) \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} \div \text{_____} = \frac{m-n}{m^2 + n^2}.$$

3. 下列计算正确的是

【 】

A. $m \div \left(n \div \frac{1}{n}\right) = m$

B. $n \div m \cdot \frac{1}{n} = \frac{n^2}{m}$

C. $a^4 \div \frac{1}{a} \div a^3 = 1$

D. $\frac{1}{b} \div b \cdot b \div \frac{1}{b} = 1$

4. 若 $\frac{1}{a-3} \cdot \frac{3a-9}{a+2}$ 的结果恒为正, 则 a 的取值范围是

【 】

A. $a < -2$

B. $a \neq 3$

C. $a > -2$

D. $a > -2$ 且 $a \neq 3$

5. 计算:

(1) $\frac{x}{x^2-3x} \cdot (x^2-9);$

(2) $\frac{4m}{3n} \div \frac{7ab}{4a^2} \div \frac{3b^2}{28ab};$

(3) $\frac{x^2-x}{x+1} \div \frac{x}{x+1};$

(4) $\frac{2x+1}{x+1} \div \frac{1-4x^2}{1-x^2} \cdot \frac{1}{x-1}.$

6. (2007 · 山西) 化简求值: $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{1}{2x-2}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$.

知识点2: 分式的乘方

7. 填空: $\left(-\frac{2xy}{z}\right)^2 = \text{_____}, \left(-\frac{2xy}{z}\right)^3 = \text{_____}, \left(\frac{5b^2c}{-3a^3}\right)^3 = \text{_____}.$

8. 下列计算正确的是

【 】

A. $\left(\frac{2}{x+y}\right)^2 = \frac{4}{x^2+y^2}$

B. $\frac{(a^4)^2}{a^2} = a^4$

C. $\frac{b-a}{a^2-b^2} = -\frac{1}{a+b}$

D. $\left(\frac{3x}{2y}\right)^3 = \frac{9x^3}{6y^3}$

9. 计算① $\frac{a}{y} \cdot \frac{x}{a}$; ② $\frac{n}{m} \cdot \frac{4m}{n}$; ③ $\left(\frac{2}{x}\right)^2 \div \frac{2}{x} \cdot x$; ④ $\left(\frac{n}{m}\right)^2 \div \frac{4n^2}{m}$ 四个算式,其结果是分式的有

【 】

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

10. 有下列算式:① $\left(-\frac{3a^2}{2b}\right)^3 = -\frac{3a^6}{2b^3}$; ② $\left(-\frac{3a^2}{2b}\right)^3 = -\frac{9a^5}{6b^3}$; ③ $\left(\frac{2x}{x+y}\right)^2 = \frac{2x^2}{(x+y)^2}$; ④ $\left(-\frac{5a^3}{4y}\right)^3 = -\frac{125a^9}{64y^3}$. 其中错误的有

【 】

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

11. 计算:

(1) $\left(-\frac{2a^3}{-b^2}\right)^2$;

(2) $\left(\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{xy}{x-y}\right)^4$;

(3) $\left(-\frac{y^2}{2x}\right) \div \left(\frac{y}{x^2}\right)^3 \cdot (xy^2)^3$;

(4) $\left(\frac{4a}{x+y}\right)^3 \div \left(\frac{y-x}{y+x}\right)^2 \cdot (y^2-x^2)$.

■提高能力

12. 若 $y_1 = 2x, y_2 = \frac{2}{y_1}, y_3 = \frac{2}{y_2}, \dots, y_{2008} = \frac{2}{y_{2007}}$, 则 $y_1 \cdot y_{2008} =$ _____.

13. 若代数式 $\frac{x+1}{x+2} \div \frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x+6}{x+5}$ 有意义, 则 x 的取值范围是

【 】

A. $x \neq -2$ 且 $x \neq -4$ B. $x \neq -2$ 且 $x \neq -4$ 且 $x \neq -5$ C. $x \neq -2$ 且 $x \neq -4$ 且 $x \neq -5$ 且 $x \neq -3$ D. $x \neq -2$ 且 $x \neq -3$ 且 $x \neq -4$ 且 $x \neq -5$ 且 $x \neq -6$

14. $a^2 \div b \cdot \frac{1}{b} \div \left(c \cdot \frac{1}{c}\right) \cdot \frac{1}{d} \div d$ 等于

【 】

A. a^2 B. $\frac{a^2}{b^2c^2d^2}$ C. $\frac{a^2}{b^2d^2}$ D. $\frac{a^2}{b^2c^2}$

15. 阅读下面解题过程, 然后回答问题:

计算: $\frac{1}{x^2 - 6x + 9} \div \frac{x+3}{x-3} \cdot (9 - x^2)$

第一步 解: 原式 = $\frac{1}{(x-3)^2} \div \frac{x+3}{x-3} (3+x)(3-x)$

第二步 = $\frac{1}{(x-3)^2} \cdot \frac{x-3}{x+3} (3+x)(3-x)$

第三步 = 1

回答: (1) 上述过程中, 第一步使用的公式用字母表示为 _____;

(2) 第二步使用的法则用字母表示为 _____;

(3) 第二步到第三步运用的运算方法是 _____;

(4) 以上三步中第 _____ 步有错误, 本题的正确答案是 _____.

16. 化简求值: $\left(\frac{4a^2-1}{a-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{a-3}{2a-1}\right)^2$, 其中 $a = -3$.

17. 已知 $(x-2)^2$ 与 $y^2 - 2y + 1$ 互为相反数, 试求 $\frac{x^4 - y^4}{(2x-y)(x+y)} \cdot \frac{2x-y}{xy^2 - y^3} \div \frac{(x^2 + y^2)^2}{y^2}$ 的值.

18. 课堂上, 张老师给大家出了这样一道题: 当 $x = 3, 5 - 2\sqrt{2}, 7 + \sqrt{3}$ 时, 求代数式 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \div \frac{2x-2}{x+1}$ 的值. 小明一看: “太复杂了, 怎么算呢?” 你能帮小明解决这个问题吗? 请你写出具体过程.

19. 给定下面分式: $\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$ (其中 $x \neq 0$)

(1) 把任意一个分式除以前面一个分式, 你发现了什么规律?

(2) 根据你发现的规律, 试写出给定的这列分式中的第 7 个分式.

20. 阅读下面的解题过程:

已知 $\frac{a}{a^2+1} = \frac{1}{3}$, 求 $\frac{a^2}{a^4+1}$ 的值.

解: 由 $\frac{a}{a^2+1} = \frac{1}{3}$ 知 $a \neq 0$, 所以 $\frac{a^2+1}{a} = 3$, 即 $a + \frac{1}{a} = 3$.

所以 $\frac{a^4+1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$, 故 $\frac{a^2}{a^4+1}$ 的值是 $\frac{1}{7}$.

上面的解题方法叫做“倒数法”, 请你利用“倒数法”解下面的题目:

已知 $\frac{y}{y^2-y+1} = 8$, 求 $\frac{y^2}{y^4+y^2+1}$ 的值.

16.2.2 分式的加减

名师开小灶

【例】计算: (1) (2007 · 安徽) $\left(-\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2+x}$;

(2) (2007 · 青海) $\left(\frac{a^2}{a-3} + \frac{9}{3-a}\right) \div \frac{a+3}{a}$.

【解答】(1) 原式 = $-\frac{x+1}{x(x+1)} + \frac{1}{x(x+1)} = -\frac{1}{x+1}$.

(2) 原式 = $\frac{a^2-9}{a-3} \div \frac{a+3}{a} = \frac{(a+3)(a-3)}{a-3} \cdot \frac{a}{a+3} = a$.

【方法规律】分式混合运算的顺序:先算乘方,再算乘除,最后算加减,有括号的先算括号内.

实战演练场

■ 夯实基础

知识点 1: 分式的加减

1. $\frac{2}{a-2} + \frac{a}{2-a} =$ _____.

2. (2007·内江) $\frac{x+3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2-4} =$ _____.

3. 下列各式计算正确的是

[]

A. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} = \frac{1}{2(a+b)}$

B. $\frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{2b}{ac}$

C. $\frac{c}{a} - \frac{c-1}{a} = \frac{1}{a}$

D. $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{b-a} = 0$

4. 下列结果为 1 的是

[]

A. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

B. $\frac{3x}{y} - \frac{2x}{y}$

C. $y - \frac{1-y}{y}$

D. $\frac{(x+y)^2}{4xy} - \frac{(x-y)^2}{4xy}$

5. 当分式 $\frac{1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1}$ 的值为零时, x 的值为

[]

A. 2

B. -2

C. -1

D. 1

6. 计算:

(1) $\frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x^2-2}{1-x^2};$

(2) $\frac{2a}{a^2-4} + \frac{1}{2-a};$

(3) $\frac{x+2y}{x^2-y^2} + \frac{y}{y^2-x^2} - \frac{2x}{x^2-y^2};$

(4) $a-b + \frac{2b^2}{a+b}.$