北大燕园

2010年 李永乐·李正元

考研数学 9

数学

数学三

【经济类】

全真模拟经典400题

● 主编 清华大学 李永乐
北京大学 刘西垣
中国人民大学 袁荫棠

附有重要基本定理证明

特种纸张等防伪 盗版书将丢失重要信息

国家行政学院出版社

2010 年李永乐·李正元考研数学⑨

数学全真模拟经典400题

（经济类·数学三）

主　编　清　华　大　学　李永乐
　　　　北　京　大　学　刘西垣
　　　　中国人民大学　袁荫棠

编　者　（以姓氏笔画为序）
　　　　北　京　大　学　刘西垣
　　　　北　京　大　学　李正元
　　　　清　华　大　学　李永乐
　　　　中国人民大学　严　颖
　　　　北　京　大　学　范培华
　　　　中国人民大学　袁荫棠

国家行政学院出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学全真模拟经典400题：经济类/袁荫棠，李永乐，刘西垣主编.
－北京：国家行政学院出版社，2001
（考研必备）
ISBN 978-7-80140-175-5

Ⅰ.数… Ⅱ.①袁… ②李… ③刘… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-试题
Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第044470号

书　　名	数学全真模拟经典400题［经济类·数学三］
作　　者	李永乐　刘西垣　袁荫棠
责任编辑	李锦慧
出版发行	国家行政学院出版社出版发行 （北京市海淀区长春桥路6号　100089）
电　　话	（010）88517082
经　　销	新华书店经销
印　　刷	北京市朝阳印刷厂印刷
版　　次	2009年8月第10版
印　　次	2009年8月第1次印刷
开　　本	787毫米×1092毫米　16开
印　　张	12.5
字　　数	330千字
书　　号	ISBN 978-7-80140-175-5/O·14
定　　价	25.00元

前　言

本套书（**李永乐、李正元考研数学系列——《数学复习全书》及《数学全真模拟经典400题》等，国家行政学院出版社**）出版、修订多年以来，深受全国广大考生的好评和厚爱，受到专家同行的肯定，认为本套书在编写体例和内容上有“自己的特色”和“较高的水准及较强的针对性”，较“适合考生备考的需要”，我们深感欣慰。《**2010年考研数学全真模拟经典400题**》根据2010年考试大纲的考试内容、考试要求及试卷结构重新编写，将以更高的质量和新的面貌呈现在广大考生的面前。

本书特点：

1. 每题均全新优化设计，综合性强

为使考研同学考前多一些查漏补缺的机会，多见一些新题型，多一些针对性，考试中多一份把握，我们特优化设计了10套模拟试题。在内容设计上，每道题均涉及两个或两个以上知识点，这些题涵盖新大纲大部分重要考查知识点。通过这10套全新优化设计的试题训练，我们相信一定能提高您的数学的分析问题、解决问题的能力。

2. 注重归纳总结，力求一题多解，解答规范、详细

我们在设计这10套试题时，无论是选择题、填空题，还是解答题（包括证明题），每道题设有：①分析——该题的解题步骤和解题思路、方法；②解答——该题的详细、规范解题过程；③评注——该题所考查的知识点（或命题意图）、解题思路归纳总结和延伸、常见错误和注意事项、涉及的重要结论。同时，在解题过程中，力求一题多解，扩展考生的视野和思路，比较各种解题方法的特点和适用范围，从而提高考生的应试水平。

本书使用说明：

1. 本书是依据2010年考研数学大纲为2010年考研读者全新优化设计的一本全真模拟训练题集，本书中的试题难度略高于2009年考研试题，解答题（包括证明题）体现了考试重点、难点内容，综合性比较强；选择题与填空题着重考查考生对基本概念、基本公式、基本定理的理解和运用，适用于第二、三阶段复习训练之用。

2. 本书中的每道题均有较透彻的分析、详细解答、归纳总结的评注，因此希望考生在做题时，如果遇到了困难，不要急于看分析和解答，一定要多思考，只有这样才能达到本书编写的目的、才能提高应试水平、才能取得好成绩。

3. 考生在使用本书之前，应仔细研读《2010 年考研数学复习全书》（经济类），弄清《考试大纲》中要求掌握的基本概念、基本定理和基本方法，掌握《2010 年考研数学复习全书》（经济类）中所介绍的解题方法、技巧和思路。

特别提醒考生注意：①本书编撰者长期从事于清华大学、北京大学、中国人民大学等重点高校的相关教学，考研辅导经验丰富，并且是各自领域的专家学者，具有足够的专业素养。更重要的是，本书编撰者不辞辛苦，认真钻研考试大纲的考试内容和考试要求，归纳总结考生在学习中的不足及近年来考研数学考试的命题规律，尽力做到考研辅导和考研辅导资料的编写具有很强的针对性和有效性。在编写本书的过程中，编撰者都从头到尾坚持自己亲自完成本书的编写任务，决不假手他人，更不会“借”他人的东西。在这个意义上，“经典”两字实际上是本书编撰者对自己的严格要求。

②为了提高考生数学分析和解决问题的能力，本书所编题目难度较大，有的题目涉及 3 个以上的考点，综合运用性比较高，概念运用性较强，如果考生在做本书试题感到棘手时，请不要着急，更不能泄气，应静下心来，仔细分析题目所考查的是哪些知识点，回忆《数学复习全书》（经济类）所介绍的解题方法，然后再动手做题。我们希望考生一定要动手做题，不要一看了事。

鉴于以上两点，我们希望考生认真对待本书中每道题，对本书中的每套题至少要做二至三遍。我们相信在 2010 年考研数学考试中，您肯定会感到有些题“似曾相识”、甚至“一见如故”。

在本书的编写、编辑和成书过程中，由于时间紧、任务重，尽管我们认真对待和严格要求，仍难免有不尽如意的地方，诚请广大读者和同行批评指正。

愿这本《经典 400 题》能对广大考生有所帮助，为实现考研目标助一臂之力！

说明：原《数学全真模拟经典 400 题》（经济类）是数学三与数学四的合订本，后来根据广大考生的要求，我们将其改为数学三与数学四单行本。现教育部决定从 2009 年起，将原数学三、数学四整合为数学三，但本书书名继续沿用《数学全真模拟经典 400 题》（经济类）。

编　者

2009 年 8 月

目　　录

第 1 部分　全真模拟经典试题

第 2 部分　全真模拟经典试题答案及详解

附录　一元微积分部分重要基本定理的证明

第1部分

全真模拟经典试题

要求与建议

1. 考生一定要在全面复习之后，再做本书模拟试题.

2. 考生做本书模拟试题时，一定要动手做，而且要写出来. 这样有利于提高解题速度和解答正确性.

3. 不会做的题目不要马上看答案，也不要一边查公式定理一边做.

4. 对于本书十套经典模拟试题，考生最好用考试规定时间（180 分钟）完成每套试题，以便较真实地检查自己的水平，查漏补缺，从而在后面冲刺复习阶段有的放矢.

5. 做完题要注意归纳总结，千万不可就题做题. 建议考生对每道试题做以下事情（写在本书每道试题的空白处）：

   (1) 概括每道试题的考查知识点（注：本书每道试题至少包含两个知识点）；

   (2) 总结每道试题所属题型的解题思路、方法和技巧（注：本书解答部分编者已给出，建议考生用自己的语言进行总结）；

   (3) 做对的题再探究本书介绍以外的解题方法（注：本书对绝大部分试题均介绍了几种解题方法）；

   (4) 做错的题查找错因（注：本书对部分试题给出了错误的解法）；

   (5) 归纳每道试题所考查知识点的衔接点和题设中的隐含条件（例如：题设条件 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，$f(x)$ 在点 $x=0$ 处有定义，考生要立即反应出 $f(0)=0$，$f'(0)=1$.）.

6. 由于本书所编试题综合性较强，难度要高于 2009 年考研试题，因此希望考生遇到难题不要气馁，记住“失败是成功之母”，胜利往往在于再坚持.

模拟试题(一)

一、选择题:1 ~ 8 小题,每小题4分,共32分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 的某邻域内具有二阶连续导数,且 $f'(x_0) = 0$, $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f''(x)}{(x - x_0)^2} = -1$,则

(A) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

(C) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

(D) $f(x_0)$ 不是 $f(x)$ 的极值,$(x_0, f(x_0))$ 也不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

(2) 设常数 a,b 满足 $0 < a < b$,若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续,在区间 (a,b) 内可导,且 $xf'(x) < 2f(x)$ 当 $x \in (a,b)$ 时成立,则对于任何 $x \in (a,b)$ 必有

(A) $a^2f(x) > x^2f(a)$.　　(B) $b^2f(x) > x^2f(b)$.

(C) $x^2f(x) > b^2f(b)$.　　(D) $x^2f(x) > a^2f(a)$.

(3) 曲线 $y = 1 - x + \sqrt{\dfrac{x^4 + 1}{x^2 + 3}}$

(A) 没有渐近线.　　(B) 只有一条渐近线.

(C) 共有两条渐近线.　　(D) 共有三条渐近线.

(4) 某商品的需求量 Q 对价格 p 的弹性为 $-p\ln3$,已知该商品的最大需求量为1200,则需求量 Q 关于价格 p 的函数关系是

(A) $Q = 1200 \times 3^{-p}$.　　(B) $Q = 1200 \times 3e^{-p}$.

(C) $Q = 1200 \times e^{-3p}$.　　(D) $Q = 1200 \times 3^{p}$.

(5) 已知 $\boldsymbol{A}$ 是行列式值为 -3 的3阶矩阵,$\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵,$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵,如果 $k\boldsymbol{A}$ 的逆矩阵是 $\boldsymbol{A}^* - \left|\dfrac{1}{2}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\right|\boldsymbol{A}^{-1}$,则 $k =$

(A) $-\dfrac{2}{3}$.　　(B) $-\dfrac{8}{21}$.　　(C) $-\dfrac{8}{27}$.　　(D) $-\dfrac{2}{9}$.

(6) 已知 $\boldsymbol{\alpha} = (1,3,2)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\beta} = (1,-1,-2)^{\mathrm{T}}$,又 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$,$k$ 是非0常数,则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最大特征值所对应的特征向量是

(A) $k(1,1,0)^{\mathrm{T}}$.　　(B) $k(1,-1,-2)^{\mathrm{T}}$.　　(C) $k(1,3,2)^{\mathrm{T}}$.　　(D) $k(1,5,1)^{\mathrm{T}}$.

(7) 设事件 A、B、C 是一个完备事件组,即它们两两互不相容且其和为 Ω,则下列结论中一定成立的是

(A) $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 是一个完备事件组.　　(B) A、B、C 两两独立.

(C) $A \cup B$ 与 $\overline{A} \cup \overline{B}$ 独立.　　(D) $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 是两两对立事件.

(8) 设随机变量 X 取任何实数 a 的概率都是 0，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则

(A) 对任何实数 x_0，都有 $F(x_0) = 0$.

(B) 对任何实数 x_0，都有 $F(x_0) > 0$.

(C) 对任何实数 $x_1 < x_2$，都有 $F(x_1) < F(x_2)$.

(D) 对任何实数 x_0，都有 $\lim\limits_{x \to x_0} F(x) = F(x_0)$.

二、填空题：9 ~ 14 小题，每小题 4 分，共 24 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

(9) 设函数 $f(x) = \begin{cases} (2-x)^{\frac{1}{x-1}}, & 1 < x < 2, \\ ax + b, & x \leqslant 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, 2)$ 内可导，则常数 $a =$ ________，$b =$ ________.

(10) 设直线 $y = x$ 将椭圆 $x^2 + 3y^2 - 6y = 0$ 分成两部分，则直线下方一部分的面积 $S =$ ________.

(11) 设 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{|x|^p y}{(x^2+y^2)^2 + x^2y^2} = 0$，则常数 p 的取值范围是________.

(12) 微分方程 $2x^2y' = (x+y)^2$ 满足定解条件 $y(1) = 1$ 的特解是________.

(13) 与矩阵 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 可以交换的矩阵是________.

(14) 设总体 X 服从正态分布 $N(-1, 2.25)$，从中抽取容量为 n 的简单随机样本，如果要求样本均值落在 $(-1.75, -0.25)$ 内的概率不小于 0.95，则样本容量 n 至少为________.

三、解答题：15 ~ 23 小题，共 94 分．请将解答写在答题纸指定位置上．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

(15) **（本题满分 10 分）**

设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都可导，且 $F(x) = g(x)|f(x)|$，求证：

(Ⅰ) 当 $f(x_0) \neq 0$ 时，$F(x)$ 在点 $x = x_0$ 处必可导；

(Ⅱ) 当 $f(x_0) = 0$ 时，$F(x)$ 在点 $x = x_0$ 处可导的充分必要条件是 $f'(x_0)g(x_0) = 0$.

（16）　（本题满分 9 分）

计算定积分 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{3x^2-2}dx$.

（17）　（本题满分 10 分）

设函数 $F(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $z=F(x,\ x+y+z)$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$. 求 dz 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(18)　**(本题满分 11 分)**

计算二重积分 $\iint\limits_{D}(x+y^{4})\mathrm{d}\sigma$,其中积分区域 $D=\{(x,y)\mid x^{2}+y^{2}\leqslant 2x\}$.

(19)　**(本题满分 10 分)**

求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{2n^{2}+n-1}x^{2n}$ 的收敛半径 R,收敛域 D 与和函数 $S(x)$.

(20)　**(本题满分 11 分)**

已知向量 $\boldsymbol{\beta} = (a_1, a_2, a_3, a_4)^{\mathrm{T}}$ 可以由 $\boldsymbol{\alpha}_1 = (1,0,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2 = (1,1,0,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3 = (0,2,1,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4 = (0,0,3,3)^{\mathrm{T}}$ 线性表出.

(Ⅰ)　求 a_1, a_2, a_3, a_4 应满足的条件;

(Ⅱ)　求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$ 的一个极大线性无关组,并把其他向量用该极大线性无关组线性表出;

(Ⅲ)　把向量 $\boldsymbol{\beta}$ 分别用 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$ 和它的极大线性无关组线性表出.

(21)　**(本题满分 11 分)**

设 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & a & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}$ 是 3 阶非零矩阵且满足 $\boldsymbol{BA} = \boldsymbol{0}$.

(Ⅰ)　求矩阵 $\boldsymbol{B}$;

(Ⅱ)　如果矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的第 1 列是 $(1,2,-3)^{\mathrm{T}}$，求 $(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E})^6$.

(22) **(本题满分 11 分)**

掷 3 颗骰子,X 表示 3 颗中掷出奇数点的骰子数,令随机变量

$$Y=\begin{cases}1, & \text{掷出奇数点大于掷出偶数点的骰子数},\\ -1, & \text{否则},\end{cases}$$

又设 $Z=(X-1)^2$.

(Ⅰ) 求(X,Y)的联合概率分布;

(Ⅱ) 判断 X 与 Y 是否相关;

(Ⅲ) 求在 $Y=1$ 条件下关于 Z 的条件分布函数.

(23) **(本题满分 11 分)**

设二维连续型随机变量的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{21}{4}x^2y, & x^2\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

(Ⅰ) 求在 $X=x$ 为已知时,关于 Y 的条件分布函数;

(Ⅱ) 确定 a 的值,使 $P\{Y\leqslant a\mid X=0.5\}=\dfrac{8}{15}$.

模拟试题(二)

一、选择题:1 ~ 8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x^2}{x}, & x>0,\\ |g(x)|\arcsin^2 x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数,则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处

(A) 极限不存在. (B) 极限存在,但不连续.

(C) 连续,但不可导. (D) 可导.

(2) 函数 $f(x)=x-5\sqrt[5]{x}$ 在区间 $[-4,4]$ 上的最大值是

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

(3) 设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上连续的偶函数,且 $|f(x)|\leqslant M$ 当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时成立,则 $F(x)=\int_0^x te^{-t^2}f(t)\,dt$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的

(A) 无界偶函数. (B) 有界偶函数.

(C) 无界奇函数. (D) 有界奇函数.

(4) 已知 $u_n>0\quad(n=1,2,3,\cdots)$,且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$ 条件收敛.若设 $v_n=3u_{2n-1}-u_{2n}$,其中 $n=1,2,3,\cdots$,则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$

(A) 发散. (B) 绝对收敛.

(C) 条件收敛. (D) 收敛或发散取决于 $\{u_n\}$ 的具体形式.

(5) 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 是 3 阶非 0 矩阵,且满足 $a_{ij}=A_{ij}(i,j=1,2,3)$,其中 A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式,则下列结论

① $\boldsymbol{A}$ 是可逆矩阵;② $\boldsymbol{A}$ 是对称矩阵;③ $\boldsymbol{A}$ 是不可逆矩阵;④ $\boldsymbol{A}$ 是正交矩阵

中正确的是

(A) ①②. (B) ①④. (C) ②③. (D) ③④.

(6) 已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 是 3 维非 0 向量,则下列命题中错误的是

(A) 如果 $\boldsymbol{\alpha}_4$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出,则 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关.

(B) 如果 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关,$\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性相关,那么 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$ 也线性相关.

(C) 如果 $\boldsymbol{\alpha}_3$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表出,$\boldsymbol{\alpha}_4$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出,则 $\boldsymbol{\alpha}_1$ 可以由 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性表出.

(D) 如果秩 $r(\boldsymbol{\alpha}_1,\ \boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\ \boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3)=r(\boldsymbol{\alpha}_4,\ \boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_4,\ \boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_4,\ \boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4)$,则 $\boldsymbol{\alpha}_4$ 可以由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出.

(7) 设 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = A \supset B$，又 $A_1B,\ A_2B,\cdots,A_nB$ 两两互不相容，且 $\boldsymbol{P}(B) > 0$，记 $p = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{P}(A_i \mid B)$，则

(A) $p = 0$. (B) $0 < p < 1$. (C) $p = 1$. (D) $p > 1$.

(8) 将一颗骰子连续掷100次，则根据切比雪夫不等式可以估计出奇数点出现的次数在35到60之间的概率 p 一定

(A) 不大于$\frac{1}{4}$. (B) 不大于$\frac{1}{9}$. (C) 不小于$\frac{3}{4}$. (D) 不小于$\frac{8}{9}$.

二、填空题：9 ~ 14 小题，每小题 4 分，共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 当 $x \to 0^+$ 时 $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{2x + \sqrt{3x}}}$ 是 x 的______阶无穷小量.

(10) 设 $f(x)$ 是单调减函数，满足 $f(0) = 1$. 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，$G(x)$ 是$\frac{1}{f(x)}$的一个原函数，且 $F(x)G(x) \equiv -1$，则 $f(x) =$ ______.

(11) 在直角坐标系中交换累次积分的次序，则$\int_1^2 \mathrm{d}x \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,\mathrm{d}y =$ ______.

(12) 设多项式 $P_n(x)$ 在 $x = 1$ 处有等于 6 的极大值，在 $x = 3$ 处有等于 2 的极小值，则其中次数 n 最低的多项式 $P_n(x) =$ ______.

(13) 设 $\boldsymbol{A}$ 是 4 阶实对称矩阵，满足 $\boldsymbol{A}^4 + \boldsymbol{A}^3 - \boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{A} - 2\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$，若秩 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E}) = 1$，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值是______.

(14) 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，$Y = X^2$，则 (X,Y^2) 的联合分布函数 $F(x,y) =$ ______.

三、解答题：15 ~ 23 小题，共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) **（本题满分 10 分）**

确定常数 a 与 b 的取值，使得

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 - x + 2x^2) + a\sin x + bx^2}{x^2} = \frac{5}{2}.$$

(16) **(本题满分 10 分)**

设 $f(x)=\int_0^x \sqrt{x^2-t^2}\,\mathrm{d}t+\int_0^1 |x^2-t^2|\,\mathrm{d}t,\ x>0$,

(Ⅰ) 求 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的最小值点;

(Ⅱ) $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 是否存在最大值?并说明理由.

(17) **(本题满分 10 分)**

计算二重积分 $\iint\limits_D (x+y)\,\mathrm{d}\sigma$,其中积分区域 D 是由两条直线 $x+y=1$, $y=x+1$ 与 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的右半圆围成的平面图形.