



物理实验

刘文吉 王本生 主编

中原农民出版社

物 理 实 验

主 编 刘文吉 王本生

副主编 李成修 缪兴中

丁太献 陈霭玲

程令孝

中原农民出版社

(豫)新登字 07 号

物 理 实 验

主编 刘文吉 王本生

责任编辑 刘培英

中原农民出版社出版发行 (郑州市农业路 73 号)

河南省委党校印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 13.5 印张 282 千字

1994 年 10 月第 1 版 1994 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—3000 册

ISBN7-80538-761-3 / G·125 定价: 9.20 元

前言

依照《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》的精神，在多年积累的物理实验教学经验的基础上，并结合一般工科院校物理实验仪器设备的特点。我们编写了《物理实验》这本书。本书可以作为高等工业学校各专业的物理实验课的教材。也可以作为其它高等学校物理实验课的参考书。

本书共分7章。第一章和第二章是物理实验的基础知识，包括误差理论、有效数字、数据处理、长度测量仪器的原理和使用、电学实验基本知识和光学实验基本知识等。本书把长度测量作为物理实验基础知识的教学，而不是当作一个力学实验开出。第一章和第二章的教学为以后的实验开出奠定了理论和实践基础。第三章到第六章依次编了力热实验、电磁学实验、光学实验和近代与综合物理实验。第七章为设计性实验。全书共选编了24个物理实验。在综合物理实验一章中选编了“室内混响时间的测量”一节，较之一般物理实验教材增加了声学测量知识。在一些章节后面附有阅读材料或参考资料，介绍了物理实验的背景材料，较深的理论知识、丰富的实践经验以及其它有关资料。

参加本书编写工作的具体分工是：

刘文吉 绪论，第一章，第二章§1，第七章§1。

王本生 第二章§3，第四章§6、§7。

李成修 第四章§8，第五章§2、§3，第六章§4。

缪兴中 第二章§2。

丁太献 第七章§2。

陈霭玲 第三章§2，第四章§1、§3、§4，第六章§2、§6。

程令孝 第四章§2，第六章§1。

韩立文 第三章§3，第六章§5。

刘 强 第三章§1，第五章§1。

刘海增 第四章§5，第六章§3。

何颖利 第七章§3。

本书主要章节于1991年12月曾由国家教委高等工科物理课程指导委员会副主任李化平教授审阅，并给于大力支持和帮助。对此，谨表深切的谢意和怀念。

物理实验教学是集体的工作，从实验的开设准备到教材的编写都凝聚了多年来实验课教师和实验室工作人员的辛勤劳动和不断探索改革的心血。这里特别向对我们的工作

曾作出重要贡献并奠定了基础的退休老同志马汉臣和胡仲廉先生等人表示诚挚的谢意。本书的编写也参考了其它兄弟院校的物理实验教材，在此也一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中缺点与错误难免，希望读者及兄弟院校同行批评指正。

编 者

1994年9月

本书是根据《北京地区普通高等院校工科专业工程训练大纲》和《北京市高等工程训练教材编写大纲》的要求，结合本校工程训练中心的教学实践，在广泛征求意见的基础上，经过多次反复修改，最后定稿的。本书共分两册，上册为《工程训练基础》，下册为《工程训练实践》。本书可作为工科专业工程训练教材，也可供从事工程训练工作的工程技术人员参考。

（本书分两册，上册为《工程训练基础》，下册为《工程训练实践》）

1. 第一章 绪论 1.1 工程训练的目的和意义 1.2 工程训练的内容和方法 1.3 工程训练的考核和评价

2. 第二章 钳工 2.1 钳工的基本知识 2.2 钳工的基本操作 2.3 钳工的实习

3. 第三章 车工 3.1 车工的基本知识 3.2 车工的基本操作 3.3 车工的实习

4. 第四章 铣工 4.1 铣工的基本知识 4.2 铣工的基本操作 4.3 铣工的实习

5. 第五章 刨工 5.1 刨工的基本知识 5.2 刨工的基本操作 5.3 刨工的实习

6. 第六章 磨工 6.1 磨工的基本知识 6.2 磨工的基本操作 6.3 磨工的实习

7. 第七章 铸工 7.1 铸工的基本知识 7.2 铸工的基本操作 7.3 铸工的实习

8. 第八章 锻工 8.1 锻工的基本知识 8.2 锻工的基本操作 8.3 锻工的实习

9. 第九章 焊工 9.1 焊工的基本知识 9.2 焊工的基本操作 9.3 焊工的实习

10. 第十章 木工 10.1 木工的基本知识 10.2 木工的基本操作 10.3 木工的实习

11. 第十一章 油漆工 11.1 油漆工的基本知识 11.2 油漆工的基本操作 11.3 油漆工的实习

本书是根据《北京地区普通高等院校工科专业工程训练大纲》和《北京市高等工程训练教材编写大纲》的要求，结合本校工程训练中心的教学实践，在广泛征求意见的基础上，经过多次反复修改，最后定稿的。本书可作为工科专业工程训练教材，也可供从事工程训练工作的工程技术人员参考。

本书共分两册，上册为《工程训练基础》，下册为《工程训练实践》。本书可作为工科专业工程训练教材，也可供从事工程训练工作的工程技术人员参考。

本书是根据《北京地区普通高等院校工科专业工程训练大纲》和《北京市高等工程训练教材编写大纲》的要求，结合本校工程训练中心的教学实践，在广泛征求意见的基础上，经过多次反复修改，最后定稿的。本书可作为工科专业工程训练教材，也可供从事工程训练工作的工程技术人员参考。

目 录

绪 论	(1)
§ 1 物理实验课的地位和任务	(1)
§ 2 物理实验的基本程序	(1)
第一章 实验误差和数据处理	(3)
§ 1 测量和误差	(3)
§ 2 测量结果的评定和误差估算	(5)
§ 3 有效数字及其运算规则	(13)
§ 4 实验数据处理方法	(17)
第二章 物理实验基础知识	(33)
§ 1 长度测量仪器原理和使用方法	(33)
§ 2 电磁学实验基本知识	(40)
§ 3 光学实验基本知识	(55)
第三章 力学实验和热学实验	(64)
§ 1 用伸长法测钢丝的杨氏模量	(64)
§ 2 用三线摆法测物体的转动惯量	(68)
§ 3 液体比热的测定	(72)
第四章 电磁学实验	(77)
§ 1 用模拟法测绘静电场	(77)
§ 2 惠斯登电桥的原理和使用	(82)
§ 3 灵敏电流计的研究	(89)
§ 4 电位差计的原理和使用	(100)
§ 5 示波器的使用	(105)
§ 6 用电位差计测量温差电动势	(112)
§ 7 用霍尔元件测量磁场	(123)
§ 8 双臂电桥测低电阻	(129)
第五章 光学实验	(134)
§ 1 等厚干涉——牛顿环、劈尖干涉	(134)
§ 2 分光计的调整和使用	(141)
§ 3 用分光计进行光谱观察和测量	(149)

第六章 近代物理和综合实验.....	(156)
§ 1 密立根油滴法测定电子电荷	(156)
§ 2 迈克耳孙干涉仪的调整和使用	(165)
§ 3 声速的测定	(174)
§ 4 光电效应及普朗克常数测定	(178)
§ 5 夫兰克——赫兹实验	(183)
§ 6 室内混响时间的测定	(189)
第七章 设计性实验.....	(196)
§ 1 多用电表的设计与制作原理	(196)
§ 2 在气垫导轨上验证动量守恒定律	(199)
§ 3 薄透镜焦距的测定方法研究	(203)

绪 论

§ 1 物理实验课的地位和任务

物理实验是工科院校学生的一门独立的必修基础课程, 是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端, 是学生进行科学实验训练的重要基础。

物理学是一门实验科学, 它是自然科学和工程技术的基础, 因此, 学习和掌握物理实验的基本方法与技能技巧不仅是学好物理学不可缺少的一个部分, 也为学习各类自然科学和工程技术架起一座桥梁。物理实验教学和物理理论教学具有同等的重要的地位, 它们既有深刻的内在联系, 又有各自的任务和作用。物理实验的作用不在于某个具体问题的直接应用, 而在于对学生分析问题、解决问题的实践能力和实验素养的培养。

本课程的主要任务是:

1. 使学生在物理实验的基本知识、基本方法和基本技能方面受到较为系统的训练, 培养学生的科学实验能力, 逐步提高他们独立研究问题的能力。如自学实验教材和有关实验资料的能力; 正确调整和使用仪器的能力; 对实验现象进行观察及初步分析与判断能力; 正确进行实验记录、处理实验数据和撰写实验报告的能力; 进行简单设计性实验的能力。

2. 通过对实验现象的观察以及对物理量的测量和分析, 使学生加深对物理学基本概念、基本规律和基本理论的理解。

3. 培养与提高学生的科学素养, 使学生养成理论联系实际和实事求是的科学作风, 严肃认真的工作态度, 主动研究的探索精神和遵守纪律、爱护公共财物的优良品德。

§ 2 物理实验的基本程序

物理实验是在教师指导下由学生独立进行的课程。实验课既要重视教师的主导作用, 又要发挥学生的主动精神。整个实验程序分为三个阶段, 即课前预习、实验过程、实验报告。

1. 课前预习

(1) 预习实验教材。由于实验课时间有限,实验内容较多,不允许在实验课内研究实验原理、步骤等问题,而要求学生在课前自学实验教材和阅读有关参考资料,全面了解实验目的、原理和实验过程。

(2) 写好预习报告。预习报告内容应包括实验名称、实验目的、实验仪器、实验原理、实验步骤;并设计好实验数据记录草表,以备上课记录数据使用。

(3) 掌握预习思考题中提出的问题。

2. 实验过程

(1) 首先让教师检查预习报告,预习报告合格者方允许做实验。

(2) 教师在学生实验前对实验要点、难点和注意事项要进行简要讲解或组织学生讨论实验原理、仪器使用、操作步骤等有关问题。学生应认真参加这一过程,掌握实验要领。

(3) 进行实验,首先熟悉主要仪器,按规定进行试验性探索,发现仪器故障及时向教师汇报。当仪器全部符合要求后,进行组装接线等工作,经教师检查后,方可正式进行实验。

(4) 观察实验现象和记录测量数据。随时判断实验过程是否正常进行,如发现问题,应分析故障原因并及时排除,不能排除的故障应及时报告教师。观察实验现象,并和已知的物理规律相比较,从而加深对基本理论的理解。按要求进行测量,并将测量数据记录在预习报告的草表中,数据要用钢笔填写,要清楚整洁,不要涂涂抹抹。

(5) 结束实验。首先让教师检查实验数据,合格后在预习报告数据记录草表上签字。收拾好桌凳,保持周围清洁,在使用仪器登记卡上签字,并经教师验收后方可离开实验室。

3. 实验报告

实验课后,要及时写出实验报告,并按时交给教师进行批改。实验报告是学生实验成果的文字总结,要求字迹工整,文理通顺,数据真实可靠,严禁伪造数据。数据处理过程要清楚,结论明确。实验报告一律用统一的实验报告纸书写。图表要在规定的坐标纸上绘制。

实验报告一般包括以下几个部分:(1) 实验名称;(2) 实验目的;(3) 实验仪器;(4) 实验原理;(5) 实验步骤;(6) 实验数据及其处理、偶然误差估算;(7) 问题讨论:系统误差分析、回答作业题、实验现象分析讨论、实验改进意见、心得体会等。

实验报告中(1)、(2)、(3)、(4)(5)等五个部分在课前预习报告中写好,(6)、(7)两个部分在课后撰写。第(7)部分根据每个实验不同情况或按教师要求选其中一个问题撰写。

第一章 实验误差和数据处理

§ 1 测量和误差

1. 测量及其分类

物理实验是在实验室内按人的意志再现自然界中各种物理现象。在实验中，不仅要定性地观察实验现象的变化规律，而且更重要的是要定量地测定有关物理量值的大小，从而研究各物理量之间的关系，确定物质的运动规律。这就需要测量。测量是将待测量与规定为单位的同类量作比较，确定待测量是该单位的多少倍，亦即求出待测量的数值大小。由此看出，测量结果应包含数值与单位两个部分。

测量按其方式可分为直接测量与间接测量。直接测量是可以用仪器、仪表直接得出测量结果的测量。例如用米尺测量长度，用秒表测量时间，用电流表测量电流等。间接测量则是根据几个直接测量的结果按一定的函数关系计算出待测量的结果。例如若测铜圆柱体的体积，可先直接测出其长度 H 和直径 D ，然后将长度和直径的数值代入公式 $V = \frac{\pi}{4} D^2 H$ ，计算出圆柱体的体积。

大多数物理实验都是采用间接测量求得某个待测量，而其它一些物理量的直接测量则是该间接测量的基础。因此，两种测量我们都要进行研究。

2. 误差及其分类

不管进行何种测量，人们都希望获得待测量的客观真实值，称为真值。真值虽然是一个客观存在，但由于实验仪器、实验条件、实验方法以及人员素质等各种因素的限制，实验者不可能无限准确地测出真值。因而测量值和真值之间总是存在一定的差异，我们把测量值与真值之差叫做测量误差，简称误差。

若以 x 表示测量值， x_0 表示待测量的真值，则测量误差 Δx 定义为：

$$\Delta x = x - x_0$$

误差存在于一切测量之中，而且贯穿于整个测量过程的始终。既然真值不可能准确测得，那么误差也不可能计算出来。因此，我们只能对某个物理量的测量误差按着一定的方法做一定的估算，从而反映出我们的测量结果接近于真值的程度。这样，在物理实验中，要求实验者一方面在分析误差产生的原因和性质的基础上，改进实验方法，正确

处理测量数据，以便消除或减小误差；另一方面必须对实验结果进行误差估算，从而对其作出合理评价。也就是说，物理实验中的测量结果的表示，不仅要有数值和单位，而且还要有误差估算。

误差按其性质和来源可分为系统误差和随机误差两大类。

(1) 系统误差:

在一定的实验条件下，多次测量同一物理量时，误差数值大小和正负号保持不变；实验条件变化时，误差按一定的规律变化，这种误差称为系统误差。也就是说，系统误差的特征在于它的确定性规律。

产生系统误差大致有以下几个方面的原因:

① 仪器误差，这是由于仪器本身的缺陷或使用不当造成的误差。如仪器零点未调好，仪器中螺旋螺距不等，砝码不准等。

② 方法误差，这是由于实验依据的理论的近似性或实验方法、实验条件不合要求造成的误差。如单摆周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角足够小，如测量时摆角 θ 太大，则引起测量误差。

③ 个人误差，这是由实验者的某些不足（包括不良习惯）所造成的误差。如读电表时，头总是偏向右方，致使读数总是偏小。

系统误差是由确定的因素引起的，原则上可以针对其原因采取措施以便消除或减小到可以忽略的程度，但实际上系统误差很复杂，要想做到这一点往往是很困难的。因此要求实验者要从仪器、方法、条件等各个方面仔细思考分析，不断积累经验，采取适当措施，尽力减少系统误差。消除或减小系统误差一般可以采用三种方式。第一是对仪器、仪表进行调整和校准，避免仪器不准产生测量误差；第二，用修正方法，如千分尺存在零点误差时，则应对尺示读数进行零点修正；第三，采用适当方法，如交换法、补偿法、对称法、延展法等。以后物理实验中将经常采用这些方法消除和减小系统误差。

应该认识到，能否发现和消除或减小实验中的系统误差，也是衡量一个人实验能力的标准之一。应该通过物理实验的实践，不断提高系统误差分析和消除的水平。

(2) 随机误差和偶然误差:

在相同的实验条件下，多次测量同一物理量时，若系统误差已被消除，测量结果仍出现无规则起伏，存在数值大小和符号随机变化的误差，这种误差叫随机误差。也就是说，随机误差的特征在于它的不确定性，遵从统计规律。

随机误差产生的原因是由于人们感官灵敏度和仪器精度有限、周围环境的无规则干扰等因素造成的。

实验中大多数随机误差所遵从的统计规律服从一种叫做正态分布（也叫高斯分布）的规律。服从正态分布统计规律的随机误差叫做偶然误差。在物理实验中，我们把所有的随机误差都作为偶然误差来处理。所以这里只讲偶然误差的问题。

偶然误差的正态分布规律简单介绍如下。

在相同的实验条件下，对某一物理量进行多次重复测量（称为等精度测量）。由于偶然误差的存在，测量结果 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 一般都有一定的差异，如果该物理量的真值为 x_0 ，则各次测量的误差为

$$\varepsilon_i = x_i - x_0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

正态分布的多次测量误差 ε_i 具有如下特征：

①大误差出现的几率（误差出现的次数占总测量次数的百分比）小，小误差出现的几率大；

②绝对值相同、符号相反的误差出现的几率相等；

③误差大小趋于无穷大时，出现的几率趋向于零。

由偶然误差这些基本特征可知，各次测量值在其真值两侧对称分布，测量值出现几率最大的是算术平均值 $\bar{x}$ 。因此可以作出判断，在测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，算术平均值就是真值，既 $\bar{x} = x_0$ ，则测量误差可以表示为 $\varepsilon_i = x_i - \bar{x}$ 。

以误差 ε 为横坐标，以误差的几率分布函数 $f(\varepsilon)$ （单位误差范围内出现的误差几率）为纵坐标，可以得出如图 1-1-1 所示的正态分布曲线。

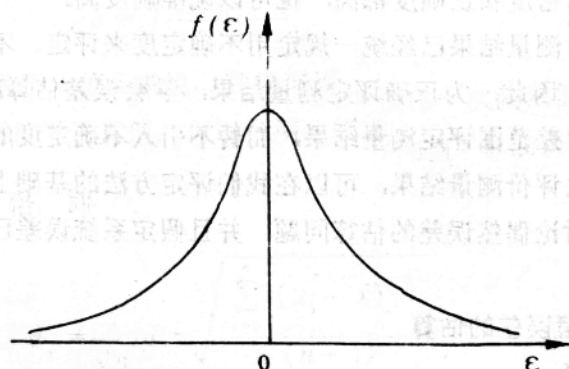


图 1-1-1 偶然误差的正态分布曲线

§ 2 测量结果的评定和误差估算

由于误差存在的必然性，测量结果不可能无限地接近真值，因此测量结果不仅要用数值和单位表示出来，而且还要对其接近真值的程度做出具体的评价，而后者是和误差估算紧密联系在一起。本节重点介绍怎样进行误差估算以及如何用其评价测量结果。

说明测量结果接近真值程度的情况，习惯上用精密度、正确度、准确度等几个术语来表示。

精密度是指等精度多次测量所得结果相互靠近的程度，它反映的是偶然误差大小的程度。

正确度是指测量结果与真值符合的程度，它反映的是系统误差大小的程度。

准确度是精密度和正确度的综合，它反映的是综合误差大小的程度。

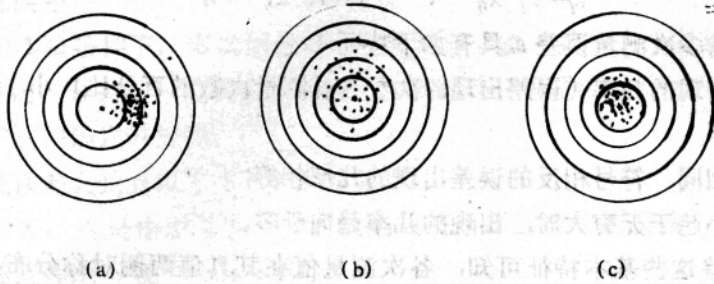


图 1-2-1 测量精密度、正确度、准确度的打靶类比

为了深入理解这几个概念的物理意义，我们用打靶作类比说明。如图 1-2-1 所示，(a) 图弹孔密集，但弹孔平均离靶心较远，这说明偶然误差小，系统误差大，即精密度高，正确度低；(b) 图弹孔分散，但平均离靶心较近，这说明偶然误差大，系统误差小，即精密度低，正确度高；(c) 图弹孔密集，平均离靶心较近，表示偶然误差和系统误差都小，即精密度和正确度都高，也可以说准确度高。

目前，国际上对测量结果已经统一规定用不确定度来评定。不确定度是测量值的误差可能范围的测度。因此，为正确评定测量结果，学会误差估算的方法是十分重要的。目前物理实验仍用误差范围评定测量结果，而暂不引入不确定度的评定方法。如今后工作需要用不确定度去评价测量结果，可以在我们评定方法的基础上自学。

下面我们主要讨论偶然误差的估算问题，并且假定系统误差已经消除或减小到可以忽略的程度。

1. 多次直接测量误差的估算

(1) 算术平均值

由偶然误差正态分布的特征可知，为使测量结果更接近于真值，在条件允许时，应采用多次测量。在消除系统误差的条件下，算术平均值最接近真值，故称其为测量结果的最佳值或近真值。因此，取算术平均值作为多次直接测量的测量结果。

在相同的实验条件下，对某物理量 x 进行了多次测量，其值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则它们的算术平均值可表示为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-1)$$

在有限 n 次测量的情况下，尽管 $\bar{x}$ 最接近于真值，但仍不是真值，与真值之间存在误差。那么如何估算作为测量结果的 $\bar{x}$ 与真值之间的误差范围则是必须解决的问题。

偶然误差的估算一般采用标准误差（方均根误差）。对于初学者，为简单起见，可以

采用算术平均误差。在物理实验中，主要采用后者，但对前者也要求初步掌握。下面分别介绍算术平均误差和标准误差。

(2. 算术平均误差

组等精度测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 与其算术平均值 $\bar{x}$ 之间的误差为

$$\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}, \Delta x_2 = x_2 - \bar{x}, \dots, \Delta x_n = x_n - \bar{x};$$

各个 Δx_i 对值的算术平均值为

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{n} (|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \end{aligned} \quad (1-2-2)$$

我们称 Δx 为算术平均误差，也简称平均误差。由统计理论知，平均误差 Δx 表示测量列中任何一个测量值 x_i 与真值 x_0 之间的几率为 57.5% ($x_0 \pm \Delta x$) 之间的几率为 57.5% (x_0 为真值)。

(3) 标准误差 (方均根误差)

对某物理量 x 作多次等精度测量，各测量值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，其算术平均值为 $\bar{x}$ ，各次测量误差为 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ ，则测量列中任一次测量值的标准误差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-2-3)$$

对于测量值的算术平均值 $\bar{x}$ 来说，其标准误差 σ_x 比一次测量值的标准误差小一些，因为算术平均值更接近于真值。可以证明，算术平均值 $\bar{x}$ 标准误差 σ_x 是一次测量值的标准误差 σ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍，即

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-4)$$

由统计理论知， σ 表示测量列中任一次测量值 x_i 处在 $(x_0 \pm \sigma)$ 之间的几率为 68.3%； σ_x 表示算术平均值 $\bar{x}$ 处在 $(x_0 \pm \sigma_x)$ 之间的几率为 68.3%，当然，也可以表达为 $(\bar{x} \pm \sigma_x)$ 包含真值的几率为 68.3%。

标准误差与算术平均误差都可以表示一组等精度测量列的离散程度，即精密度，因此它们都可以表示其偶然误差的大小。当测量次数 n 有限时，标准误差 σ 随 n 变化小，具有一定的稳定性，而且是由 Δx_i^2 计算的，与 Δx_i 符号无关，国际上已规定实验不确定度的评定采用标准误差，因此学会标准误差估算法是很重要的。而算术平均误差 Δx 随 n 变化大，稳定性不好，不能更好地反映测量值之间的离散情况，但对初学者，用它估算偶然误差比较简单易行，所以在物理实验中常常采用它进行误差估算。

(4) 测量结果的表示

对于多次等精度测量, 应取算术平均值为测量结果。为了表示测量结果接近真值的程度, 可将它表达为:

①当用标准误差作偶然误差估算时,

$$x = \bar{x} \pm \sigma; \quad (1-2-6)$$

②当用算术平均误差作偶然误差估算时,

$$x = \bar{x} \pm \Delta x; \quad (1-2-7)$$

当测量次数 $n=10$ 时 (一般物理实验多次测量采取次数为 $5-10$)
- 4) 式可知

$$\sigma = \sqrt{n} \cdot \sigma_x = \sqrt{10} \cdot \sigma_x \approx 3\sigma_x$$

则 $x = \bar{x} \pm \sigma = \bar{x} \pm 3\sigma_x$, 由统计理论知, 此式的物理意义是真值 x_0 处在 $(\bar{x} \pm 3\sigma_x)$ 之间的几率为 99.7%, 即真值 x_0 处在 $(\bar{x} \pm \sigma)$ 之间的几率几乎为 100%。因此, σ 可以看成是 $\bar{x}$ 的极限误差。

由统计理论知, $\Delta x = \frac{4}{5}\sigma$, 代入 $\sigma = \sqrt{10}\sigma_x$

$$\Delta x = \frac{4}{5} \times \sqrt{10}\sigma_x \approx 2.6\sigma_x$$

所以 Δx 也可以认为是 $\bar{x}$ 的极限误差, 因为真值 x_0 处在 $(\bar{x} \pm 2.6\sigma_x)$ 之间的几率为 99%, 也接近于 100%。所以表达式 $x = \bar{x} \pm \Delta x$ 的物理意义也是真值处在 $(\bar{x} \pm \Delta x)$ 之间的几率几乎是 100%。

算术平均误差 Δx 和标准误差 σ 还不能明确比较两个大小不同物理量测量的精密度的高低。如分别多次测量两个长度, 它们的算术平均值分别为 $\bar{x} = 678.5\text{mm}$, 和 $\bar{x} = 8.5\text{mm}$, 而它们的算术平均误差都是 $\Delta x = 0.4\text{mm}$, 虽然误差相同, 但测量的精密度显然不一样, 前高而后者低。为了准确表达物理量测量精密度的高低, 还需要引入相对误差的概念, 而称算术平均误差 Δx 和标准误差 σ 为绝对误差。相对误差用 E_r 表示, 它的定义为

$$E_r = \frac{\Delta x}{x} \text{ 或 } E_r = \frac{\sigma}{x} \quad (1-2-7)$$

绝对误差与相对误差取一位数值, 在中间计算过程中可多取一位, 最后结果四舍五入取一位。有时为了表达更准确些, 相对误差也可以取二位数。

总之, 对多次等精度测量列的数据计算的程序为: 首先求出其算术平均值 $\bar{x}$, 然后计算绝对误差 (算术平均误差 Δx 或标准误差 σ), 再计算相对误差 E_r , 最后写出测量结果的表达式

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \quad \text{或} \quad x = \bar{x} \pm \sigma$$

[例 1] 用毫米分度值米尺测量某物体长度，重复测量 10 次，各测量值（单位 mm）分别为：

$$x_1=635.9, \quad x_2=635.8, \quad x_3=635.6, \quad x_4=635.2, \quad x_5=635.5, \\ x_6=635.5, \quad x_7=635.4, \quad x_8=635.6, \quad x_9=635.3, \quad x_{10}=635.2.$$

分别用算术平均误差和标准误差求测量结果的绝对误差和相对误差，并写出测量结果的表达式。

解：（1）用算术平均误差

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} (635.9 + 635.8 + 635.6 + 635.2 + 635.5 + 635.5 + 635.4 + 635.6 + 635.3 + 635.2) = 635.5 \text{ (mm)}$$

$$\Delta x = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} |x_i - \bar{x}| \\ = \frac{1}{10} (0.4 + 0.3 + 0.1 + 0.3 + 0.0 + 0.0 + 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.3) \\ = 0.18 = 0.2 \text{ (mm)}$$

$$E_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = \frac{0.18}{635.5} \times 100\% = 0.3\%$$

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = (635.5 \pm 0.2) \text{ mm}$$

（2）用标准误差

由（1）知 $\bar{x} = 635.5 \text{ mm}$,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{10 - 1}} \\ = \sqrt{\frac{0.4^2 + 0.3^2 + 0.1^2 + 0.3^2 + 0.0^2 + 0.0^2 + 0.1^2 + 0.1^2 + 0.2^2 + 0.3^2}{9}} \\ = 0.24 \approx 0.2 \text{ (mm)}$$

$$E_r = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0.24}{635.5} = 0.04\%$$

$$x = \bar{x} \pm \sigma = (635.5 \pm 0.2) \text{ mm}$$

2. 单次直接测量误差的估算

在物理实验中，有时条件不允许进行多次测量，有时测量要求不高，没必要进行多次测量，因而只能对某物理量进行单次测量。这时测量误差如何估算呢？我们仍假定系统误差已经消除，并把随机误差按正态分布即偶然误差来处理，这时问题就是如何估算单次测量的偶然误差了。一般采用估计法。在物理实验中，一般是根据具体情况估计出单次测量结果 x_1 的极限误差 Δx_1 ，即认为真值 x_0 处在 $(x_1 \pm \Delta x_1)$ 之间的几率几乎为

100%，同样将测量结果表达为 $x = x_1 \pm \Delta x_1$ 。

在一般情况下，当仪器有注明仪器误差或根据仪器等级可以计算出仪器误差时，我们就取仪器误差作为单次测量值的极限误差。这里需要说明的是，仪器误差有时不仅包含偶然误差，还包含未定系统误差。我们仍认为系统误差已消除，把整个误差作为偶然误差来处理。如果找不到仪器误差，则可以取仪器分度值的一半作为单次测量值的极限误差。例如毫米分度值米尺单次测量值的极限误差为 $\Delta x_1 = 0.5\text{mm}$ 。

另外，对于 $1/10$ 秒的停表，当时间在 0.1 秒以内变化时，从表上是不可能反映的，我们说 0.1 秒就是该停表的灵敏阈，也就是它的仪器误差，因此该停表做单次测量时，极限误差为 $\Delta t = 0.1$ 秒。

3. 间接测量的误差估算

物理实验中多数测量都是间接测量，也就是将几个测量值代入一定的公式计算出间接测量值。由于直接测量值有误差，间接测量值也必然有误差。如何估算这种间接测量的误差，就要解决误差的传递的问题。

(1) 误差传递公式的基本原理

由多元函数全微分概念可知，对多元函数（以二元函数为代表） $N = f(x, y)$ 求全微分得

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (1-2-8)$$

如果将 x, y 看成是直接测得量， dx, dy 可以看成是其测量误差； N 可以看成是间接测得量，将 (1-2-8) 式经过某种处理便可以得到误差传递公式，从而求出间接测量 N 的误差。算术平均误差的传递公式和标准误差的传递公式是不一样的，下面分别介绍之。

(2) 算术平均误差的传递公式——最大误差传递公式

多次直接测量的算术平均误差 Δx 与单次直接测量的估计误差 Δx_1 都是作为测量结果 $\bar{x}$ 或 x_1 的极限误差来看待的。如果直接测量的偶然误差用算术平均误差表示，则合成间接测量值的偶然误差时采用最大误差合成法，即为使误差估算可靠，取最大可能误差范围作为间接测得量的极限误差。(1-2-8) 式右边两项的符号是可正可负的，同时为正或负，则合成的误差都最大，如果一正一负，则合成误差较小，表示两直接测得量 x, y 的误差互相抵消，使合成误差变小。取最大可能的合成误差作为间接测量的误差，这种估算是最可靠的。因此，我们得到算术平均误差的传递公式为：

若间接测量值 N 与直接测量值 A 和 B 的函数关系为 $N = f(A, B)$ ， A, B 的算术平均误差分别为 $\Delta A, \Delta B$ ，则间接测量值 N 的绝对误差 ΔN 为

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial A} \right| \Delta A + \left| \frac{\partial f}{\partial B} \right| \Delta B, \quad (1-2-9)$$

其相对误差为