大学高等数学类规划教材

丛书主编 王立冬

概率论与数理统计

PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

主编/齐淑华 王立冬 副主编/张友 丁淑妍

大连理工大学出版社

大学高等数学类规划教材

丛书主编 王立冬

概率论与数理统计

PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

主编/齐淑华 王立冬 副主编/张友 丁淑妍

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 齐淑华,王立冬主编. 一大连:大连理工大学出版社,2009.8

ISBN 978-7-5611-5079-5

Ⅰ.概… Ⅱ.①齐…②王… Ⅲ.①概率论一高等学校一教材②数理统计一高等学校一教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 150786 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号　邮政编码:116023

电话:0411-84708842　邮购:0411-84703636　传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn　URL:http://www.dutp.cn

大连业发印刷有限公司印刷　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:170mm×240mm　印张:17.25　字数:268 千字

2009 年 8 月第 1 版　2009 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:王　伟　责任校对:王　飞

封面设计:苏儒光

ISBN 978-7-5611-5079-5　定　价:28.00 元

"大学高等数学类规划教材"题词

高等数学诸分支知识及技巧，是通往现代科技诸领域的钥匙和通用语言.

徐利治

2009年8月于大连

序

21 世纪已出现了高等教育向大众化教育转化的趋势.我国高等教育也开始呈现出了多层次与多样性的特点.这些特点正是反映了现代科技与文化教育发展形势的客观要求.

上述发展形势的启示下,具有多科性的大连民族学院的数学教师们,近年来一直致力于数学教材的建设,已相继编写出高等数学、线性代数、概率论与数理统计三门基础课讲义,这三门课曾分别被评选为省级精品课与校级精品课.

在上述讲义的基础上,进行改进和修订后产生的这套"大学高等数学类规划教材"丛书,可以作为普通高校理工科与经济及管理学科各专业的通用教材或教学参考书.

这套教材并不以"英才教育"为特殊目标,其根本旨趣是要力求反映高校大众化数学教育的基本要求,并希望教材中能渗透人文素质教育的精神.因此简要说来,这套教材希冀和呈现的主要特点,约有下列三点.

一、尽可能从实践经验与直观背景出发,提出数学问题,以便于学生了解数学知识的源流与背景.

二、教材内容的安排与表述方式上,力求深入浅出、易教易学、简明实用.注重讲清基本概念,适度淡化理论证明,并适当反映数学所蕴含的素质教育与美育教育.

三、例习题的选取与安排力求体现理论联系实践的原则,多数例题选自实践、应用与生活.

凡是具有生命力的教材,总是处于不断适应客观要求和不断

更新改进的过程中，这套教材丛书自然也不例外. 我为本书作序，诚挚希望本教程使用者与读者的任何指正或改进建议，将能直接函告丛书主编或教材编著者为幸.

徐利治

2009年8月于大连

前　言

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一门学科.它的应用十分广泛,在自然科学、工程技术、农业生产等领域有着广泛的应用.特别是近20年来,随着计算机的发展,概率论与数理统计在经济、医学、金融、保险等领域也有着越来越广泛的应用,正因如此,概率论与数理统计课程成为很多专业大学生最重要的数学必修课之一.

《概率论与数理统计》是我们在总结多年教学实践经验基础上编写而成的,本书具有以下特色:

1.在注意保持数学学科本身的科学性、系统性、严谨性的同时,力求做到由浅入深、深入浅出、通俗易懂、重点突出、简单扼要.既便于教师教学,又便于学生自学.

2.在例题和习题的选取上,力求做到典型性、应用性和现代性,以期注重对学生学习兴趣的培养,达到提高学生综合运用数学知识的能力.

3.在重点的数学概念后附有英文,可以使学生在学习这门课程的过程中,逐渐熟悉数学英文词汇,这对学生查阅概率论与数理统计外文资料有很大好处.

4.在有些章节,大胆地改变了传统的书写顺序,改变后的顺序对教学和系统学习大有益处.

在撰写本书的过程中,为了便于读者理解和掌握,我们力求将概念叙述得清晰易懂,同时注意例子的多样性,所举例子涉及工业、农业、工程技术、保险、医学、经济等多个领域,以使读者在理解

基本概念、掌握基本方法的同时，体会到概率论与数理统计应用的广泛性.

本书可作为高等学校工科、理科(非数学类专业)本科生概率论与数理统计课程的教材，也可作为经济、管理类有关专业本科生概率论与数理统计课程的教材.本书中带有“*”的部分可供对概率论与数理统计知识有较高要求专业的学生选用.

学习《概率论与数理统计》内容只需微积分和线性代数的相关知识,《概率论与数理统计》共 9 章，包括两部分内容，前 5 章是概率论部分，包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；后 4 章是数理统计部分，包括数理统计基础、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析初步.

讲授本教材的全部内容建议 64 学时；如果讲前 8 章，建议 48 学时；如果讲前 5 章，建议 32 学时.

本教材由大连民族学院理学院组织编写，主编齐淑华、王立冬，副主编张友、丁淑妍，参加编写的还有王金芝、刘红梅、周庆健、谢丛波、刘强、刘力军、董莹、丛树强等.

由于作者水平有限，难免有不当之处或错误，敬请同行和广大读者指正.

编　者

2009 年 8 月

目 录

第 1 章 随机事件及其概率

本章介绍概率论与数理统计中用到的基本概念及随机事件的关系与运算，重点论述概率的定义、古典概率的求法、条件概率和乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式以及事件的相互独立性.

1.1 随机事件及其运算

1.1.1 随机现象

概率论与数理统计研究的对象是随机现象.客观世界中，人们观察到的现象，大体上存在着两种，一种是在一定条件下必然发生的现象，称为**确定性现象**或**必然现象**.例如，在一个标准大气压下，水在 100℃ 时一定沸腾；竖直上抛一重物，则该重物定会竖直落下来.另一种称为**随机现象**(random phenomenon)，它是指在进行个别试验或观察时其结果具有不确定性，但在大量的重复试验中其结果又具有统计规律性的现象.例如，向上抛一枚质地均匀的硬币，硬币落地的结果可能正面朝上，也可能反面朝上；掷一颗质地均匀的骰子，可能出现 1 点到 6 点中的任一点.在随机现象中，虽然在一次观察中，不知道哪一种结果会出现，但在大量重复观察中，其每种可能结果却呈现出某种规律性.例如，在多次抛一枚硬币时，正面朝上的次数大致占总次数的一半.这种在大量重复观察中所呈现出的固有规律性，就是我们所说的统计规律.概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科.

把对某种随机现象的一次观察、观测或测量等称为一个**试验**.

下面看几个试验的例子：

(1) 将一枚硬币抛三次,观察正面 H、反面 T 出现的情况;

(2) 掷一颗骰子,观察出现的点数;

(3) 观察某城市某个月内交通事故发生的次数;

(4) 对某只灯泡做试验,观察其使用寿命;

(5) 对某只灯泡做试验,观察其使用寿命是否小于 200 小时.

上述试验具有以下特点:(1) 在相同的条件下试验可以重复进行;(2) 每次试验的结果具有多种可能性,而且在试验前可以明确试验的所有可能结果;(3) 在每次试验前,不能准确地预言该次试验将出现哪一种结果. 称这样的试验为**随机试验**(random experiment),简称**试验**,记为 E.

注 本书以后所提到的试验均指随机试验.

1.1.2 样本空间

对于随机试验,尽管在每次试验之前不能预知其试验结果,但试验的所有可能结果是已知的,称试验所有可能结果组成的集合为**样本空间**(sample space),记为 $\Omega = \{\omega\}$. 其中试验结果 ω 为样本空间的元素,称之为**样本点**(sample point).

设 $E_i(i = 1,2,3,4,5)$ 分别表示上述试验(1) ~ (5),以 Ω_i表示试验 $E_i(i = 1,2,3,4,5)$ 的样本空间,则

(1) $\Omega_1 = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$;

(2) $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

(3) $\Omega_3 = \{0,1,2,\cdots\}$;

(4) $\Omega_4 = \{t \mid t \geqslant 0\}$;

(5) $\Omega_5 = \{$寿命小于 200 小时,寿命不小于 200 小时$\}$.

注 虽然随机试验(4) 和(5) 都观察某只灯泡的使用寿命,但试验目的不同,所以对应的样本空间也不同.

1.1.3 随机事件

一般地,我们称试验 E 的样本空间 Ω 的任意一个子集为**随机事件**(random event),简称**事件**,常用大写字母 A,B,C ,… 表示.

如果事件中只包含一个样本点,则称该事件为**基本事件**(elementary event).

做试验 E 时,若试验结果属于 A,则称事件 A 发生;否则为 A 不发生.

【例 1】 掷一颗骰子,随机试验的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$. 指出下述集合表示什么事件?并指出哪些是基本事件.

事件 $A_1=\{1\}$;事件 $A_2=\{2\}$;事件 $B=\{2,4,6\}$;事件 $C=\{1,3,5\}$;事件 $D=\{4,5,6\}$.

解 事件 $A_1=\{1\}$,$A_2=\{2\}$—— 分别表示“出现 1 点”,“出现 2 点”,都是基本事件;

事件 $B=\{2,4,6\}$—— 表示“出现偶数点”,非基本事件;

事件 $C=\{1,3,5\}$—— 表示“出现奇数点”,非基本事件;

事件 $D=\{4,5,6\}$—— 表示“出现点数不小于 4 点”,非基本事件.

由于样本空间 Ω 包含了所有的样本点,且其也是自身的一个子集,故在每次试验中 Ω 一定发生,因此,称 Ω 为**必然事件**(certain event).

例如,掷一颗骰子,事件“出现的点数小于 7”是必然事件.

空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点,但它也是样本空间 Ω 的一个子集,由于它在每次试验中肯定不发生,所以称 $\varnothing$ 为**不可能事件**(impossible event).

例如,掷一颗骰子,事件“出现 7 点”是不可能事件.

1.1.4 事件间的关系与运算

事件是一个集合,因而事件间的关系与事件的运算自然可按照集合论中集合之间的关系和集合运算来处理.

设试验 E 的样本空间为 Ω,而 $A,B,A_k(k=1,2,\cdots)$ 是 Ω 的子集.

1. 事件间的关系

(1) 事件的包含与相等

若事件 A 发生,必有事件 B 发生,则称**事件 B 包含事件** A(图 1-1),记作 $A\subset B$.

特别地,若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称事件 A 与事件 B **相等**,记作 $A=B$.

例如,掷一颗骰子,事件 $A=$“出现 4 点”,$B=$“出现偶数点”,则 $A\subset B$.

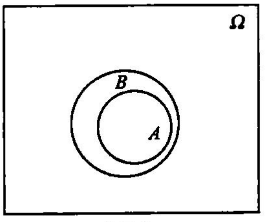
掷两颗骰子,事件 $A=$“两颗骰子的点数之和为奇数”,$B=$“两颗骰子的点数为一奇一偶”,则 $A=B$.

(2) 事件的和

事件 A 或 B 至少有一个发生,称为事件 A 与事件 B 的**和事件**(union of events)(图 1-2),记作 $A \cup B$ 或 $A+B$.

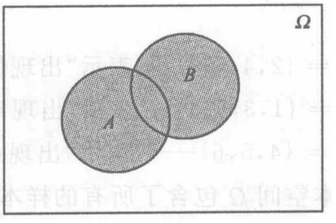
例如,掷一颗骰子,事件 $A=$"出现的点数小于 4 点",$B=$"出现偶数点",则 $A \cup B=\{1,2,3,4,6\}$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件表示为 $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$,含义就是事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生.



$A \subset B$

图 1-1



$A \cup B$

图 1-2

(3) 事件的积

事件 A 与 B 同时发生,称为事件 A 与事件 B 的**积事件**(intersection of events),(图 1-3),也称事件 A 与 B 的交,记作 $A \cap B$ 或 AB.

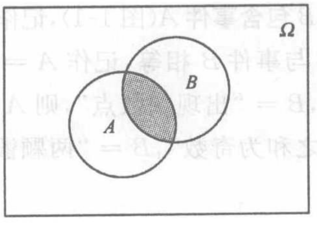
例如,掷一颗骰子,事件 $A=$"出现的点数小于 5 点",$B=$"出现偶数点",则 $A \cap B=\{2,4\}$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件记作 $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$,它表示事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生.

(4) 事件的差

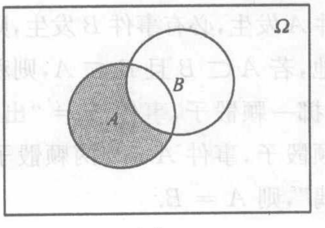
事件 A 发生而 B 不发生,称为事件 A 与 B 的**差事件**(图 1-4),记作 $A-B$.

例如,掷一颗骰子,事件 $A=$"出现的点数小于 4",$B=$"出现奇数点",则 $A-B=\{2\}$.



$A \cap B$

图 1-3



A-B

图 1-4