

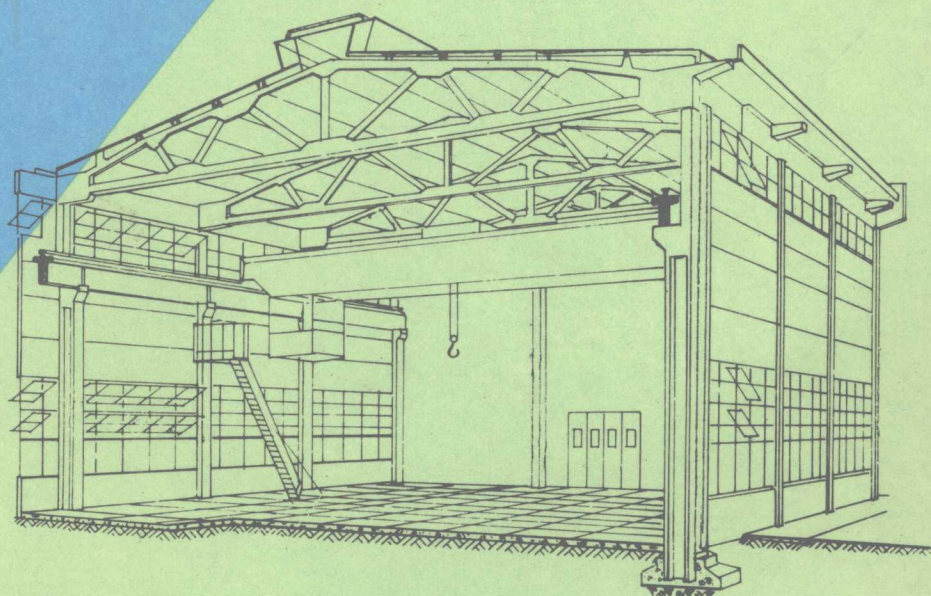
高等工程专科力学系列课改革教材

# 建筑力学

卢存恕/总主编

吴富英 常伏德/主编

(下册)



吉林大学出版社

高等工程专科力学系列课改革教材

# 建筑力学

卢存恕 总主编  
吴富英 常伏德 主编

(下册)

江苏工业学院图书馆  
藏书章

吉林大学出版社

**建筑力学**  
(上、下)  
总主编 卢存恕

---

责任编辑、责任校对:孟亚黎 封面设计:述 臣

---

吉林大学出版社出版 吉林大学出版社发行  
(长春市东中华路 37 号) 长建高专印刷厂印刷

---

开本:787×1092 毫米 1/16 1996 年 5 月第 1 版  
印张:37.5 1996 年 5 月第 1 次印刷  
字数:902 千字 印数:1—1500 册

---

ISBN 7-5601-1915-8/O · 209 总定价:36.80 元

## 前 言

为了体现专科特色,加强理论与实际的联系,本书将原有工民建专业的三门力学课《理论力学》、《材料力学》、《结构力学》合为一门《建筑力学》课。在课程体系上进行了重大改革:删去了与后继课很少联系的内容,增加了与结构课和施工课密切相关的内容,并在一些章节增加了建筑工程事故分析与处理,以使本课更好地为专业技术课服务;从科学方法论的角度出发重组课程体系,将静力分析方法直接用于静定结构的外、内力分析,运用几何、物理与静力学相结合的方法,对静定结构及其构件的强度、刚度和稳定性进行理论分析,在此基础上引出各种超静定问题的解题方法和动力问题的研究方法。这种新体系力图消除力学理论脱离工程实际以及相关课程间多次重复和互不衔接的弊端,并着眼于减少学时加大信息量,注重分析问题解决问题的方法训练,以求得“事半功倍”的效果。

本书以几十年的力学教学经验为基础,在内容的取舍方面以保证科学性为前题,更注重实用性;在给出分析问题解决问题方法时除注意叙述的逻辑性外,方法上更强调思维的启发性。为了强化训练和体现因材施教的原则,书中除安排了适量习题和思考题之外还编选了部分习题课选题指导供师生参考。全书适合于安排200~260学时的教学计划。按最低学时执行时,带\*号内容可全部删去,习题课选题指导内容可基本不讲解。

在工科类高等专科专业教学改革总思路的指导下,我校工民建(现称房屋建筑工程)专业力学系列课改革工作已持续6年,新教材的讲授自1992年9月开始也已3年有余,实践证明上述改革是积极的、可取的,新体系已逐渐得到全国同行专家的认可。以本教材为主要成果之一的《建筑力学》课程建设与课程体系的改革,1993年曾获国家优秀教学成果二等奖。这次公开出版前,在广泛征求各方面意见的基础上,发动全教研室成员对本书进行了全面、认真、细致的修订工作。经反复推敲,凡与专业课内容相关之处,多数以例题形式出现,以求得与专业课有机结合的效果。

本书分上、下册出版。上册主要内容为静定结构的受力分析；下册主要内容为静定结构的强度、刚度和稳定性，超静定结构的受力分析以及结构动力分析基本知识。

全书由卢存恕任总主编；周周、范国庆任上册主编；吴富英、常伏德任下册主编；全书由薛光瑾主审。

谢秋柏、邹向阳、刘丽华、王晓天、王玉英、张曙光、邢阳辉参加了部分内容编写、计算机绘图和本课程教学改革的实践活动。

本课程教学改革与教材建设过程中，得到了校内外、省内外许多人士的热情关怀与帮助，特别是得到了本校老校长陈希天同志和吉林大学出版社的大力支持，在此一并表示衷心感谢。

本书可作为全日制专科房屋建筑工程专业力学课改革的教材，也可作为函授、自学考试、夜大、职大等同类专业的教学用书，还可作为广大建筑工程技术人员自学力学系列课的参考书。

由于编者水平有限，本书作为教学改革的探索，一定会有很多不足之处，敬请使用教材的师生和广大读者批评指正，以便使这项改革成果日臻完善。

长春建筑高等专科学校  
力学教研室  
1996年1月

# 目 录

|                                 |      |
|---------------------------------|------|
| <b>第二篇 静定结构的强度、刚度和稳定性</b> ..... | (1)  |
| <b>第十二章 轴向拉伸与压缩</b> .....       | (2)  |
| § 12-1 轴向拉、压中横截面与斜截面上的应力 .....  | (2)  |
| § 12-2 轴向拉、压杆的变形——虎克定律 .....    | (5)  |
| § 12-3 材料拉、压力学性能 .....          | (7)  |
| § 12-4 符合概率极限状态设计准则的强度条件 .....  | (12) |
| § 12-5 强度条件的应用 .....            | (15) |
| 习题课选题指导 .....                   | (19) |
| 思考题 .....                       | (20) |
| 习题十二 .....                      | (20) |
| <b>第十三章 剪切与扭转</b> .....         | (23) |
| § 13-1 剪切的基本概念 .....            | (23) |
| § 13-2 剪切、挤压的实用计算 .....         | (26) |
| § 13-3 圆杆的扭转 .....              | (29) |
| § 13-4 矩形截面杆扭转简介 .....          | (33) |
| § 13-5 杆的塑性扭转 .....             | (36) |
| 习题课选题指导 .....                   | (37) |
| 思考题 .....                       | (38) |
| 习题十三 .....                      | (38) |
| <b>第十四章 弯曲</b> .....            | (40) |
| § 14-1 弯曲正应力 .....              | (40) |
| § 14-2 弯曲正应力强度条件及其应用 .....      | (45) |
| § 14-3 梁的合理截面 .....             | (49) |
| *§ 14-4 组合梁 .....               | (51) |
| § 14-5 弯曲剪应力 剪切中心 .....         | (53) |
| § 14-6 弯曲剪应力的强度条件及其应用 .....     | (58) |
| § 14-7 考虑材料塑性时的极限弯矩 塑性铰 .....   | (60) |
| 习题课选题指导 .....                   | (62) |
| 思考题 .....                       | (63) |
| 习题十四 .....                      | (63) |
| <b>第十五章 应力状态与强度理论</b> .....     | (68) |
| § 15-1 应力状态的概念 .....            | (68) |
| § 15-2 平面应力状态的分析 应力圆 .....      | (69) |
| § 15-3 梁的主应力 主应力迹线 .....        | (75) |

|                                     |       |
|-------------------------------------|-------|
| § 15-4 空间应力状态简介 .....               | (78)  |
| § 15-5 广义虎克定律 体应变 变形比能 .....        | (80)  |
| § 15-6 强度理论 .....                   | (83)  |
| § 15-7 梁强度的全面校核 .....               | (86)  |
| *§ 15-8 薄壁圆筒受力计算 螺旋筋对砼抗压的增强作用 ..... | (87)  |
| § 15-9 莫尔强度理论及其在土的极限平衡中的应用 .....    | (89)  |
| 习题课选题指导 .....                       | (90)  |
| 思考题 .....                           | (91)  |
| 习题十五 .....                          | (91)  |
| <b>第十六章 组合变形</b> .....              | (93)  |
| § 16-1 双向弯曲(斜弯曲) .....              | (93)  |
| § 16-2 拉(压)弯组合与偏心压缩 .....           | (96)  |
| § 16-3 弯曲扭转组合 .....                 | (101) |
| 习题课选题指导 .....                       | (104) |
| 思考题 .....                           | (105) |
| 习题十六 .....                          | (105) |
| <b>第十七章 梁的位移</b> .....              | (108) |
| § 17-1 梁挠曲线的微分方程 .....              | (108) |
| § 17-2 积分法求梁的挠度和转角 .....            | (109) |
| § 17-3 叠加法求梁的挠度 .....               | (113) |
| § 17-4 梁的刚度校核 .....                 | (117) |
| 习题课选题指导 .....                       | (120) |
| 思考题 .....                           | (121) |
| 习题十七 .....                          | (122) |
| <b>第十八章 能量法求静定结构位移</b> .....        | (123) |
| § 18-1 应变能及其在求位移中的简单应用 .....        | (123) |
| § 18-2 弹性体的虚功原理 .....               | (126) |
| § 18-3 结构位移计算的一般公式 .....            | (127) |
| § 18-4 图乘法求梁与刚架的位移 .....            | (130) |
| § 18-5 非荷载因素引起的位移 .....             | (135) |
| § 18-6 几个互等定理 .....                 | (138) |
| 习题课选题指导 .....                       | (141) |
| 思考题 .....                           | (142) |
| 习题十八 .....                          | (142) |
| <b>第十九章 压杆稳定</b> .....              | (145) |
| § 19-1 细长中心受压直杆临界力的欧拉公式 .....       | (145) |
| § 19-2 杆端约束对临界力的影响 .....            | (147) |

|                                   |       |
|-----------------------------------|-------|
| *§ 19-3 初弯曲、初偏心对稳定承载力的影响 .....    | (149) |
| § 19-4 临界应力总图 .....               | (150) |
| § 19-5 压杆稳定校核 $\varphi$ 系数法 ..... | (151) |
| 习题课选题指导 .....                     | (158) |
| 思考题 .....                         | (159) |
| 习题十九 .....                        | (159) |

### 第三篇 超静定结构..... (163)

#### 第二十章 力法解超静定结构..... (163)

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| § 20-1 简单的拉、压超静定 .....             | (163) |
| § 20-2 力法的基本概念及其在一次超静定问题中的应用 ..... | (165) |
| § 20-3 超静定次数判别与基本结构的选取 .....       | (170) |
| § 20-4 力法的典型方程及其在超静定刚架中的应用 .....   | (174) |
| § 20-5 超静定结构的位移计算与力法校核 .....       | (178) |
| § 20-6 对称性的利用 .....                | (179) |
| § 20-7 超静定梁的影响线 连续梁的包络图 .....      | (184) |
| § 20-8 力法解排架与组合结构 .....            | (189) |
| § 20-9 力法计算两铰拱 .....               | (192) |
| § 20-10 温度改变与支座移动时超静定结构的计算 .....   | (196) |
| 习题课选题指导 .....                      | (199) |
| 思考题 .....                          | (201) |
| 习题二十 .....                         | (201) |

#### 第二十一章 位移法解超静定结构 .....

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| § 21-1 等截面直杆的转角位移方程 ..... | (207) |
| § 21-2 位移法的基本概念 .....     | (215) |
| § 21-3 位移法的基本未知量 .....    | (218) |
| § 21-4 位移法的典型方程及其应用 ..... | (219) |
| § 21-5 对称性的利用 半刚架法 .....  | (224) |
| 习题课选题指导 .....             | (227) |
| 思考题 .....                 | (228) |
| 习题二十一 .....               | (228) |

#### 第二十二章 多高层结构内力分析的手算实用法 .....

|                     |       |
|---------------------|-------|
| § 22-1 力矩分配法 .....  | (231) |
| 习题课选题指导 .....       | (240) |
| § 22-2 分层法 .....    | (240) |
| § 22-3 反弯点法 .....   | (243) |
| § 22-4 $D$ 值法 ..... | (245) |
| § 22-5 剪力分配法 .....  | (254) |

|                                   |       |
|-----------------------------------|-------|
| *§ 22-6 框-剪结构受力分析的连续化方法 .....     | (257) |
| § 22-7 静定结构与超静定结构特性的比较 .....      | (260) |
| 思考题 .....                         | (261) |
| 习题二十二 .....                       | (262) |
| <b>第二十三章 矩阵位移法</b> .....          | (264) |
| § 23-1 矩阵位移法的基本概念 .....           | (264) |
| § 23-2 以局部坐标表达的单元刚度矩阵 .....       | (266) |
| § 23-3 以整体坐标表达的单元刚度矩阵 .....       | (269) |
| § 23-4 整体刚度矩阵 .....               | (273) |
| § 23-5 等效结点荷载 .....               | (276) |
| § 23-6 矩阵位移法计算步骤 .....            | (279) |
| 思考题 .....                         | (282) |
| 习题二十三 .....                       | (283) |
| <b>第四篇 结构动力分析基本知识</b> .....       | (285) |
| <b>第二十四章 动荷、冲击与疲劳</b> .....       | (285) |
| § 24-1 达兰伯原理 .....                | (285) |
| § 24-2 考虑加速度的动荷问题 .....           | (286) |
| § 24-3 冲击与冲击韧度 .....              | (288) |
| § 24-4 疲劳破坏与交变应力 .....            | (290) |
| 思考题 .....                         | (292) |
| 习题二十四 .....                       | (293) |
| <b>第二十五章 结构振动基本知识</b> .....       | (294) |
| § 25-1 结构振动的计算简图与振动自由度 .....      | (294) |
| § 25-2 无阻尼自由振动 .....              | (295) |
| § 25-3 有阻尼自由振动 .....              | (298) |
| § 25-4 无阻尼强迫振动 .....              | (301) |
| § 25-5 有阻尼强迫振动 .....              | (303) |
| § 25-6 地震方程及其解 .....              | (305) |
| § 25-7 双自由度自由振动 .....             | (306) |
| *§ 25-8 多自由度自由振动 .....            | (310) |
| *§ 25-9 振型分解法解多质点强迫振动 .....       | (315) |
| *§ 25-10 能量法求结构的近似基本周期 相当质量 ..... | (319) |
| 思考题 .....                         | (321) |
| 习题二十五 .....                       | (321) |
| 附录 I 型钢表 .....                    | (323) |
| 附录 II 连续梁和平面刚架程序的框图设计和源程序 .....   | (335) |
| 附录 III 下册习题答案 .....               | (354) |

## 第二篇 静定结构的强度、刚度和稳定性

在静定结构内力分析的基础上,结合构件变形的研究,通过力与变形关系的讨论,可以完全确定在拉(*tension*)、压(*compression*)、剪(*shear*)、扭(*torsion*)、弯(*bening*)等基本变形以及组合变形条件下,截面上的应力分布状况及其计算公式,同时可以得到结构或构件由于变形而引起的位移计算公式,进一步结合材料的力学性能和结构的各种适用条件,就可以比较系统地解决静定结构的强度(*strength*)、刚度(*rigidity*)和稳定性(*stability*)的问题。

由于各种结构使用材料的不同,构件施工工艺的不同,以及各种结构构造措施要求的不同,这里我们不可能解决所有结构的实际设计问题,只能解决各种结构中带有通性的问题。例如,无论哪种结构,不管是钢筋砼结构还是砌体结构,钢结构还是木结构,在开始承受荷载阶段,大体都处于弹性变形阶段,力与变形都可近似认为属于线性关系。结构材料虽然千差万别,但都可近似视为均质连续体。钢材固然比较接近这种状态,即使是砼材料,由于石块尺寸远小于构件的尺寸,且随机分布,我们仍可视为均质材料。砖石砌体中虽充满空隙,但是在受力分析中同样可视为连续体,并不会引起很大误差。材料不同受力与变形的关系也不相同,例如钢材与木材间就有很大的差别。但就一种材料而言,力与变形的关系可近似视为与方向无关,这叫做各向同性(*isotropic*)。以木材而论,说它各向同性显然只能是近似的。

通过上述讨论应当明确,建筑力学第二篇所处理的对象应当是变形体,即物体受力后要发生形状与尺寸的变化,而这种变形体应该是均匀连续充满物质,并且是各向同性的,所发生的变形应该是完全能恢复的弹性变形。上述这些基本假设是研究强度、刚度和稳定性的基础。

第一篇研究的对象是刚体,而第二篇研究的对象是变形体,两者的关系应如何处理?从总体上讲(除稳定性研究外),进行物体的受力分析时仍将物体视为刚体,不考虑其变形,但在研究变形和力与变形关系时物体就应视为变形体。两者之所以能如此处理,还在于小变形这一重要假设,而小变形假设在建筑工程中,特别是在弹性阶段,是比较符合工程实际的。

材料的力学性能实验是研究强度、刚度和稳定性问题的重要实践手段,只有通过实验才能获得材料的各种强度指标和各种变形的模量。多种材料实验中以钢材的试验比较能全面反映出力和变形的关系,特别是反映塑性变形的屈服极限,只有在普通低碳钢中才能明显呈现出来。在弹性阶段内钢材可以说最接近线性关系,即力与变形成正比。所以说充分了解和掌握钢材和其它各种建筑材料的力学性能是学好本门课,以至各种结构课的重要条件之一。

按照本书的处理,与拉、压、剪、扭、弯五种基本变形相应的内力计算已经在第一篇中叙述,现在的问题是,如何确定反映这些内力分布集度的应力公式和与之相应的变形公式。研究问题的基本方法是:通过实验观察某种变形的表面现象,进一步引出某些科学假设,从而得出该种变形在构件截面上反映出的规律性,结合应力与变形的关系,得出应力沿截面的分布规律,最后,按第十一章给出的应力与内力关系,即可得到应力和变形的计算公式。这就是几何、物理与静力学三者相结合的研究方法,这一科学方法将在拉、压、扭转和弯曲中反复应用。因此熟悉和掌握这一科学方法肯定会有助于学习。

## 第十二章 轴向拉伸与压缩

### § 12-1 轴向拉、压中横截面与斜截面上的应力

理想桁架中各根杆件的内力都属于轴向拉伸或压缩(axial tension or compression)。墙、柱、基础等,当所受压力通过截面形心时也都属于轴向压缩。当这类杆件的轴力  $N$  确定后,沿杆的横截面以及斜截面将要产生何种应力,应如何计算,这些就是本节所要研究的内容。

#### 一、横截面上的正应力

图 12-1(a)所示系一横截面面积为  $A$  的等截面直杆,受轴向拉力  $N$  作用,在离开加力点

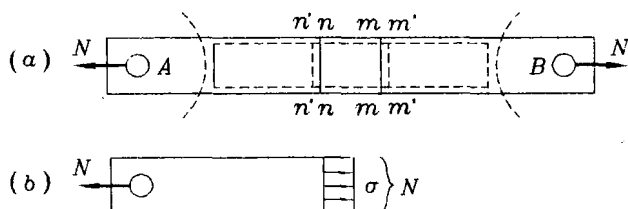


图 12-1

$A, B$  一定距离以外,杆的表面变形如图所示,原有横向线  $nn$  与  $mm$  均向外平移至  $n'n'$  和  $m'm'$ ,  $nm$  间距离增加,纤维伸长。沿截面宽度稍有微缩。这种横向线变形后还是横向线的表面现象,使我们有理由做出如下假设,变形前的横截面,在轴向拉、压下,变形后仍保持平面,只是横截面间发生了相对平移。这就是

平面断面假设。依据这一假设,可以得出结论,杆件两截面间各纵向纤维发生了均匀变形(伸长或缩短)。由于分布内力集度与变形间存在着确定的关系,因此变形均匀必导致正应力均匀。根据第十一章内力与应力的关系,自图 12-1(b)不难得出

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma A$$

故横截面上正应力

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (12-1)$$

$\sigma$  的符号以拉应力为正,压应力为负。由图 12-1 可以看出,正应力  $\sigma$  沿横截面均匀分布这一结论只有在远离荷载作用点处才是正确的,而在力的作用点  $A, B$  处应力分布将是不均匀的。这种不均匀的范围,一般不大于杆的横向尺寸。

当杆件的轴力沿轴线变化时,由  $N_{\max}$  所产生的应力

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A}$$

属于危险应力,危险应力所在截面称为危险截面,显然杆件若发生破坏首先应从这种截面开

始。由轴力被横截面面积除而得到的正应力一般称为工作应力,只有当工作应力不超过某一范围时构件才是安全的(见 § 12-4、三)。

例 12-1 图 12-2 所示为一钢木支架,  $BC$  杆由截面边长  $a=10\text{cm}$  的木方制成,  $AB$  杆为  $\Phi 25\text{mm}$  圆钢, 承受  $G=50\text{kN}$  的荷载, 试计算两杆中的应力。

解: 利用结点法不难求出  $AB$  杆与  $BC$  杆的轴力为

$$N_{AB} = 28.87\text{kN}, N_{BC} = -57.74\text{kN}$$

利用公式(12-1), 得到两杆内的正应力为

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{28.87 \times 1000}{\frac{\pi}{4} 25^2 \times 10^{-6}} = 58.8 \times 10^6 \text{N/m}^2 = 58.8\text{MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{57.74 \times 1000}{10^2 \times 10^{-4}} = -5.77 \times 10^6 \text{N/m}^2 = -5.77\text{MPa}$$

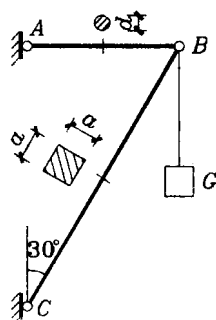


图 12-2

例 12-2 一阶梯形砖柱, 其受力情况、杆件长度与截面尺寸等均如图 12-3(a) 所示(不计砖柱自重), 试求砖柱的最大工作应力。

解: (1) 作杆件轴力图如图 12-3(b) 所示, 最大轴力为  $180\text{kN}$ 。

(2) 计算 I、II 段杆件应力, 由公式(12-1)有

$$\sigma_I = -\frac{60 \times 1000}{0.24 \times 0.24} = -1.04\text{MPa}$$

$$\sigma_{II} = -\frac{180 \times 1000}{0.37 \times 0.37} = -1.31\text{MPa}$$

根据计算结果, 砖柱最大应力(压应力)发生在第 II 段, 其值为  $1.31\text{MPa}$

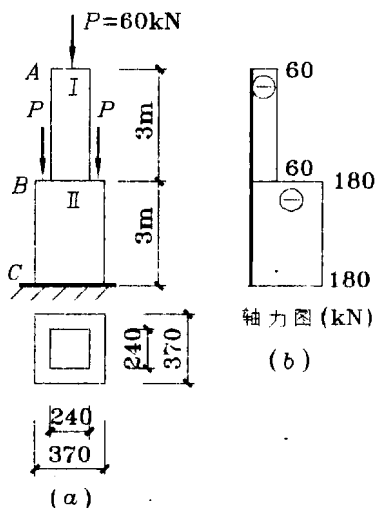


图 12-3

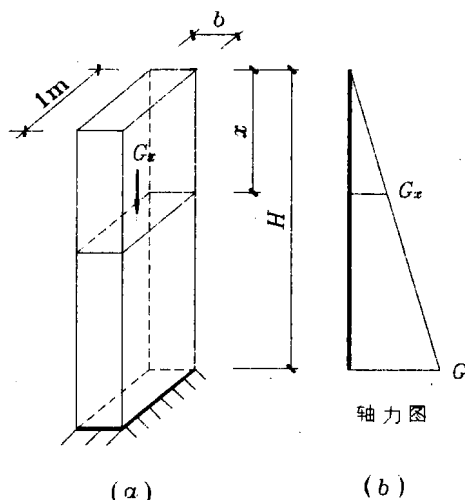


图 12-4

例 12-3 计算砖墙由于自重所引起的压应力(图 12-4(a)), 墙厚为  $b$ , 容重为  $\gamma$ 。

解: 沿砖墙长度方向取  $1\text{m}$  计算, 距顶端  $x$  远处横截面上的轴力

$$N_x = G_x = -1 \times b \times x \times \gamma = -\gamma b x$$

由于轴力是  $x$  的线性函数, 因此轴力图为斜直线, 如图 12-4(b) 所示, 最大负轴力  $|N|_{\max} = \gamma b H$ 。离顶面  $x$  远处横截面上的应力

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = -\frac{\gamma b x}{1 \cdot b} = -\gamma x$$

最大压应力在墙底面, 有

$$|\sigma|_{\max} = \gamma H$$

例 12-4 计算图 12-5 所示带小孔拉杆中横截面上的危险应力。

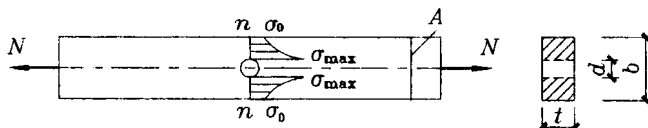


图 12-5

解: 拉杆的危险截面显然应位于被小孔削弱最多的  $nn$  截面, 该截面拉应力按公式 (12-1) 计算应为

$$\sigma_{nn} = \frac{N}{(b-d)t} = \sigma_0 \quad (a)$$

此处所得到的应力是基于平面断面假设而得出的平均应力, 然而由于小孔的出现, 在孔附近的横截面上变形并不满足此假设。经实验和弹性力学推证都得出, 在  $nn$  截面上正应力并非均匀分布, 而是如图 12-5 所示的越靠近小孔边应力越大, 最大应力  $\sigma_{\max}$  是平均应力  $\sigma_0$  的 2~3 倍 (与孔的尺寸有关)。这种靠近孔边应力急聚增加的现象称为应力集中 (stress concentration)。这种应力集中现象对于由铸铁、砼、砖石等脆性材料制成的构件要特别加以注意, 因为随荷载的增加在应力最集中的地方往往容易最先开裂。

## 二、斜截面上的应力

轴向拉、压杆, 随着荷载的增加, 内力和横截面上的正应力都将随之增加, 当正应力增大到

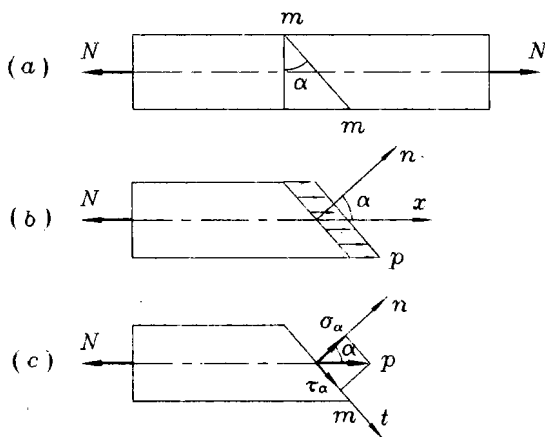


图 12-6

一定程度时有些杆件将沿横截面发生破坏, 如铸铁、砼等试件受拉时将产生这种现象。但是铸铁受压破坏时, 并非沿横截面破坏而是沿斜截面破坏。这种现象显然和斜截面上应力有关。现在考查如图 12-6(a) 所示一轴向受拉杆件, 杆的横截面面积为  $A$ , 受轴力  $N$  的作用。用截面法沿斜面  $mm$  将杆分开, 斜面外法线与杆轴成  $\alpha$  角, 保留左部。截面上应有连续均匀分布并沿水平方向的应力  $p$  存在, 而且通过平衡条件应有

$$p \frac{A}{\cos \alpha} = N \text{ 或 } p = \frac{N}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha$$

成立。式中  $p$  称为完全应力,  $\sigma_0$  为横截面

上的正应力。由于  $p$  的方向与斜截面成一角度, 因此  $p$  既不是正应力也不是剪应力。将其沿图 (c) 所示  $n$  与  $t$  方向进行分解, 得斜截面上的正应力

$$\sigma_a = p \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (12-2a)$$

斜截面上的剪应力

$$\tau_a = p \sin \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin 2\alpha \quad (12-2b)$$

上两式表明, 轴向拉、压杆件斜截面上同时存在正应力与剪应力。由 (12-2a) 式得知, 当  $\alpha=0$  时 (即横截面)  $\sigma_a$  取最大值, 有  $\sigma_{\max} = \sigma_0$ , 而当  $\alpha=90^\circ$  时 (即纵向截面)  $\sigma_a$  取最小值, 有  $\sigma_{\min} = 0$ 。由 (12-2b) 式得知, 当  $\alpha=0^\circ$  和  $90^\circ$  时  $\tau_a = 0$ 。即横截面上与纵向截面上均无剪应力, 当  $\alpha=45^\circ$  时  $\tau_a$  取最大值, 有  $\tau_{45^\circ} = \tau_{\max} = \frac{\sigma_0}{2}$ , 此时自 (12-2a) 不难得到  $\sigma_{45^\circ} = \frac{\sigma_0}{2}$ 。有些构件的破坏 (如铸铁受压) 正是由于斜截面的剪应力而引起的。

## § 12-2 轴向拉、压杆的变形——虎克定律

在研究轴向拉、压应力时, 已经说明拉杆在纵向伸长的同时, 横向将要发生收缩变形。图 12-7 示一等截面 (面积为  $A$ ) 直杆在轴向拉伸下的变形情况。纵向原长为  $L$ , 变形后为  $L_1$ , 其绝对伸长 (总伸长) 为

$$\Delta L = L_1 - L$$

绝对变形除以原长称为相对变形, 以  $\epsilon$  表示, 此处属于相对伸长

$$\epsilon = \Delta L / L \quad (12-3)$$

这种表示单位长度所发生的变形, 又称应变 (strain) (与应力对应)。该应变属于纵向变形。

横向宽度由  $b$  缩短到  $b_1$ , 绝对变形为

$$\Delta b = b_1 - b$$

横向的相对变形用  $\epsilon'$  表示, 有

$$\epsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (12-4)$$

这种横向应变当纵向伸长时应取负值。

当正应力不超过弹性限度时横向应变与纵向应变绝对值之比称为材料的泊桑 (S. D. Poisson) 比或横向变形系数, 用  $\mu$  表示, 有

$$\mu = \frac{|\epsilon'|}{|\epsilon|}$$

由于  $\epsilon'$  与  $\epsilon$  的符号总是相反, 故有

$$\epsilon' = -\mu \epsilon \quad (12-5)$$

$\mu$  值的大小随材料的不同而异, 最小为零, 最大不超过 0.5, 一般钢材大约取值在 0.2~0.3 范

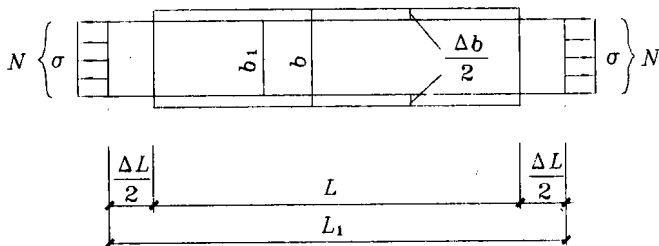


图 12-7

围内。

上述纵向线应变  $\epsilon$ ，横向线应变  $\epsilon'$  以及泊桑比  $\mu$  均属无名数。

杆件受力引起变形，当杆中正应力不超过弹性限度时，图 12-7 所示等截面直杆在均匀轴向拉力作用下，其绝对伸长量  $\Delta L$  经实验测定与轴力  $N$ 、长度  $L$  成正比，与横截面面积成反比，取比例常数为  $E$ ，有

$$\Delta L = \frac{NL}{EA} \quad (12-6)$$

将此式改写为

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

利用公式(12-1)与(12-3)，上式化为

$$\sigma = E\epsilon \quad (12-7)$$

此式表明正应力与纵向相对变形成正比，比例常数为  $E$ 。(12-6)与(12-7)两式等价，都称为拉、压虎克定律(*Hooke's Law*)，前者是以轴力和绝对变形表示，而后者以应力和应变的形式表达。比例常数  $E$  称为材料的拉、压弹性模量(*modulus of elasticity*)，与材料有关，其值见表 12-1。从数学上讲，当  $\epsilon=1$  时(即弹性变形等于原长)， $E=\sigma$ ，就是说弹性模量相当于使杆件变形等于原长时杆内横截面上的应力。但这种解释对大多数材料而言是实现不了的，因为在这种状态出现之前早已进入弹塑性状态，或者已经破坏。 $E$  的单位与  $\sigma$  具有相同的单位。由于其值较大，一般用 GPa 表示。(12-16)式中的  $EA$  与  $\Delta L$  成反比， $EA$  越大，拉压变形越小，因此  $EA$  起到抵抗拉、压变形的能力，一般称为抗拉、压刚度(*rigidity of tension or compression*)。

表 12-1 弹性模量及横向变形系数的数值

| 材料名称   | 牌号   | $E$<br>GPa | $\mu$     |
|--------|------|------------|-----------|
| 低碳钢    |      | 200~210    | 0.24~0.28 |
| 中碳钢    | 45   | 205        |           |
| 低合金钢   | 16Mn | 200        | 0.25~0.30 |
| 灰口铸铁   |      | 60~162     | 0.23~0.27 |
| 铝合金    | LY12 | 71         | 0.33      |
| 混凝土    |      | 15.2~36    | 0.16~0.18 |
| 木材(顺纹) |      | 9~12       |           |

**例题 12-5** 求例题 12-2 中阶梯形砖柱顶面的位移，已知弹性模量  $E=3\text{GPa}$ 。

**解：**设砖柱基础不下沉，则柱顶位移  $\Delta_A$  等于全柱的缩短总量。而全柱的总缩短是由 I、II 两段柱组成的，利用公式(12-6)，有

$$\Delta L = \frac{N_1 L_1}{EA_1} + \frac{N_2 L_2}{EA_2}$$

将例 12-2 有关结果及  $E$  值代入，可得

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{(-60 \times 1000) \times 3}{(3 \times 10^9)(240 \times 240 \times 10^{-6})} + \frac{(-180 \times 1000) \times 3}{(3 \times 10^9)(370 \times 370 \times 10^{-6})} = -0.00236\text{m} \\ &= -2.36\text{mm} \end{aligned}$$

由此得

$$\Delta_A = |\Delta L| = 2.36\text{mm}(\text{向下})$$

公式(12-6)是在轴力  $N$  和杆横截面积  $A$  沿杆长均为定值条件下推出的,如果  $N$  与  $A$  随截面位置而变化,即  $N=N(x)$ ,  $A=A(x)$  时,则杆的总伸长或总缩短必须采取积分的形式,因为在  $dx$  微段内  $N$  与  $A$  可视为定值,这样就有

$$\Delta L = \int_0^L \frac{N(x)}{EA(x)} dx$$

将(12-7)代入,有

$$\Delta L = \int_0^L \frac{\sigma(x)}{E} dx = \int_0^L \epsilon(x) dx \quad (12-8)$$

例 12-6 计算例 12-3 砖墙由自重引起的总缩短量

解:由例 12-3 已得出  $\sigma(x) = -\gamma x$ , 代入(12-8)式,得到由自重引起的总变形为

$$\Delta L = \int_0^H \frac{\sigma(x)}{E} dx = -\frac{\gamma}{E} \int_0^H x dx = -\frac{\gamma H^2}{2E} = -\frac{\gamma H A H}{2EA} = -\frac{GH}{2EA} (\text{缩短})$$

此结果表明,由自重引起的变形相当于将自重视为不变轴力而引起总变形的一半。

## § 12-3 材料拉、压力学性能

拉压虎克定律是在材料满足线弹性关系的条件下得出的。建筑材料中有些材料,如钢材、木材,当杆中正应力不超过某一范围时基本上满足力与变形间的线弹性关系,但有些材料则只能是近似视为这一关系。当杆中正应力一旦超过某一极限后,力与变形之间不仅失去了纯弹性关系,而且会呈现非线性关系。为了解决结构与构件的强度、刚度和稳定性问题,就必须对材料力学性能(*mechanical behavior*)的全过程(到破坏为止)有一个清晰的了解,才能科学的建立起强度条件、刚度条件以至稳定性条件。

普通低碳钢钢结构中称为 Q235,一般称为 3 号钢,钢筋砼结构中称为 I 级钢,这种钢材的拉伸试验所反映出的力学性能(即力与变形的关系)是比较复杂比较典型的,一般都以该项试验为基本试验。

试验应该在万能试验机上进行,试件应取国家规范规定的标准试件,其形状如图 12-8 所示,试件中部等断面的长度称为平行长度,在其间截取工作段长度以  $L$  表示,两端用划线器刻上两根细横线。工作段内保证应力是均匀的。标准试件工作段长度  $L$  与横截面面积  $A$  之间有确的关系。对圆截面试件,有  $L=10d$  和  $L=5d$ ,对矩形截面试件,有  $L=11.3\sqrt{A}$  和  $L=5.65\sqrt{A}$ 。

有关万能试验机及拉伸试验的具体操作,将在试验讲义与试验课中说明,此处只将试验结果说明如下。

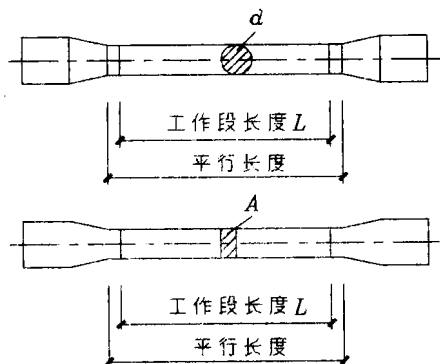


图 12-8

## 一、低碳钢试件的拉伸图

低碳钢试件在试验机中两端受到不断增长的轴向拉力  $N$  作用,试件中工作段部分将发生伸长变形  $\Delta L$ ,随着  $N$  的增长  $\Delta L$  也不断变化,以  $\Delta L$  为横坐标,以  $N$  为纵坐标,可以绘出直到试件拉断为止时的全部力与伸长的关系图(万能试验机中这种图是自动绘制的),此图称为拉伸图(*tensile diagram*)(见图 12-9)。整个拉伸曲线按图形性质的不同,大约可分为四个阶段。

第 I 阶段(线弹性阶段) 该段中既表现出弹性关系(卸载后变形能全部恢复),又呈现出力与变形的线性关系,即

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

成立。

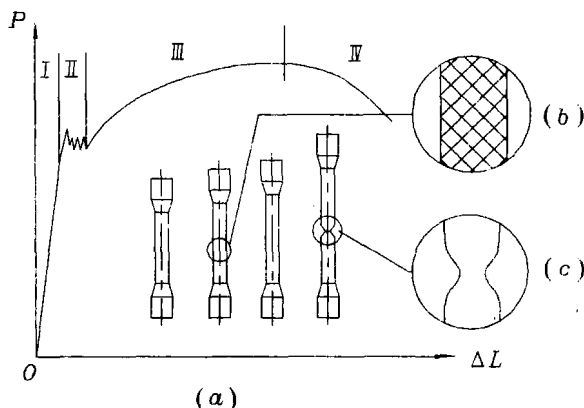


图 12-9

第 II 阶段(屈服阶段) 这一阶段,荷载几乎不增加(上下微小波动),而变形急剧增长,拉伸图大致成为一水平线(略去力的波动),这种荷载不增加变形急剧增加的现象称为屈服或流动。就好像材料失去了抵抗变形的能力,此时的变形相当大的部分是塑性变形或称残余变形。如果原试件表面被磨光,此时可

看到大约与轴线成  $45^\circ$  左右的斜线,这些斜线的产生正是由于前面所述沿  $45^\circ$  斜截面上最大剪应力所致,这些剪应力使材料的晶格发生滑移,引起塑性变形。当塑性变形发展到一定程度后,屈服阶段结束。

第 III 阶段(强化阶段) 屈服现象结束后欲使材料继续变形就必须继续增加荷载,材料反映出重新抵抗变形的能力,这是由于材料晶体强化所致,这一阶段称为强化阶段,该阶段一直延续到荷载出现最大值为止。强化阶段反映出明显的塑性变形,纵向伸长量大大增加,同时横向出现明显的收缩。

第 IV 阶段(局部变形阶段) 荷载增到最大值时,试件并未断裂,而是发生局部收缩,称为“颈缩”,此时变形主要发生在“颈缩”的局部,称为局部变形阶段,由于杆件抵抗变形的能力仅限于局部,所以此时总荷载呈下降趋势,但局部变形继续发展,直到杆件最后断裂为两部分。

拉伸图虽然直观地反映了低碳钢的力学性能,但该图要受到试件尺寸的影响,取不同尺寸的试件,拉伸图就会各异。为了不受尺寸的影响,一种材料的力学性能仅用一个图形就能全面反映出来,下面给出低碳钢的应力应变曲线图。

## 二、低碳钢在拉伸时的力学性能

如图 12-10 所示,取轴力  $N$  与试件变形前的横截面面积  $A$  之比,即

$$\sigma = \frac{N}{A}$$