



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济数学

—— 概率论与数理统计

第二版 | 主编 吴传生



高等教育出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济数学

—— 概率论与数理统计

第二版

主编 吴传生

高等教育出版社

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,是在第一版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上修订而成的,是经济数学首门国家级精品课程的使用教材。

本书的主要内容有:随机事件的概率,一维随机变量及其分布,多维随机变量及其分布,随机变量的数字特征,大数定律和中心极限定理,样本及抽样分布,参数估计,假设检验,线性回归分析与方差分析,Excel 软件在统计分析中的运用等。全书习题按节配置,除第五章和第十章外,每章后还配有总习题。

本书着眼于介绍概率论与数理统计的基本概念、基本原理、基本方法,强调直观性,注重可读性,突出基本思想和应用背景,注意将数学建模的思想融入课程内容。表述上从具体问题入手,由浅入深,由易及难,由具体到抽象,使得难点分散,便于教学。

本书结构严谨,逻辑清晰,叙述清楚,说明到位,行文流畅,例题丰富,可读性强,可作为经济管理类专业的教材和研究生入学考试的教学参考书,也可供工科专业参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学. 概率论与数理统计/吴传生主编. —2 版.
—北京:高等教育出版社,2009.3

ISBN 978-7-04-026421-0

I. 经… II. 吴… III. ①经济数学—高等学校—教材②概率论—高等学校—教材③数理统计—高等学校—教材 IV. F224.0 O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 012587 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京四季青印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2004 年 7 月第 1 版
印 张	19.5	印 次	2009 年 3 月第 2 版
字 数	360 000	定 价	21.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26421-00

第二版前言

《经济数学》系列教材(第二版)是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,是在第一版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上修订而成的,是经济数学首门国家级精品课程的使用教材。

该系列教材的主要特点是把数学知识和经济学、管理学的有关内容有机结合,融经济于数学,体现“数学为本,经济为用”的原则。

该系列教材的总的编写原则是:适应经济类、管理类各专业对数学的要求越来越高的趋势,注重适当渗透现代数学思想和方法,理论联系实际,加强学生应用数学知识和方法解决经济问题的能力的培养,突出数学的基本概念、基本理论和基本方法,突出数学的基本思想和应用背景,强调科学性、系统性、准确性和完整性。对课程体系进行优化,力求既能保证课程教学基本要求又能降低学习难度,处理好具体和抽象、定量和定性、直观判断和逻辑推理等关系,体现数学文化的精髓。

《经济数学——概率论与数理统计》的第一版自2004年由高等教育出版社出版以来,被全国许多高校作为经济管理类专业的教材。经过几年的教学实践并根据同行们的宝贵建议,我们进一步对国内外优秀的同类教材进行了比较研究,在保持第一版的优点、特色的基础上,第二版主要作了如下修订:

1. 在第八章,新增了假设检验问题的 p 值检验法。
2. 新增了第十章“Excel 软件在统计分析中的运用”。在这章,简要地介绍了箱线图的基本概念及 Excel 软件在数理统计中的运用。
3. 适当调整了部分内容,以便能更好地突出基本概念和基本运算,将数学建模的思想融入课程内容,突出经济应用,反映本课程的发展历史,体现数学文化。
4. 调整了部分例题和习题。

第二版的修订工作主要由吴传生、王展青完成,研究生何进荣同学做了大量的具体工作。全书由吴传生负责统稿定稿。

本书各章的写作特点及教学要求和教学处理建议可参考第一版前言。

本书在修订过程中,参考了众多的国内外教材;高等教育出版社的领导和编辑们对本书的编审和出版给予了热情支持和帮助,尤其是李艳馥、马丽和崔梅萍等老师在本书的编辑和出版过程中付出了大量心血。在此一并致谢!

本次修订也包括了配套辅导书和电子教案,它们将与教材同步出版。
新版中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者继续给予批评指正。

言前献二策

编者

2008年11月

本套教材自出版以来,受到了广大师生的广泛好评,在同类教材中独树一帜,成为许多院校的指定教材。在编写过程中,我们参考了国内外许多优秀的教材,力求做到概念清晰、重点突出、循序渐进、由浅入深、由易到难、由简到繁、由单一到综合、由定性到定量、由理论到应用、由知识到能力、由模仿到创新。在编写过程中,我们参考了国内外许多优秀的教材,力求做到概念清晰、重点突出、循序渐进、由浅入深、由易到难、由简到繁、由单一到综合、由定性到定量、由理论到应用、由知识到能力、由模仿到创新。

第一版前言

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材。在保持传统教材优点的基础上,本书注意将概率论和数理统计的知识和经济学及其他相关知识适当结合,注意适当渗透现代概率统计的概念、思想和方法,并对体系进行了适当的调整和优化。本书着眼于介绍概率论与数理统计的基本概念、基本理论和基本方法,突出概率论与数理统计的基本思想和应用背景,强调直观性与准确性,具有很强的可读性。本书的表述大多从具体问题入手,由浅入深,由易及难,循序渐进,脉络清晰。本书的主要内容及教学处理意见如下(读者在学习的过程中不断回过头来看一看下面的内容,相信对你会有所裨益):

第一章介绍概率论的一些基本概念。把随机试验的概念拓展为可以是重复进行的,也可以是不可重复进行的,这样使后面讨论的问题的逻辑基础更牢固;对概率、条件概率的概念,尤其是对全概率公式和贝叶斯公式的引出采用了一种更自然、更简明、并且易于掌握和应用的方法。

第二章讨论一维随机变量及其分布。随机变量概念的引入是概率论的一个转折,它使概率论的研究由个别随机事件的研究扩大为由随机变量所表征的一类随机现象的研究。本章先介绍随机变量及其分布函数的概念,再分别讨论离散型随机变量的分布律和连续型随机变量的概率密度,对几种重要的离散型随机变量分布律和连续型随机变量的概率密度读者应该牢牢记住。本章最后讨论一维随机变量的函数的分布。第二章以及之后的第三章的讨论都尽可能做到简明扼要。

第三章将一维随机变量的概念加以扩充,讨论多维随机变量及其分布,重点讨论二维离散型随机变量和二维连续型随机变量的联合分布律和联合概率密度函数以及边缘分布律和边缘概率密度函数及其性质,对条件分布也作了简要的介绍;将随机事件的独立性概念加以扩充,讨论了随机变量的独立性;将一维随机变量的函数的分布的讨论推广到几种简单情形的多维随机变量的函数的分布。学习这一章时,很多计算都涉及二重积分和含参变量的积分,正确地确定积分变量的变化范围,确定积分的上下限是十分重要的。

第四章介绍随机变量的一些数字特征,以数学期望为核心展开讨论,介绍了数学期望、方差、协方差、相关系数的概念及其实际意义;为以后讨论的需要,介绍了矩及协方差矩阵的概念;作为随机变量及其数字特征的一个综合应用,介绍

了二维及 n 维正态分布。由于在理论和应用上的重要性,这一章叙述详尽,说理透彻,例题及习题丰富,便于学生掌握。

第五章讨论大数定律和中心极限定理,对它们产生的数学背景和应用背景作了较为详细的介绍。这一章是概率论的重要内容,也是数理统计的理论基础。读者应重点掌握将一些实际的概率计算问题转化成满足一定条件的一系列随机变量的和落在某一范围内的概率计算模型,再利用中心极限定理作近似计算。

第六章介绍数理统计的一些基本概念,起承前启后的作用。对样本、统计量及一些常见的统计量及作用作了简明的介绍;对统计学的三大分布: χ^2 分布, t 分布, F 分布作了较为系统的介绍,希望读者掌握它们的定义、记住概率密度函数图形的轮廓及能使用分位点表求出分位点;有关正态总体的样本均值和样本方差的分布的定理及其应用十分重要,应该牢固掌握。

第七章介绍参数估计,包括点估计和区间估计。对点估计应主要掌握矩估计法及极大似然估计法的思想、原理与方法以及评选估计量的标准;对区间估计应主要掌握置信区间的概念,求置信区间的方法,重点掌握正态总体的均值和方差的区间估计。

第八章介绍假设检验。先介绍基于小概率事件原理和概率反证法的假设检验的基本思想和方法,以此为基础,介绍正态总体和非正态总体参数的假设检验,再讨论假设检验的两类错误,最后介绍非参数的假设检验,这样脉络十分清晰。应重点掌握假设检验的基本思想和方法以及正态总体参数的假设检验。

第九章介绍线性回归分析与方差分析。回归分析是研究自变量为非随机变量、因变量为随机变量时两者之间的相关关系的统计分析方法。我们应该明了研究这种关系的近似转换的思想,重点掌握对一元线性回归模型所要讨论的几个问题的步骤、方法及作用;方差分析是用偏差平方和度量数据的变异的一种分析方法,本书主要讨论单因素和双因素方差分析,读者应很好地掌握单因素和双因素方差分析的基本思想和技巧,尤其是要掌握记录着单因素分析和双因素方差分析的全部结果的相应的方差分析表。

本书的习题按节配置,遵循循序渐进的原则,除了充分注意基本概念、基本方法和理论,还适当配置了一些富于启发性的应用性习题。除第五章外,每章后配置总习题,这些题目有许多选自历年研究生入学考试的考题,供学完一章后复习、总结、提高之用。

本书结构严谨,逻辑清晰,叙述清楚,说明到位,文字流畅,例题丰富,注重应用,习题量较大,便于自学。它可以用作高等学校经济类、管理类专业的学生教材。由于工科类和经济管理类专业对概率论和数理统计课程的基本要求大致相同,所以本书也可供工科学生作为教材或参考书。

本书由吴传生主编。参加编写的有吴传生、彭斯俊、陈盛双、王展青。全书

由吴传生负责统稿定稿。

本书在编写过程中,参考了众多的国内外教材;高等教育出版社的领导和编辑们对本书的编审和出版给予了热情支持和帮助,尤其是徐刚、李艳馥、胡乃罔、董达英等同志在本书的编辑和出版过程中付出了大量心血,为了保证本书的质量,董达英同志做了很多卓有成效的工作;武汉理工大学教务处、理学院、数学系、统计学系对本书的出版也给予了大力支持,在此一并致谢!

由于编者水平有限,加之时间也比较仓促,教材中一定存在不妥之处,希望专家、同行、读者提出批评指正,使本书在教学实践中不断完善。

编者

2004年2月

目 录

第一章 随机事件的概率	(1)
第一节 随机事件	(2)
一、随机试验与样本空间	(2)
二、随机事件	(3)
三、事件间的关系与运算	(4)
习题 1-1	(7)
第二节 随机事件的概率	(7)
一、频率与概率	(7)
二、概率的性质	(9)
三、等可能概型(古典概型)	(11)
四、几何概型	(15)
习题 1-2	(18)
第三节 条件概率	(18)
一、条件概率	(19)
二、乘法公式	(21)
三、全概率公式与贝叶斯公式	(23)
习题 1-3	(27)
第四节 独立性 * 主观概率	(28)
一、独立性	(28)
* 二、主观概率	(32)
习题 1-4	(33)
第一章总习题	(34)
第二章 一维随机变量及其分布	(38)
第一节 随机变量	(38)
习题 2-1	(40)
第二节 离散型随机变量	(40)
习题 2-2	(46)
第三节 随机变量的分布函数	(47)
习题 2-3	(50)
第四节 连续型随机变量及其概率密度	(50)
习题 2-4	(57)
第五节 随机变量的函数的分布	(58)

习题 2-5	(61)
第二章总习题	(62)
第三章 多维随机变量及其分布	(64)
第一节 二维随机变量	(64)
习题 3-1	(68)
第二节 边缘分布	(69)
习题 3-2	(72)
第三节 条件分布	(72)
习题 3-3	(74)
第四节 随机变量的独立性	(75)
习题 3-4	(79)
第五节 两个随机变量的函数的分布	(79)
习题 3-5	(85)
第三章总习题	(87)
第四章 随机变量的数字特征	(89)
第一节 数学期望	(89)
一、离散型随机变量的数学期望	(89)
二、连续型随机变量的数学期望	(92)
三、二维随机变量的数学期望	(93)
四、随机变量函数的数学期望	(94)
五、数学期望的性质	(97)
习题 4-1	(99)
第二节 方差	(101)
一、方差的定义	(101)
二、方差的性质	(104)
三、切比雪夫不等式	(107)
习题 4-2	(109)
第三节 协方差与相关系数	(110)
一、协方差	(110)
二、相关系数	(111)
习题 4-3	(113)
第四节 矩 协方差矩阵	(114)
第五节 二维正态分布	(115)
一、二维正态分布及其边缘分布	(115)
二、 n 维正态分布	(117)
习题 4-4,5	(120)
第四章总习题	(121)
第五章 大数定律和中心极限定理	(124)

5.1 第一节 大数定律	(124)
5.2 第二节 中心极限定理	(127)
5.3 习题 5-1,2	(131)
第六章 样本及抽样分布	(133)
6.1 第一节 总体与样本	(133)
6.2 习题 6-1	(135)
6.3 第二节 样本分布函数 直方图	(135)
6.3.1 一、样本分布函数	(135)
6.3.2 二、直方图	(137)
6.4 习题 6-2	(139)
6.5 第三节 样本函数与统计量	(140)
6.6 习题 6-3	(141)
6.7 第四节 抽样分布	(142)
6.7.1 一、三个重要分布	(142)
6.7.2 二、正态总体统计量的分布	(147)
6.8 习题 6-4	(150)
6.9 第六章总习题	(150)
第七章 参数估计	(153)
7.1 第一节 点估计	(153)
7.1.1 一、矩估计法	(153)
7.1.2 二、极大似然估计法	(155)
7.1.3 习题 7-1	(158)
7.2 第二节 估计量的评选标准	(159)
7.2.1 习题 7-2	(162)
7.3 第三节 区间估计	(163)
7.3.1 一、区间估计问题	(163)
7.3.2 二、估计方法	(164)
7.4 第四节 正态总体参数的区间估计	(165)
7.4.1 一、一个正态总体均值的区间估计	(166)
7.4.2 二、两个正态总体均值差的区间估计	(167)
7.4.3 三、一个正态总体方差的区间估计	(169)
7.4.4 四、两个正态总体方差比的区间估计	(170)
7.4.5 习题 7-3,4	(171)
7.5 第五节 非正态总体参数的区间估计举例	(172)
7.5.1 习题 7-5	(173)
7.6 第六节 单侧置信区间	(174)
7.6.1 习题 7-6	(176)
7.7 第七章总习题	(176)

第八章 假设检验	(180)
8.1 第一节 假设检验问题	(180)
8.1.1 一、统计假设	(180)
8.1.2 二、假设检验的思想方法	(181)
8.1.3 三、参数假设检验与区间估计的关系	(183)
8.1.4 习题 8-1	(184)
8.2 第二节 正态总体均值的假设检验	(184)
8.2.1 一、 u 检验法(方差已知)	(184)
8.2.2 二、 t 检验法(方差未知)	(186)
8.2.3 习题 8-2	(190)
8.3 第三节 正态总体方差的检验	(192)
8.3.1 一、一个正态总体方差的 χ^2 检验	(192)
8.3.2 二、两个正态总体方差比的 F 检验	(193)
8.3.3 习题 8-3	(194)
8.4 第四节 大样本检验法	(195)
8.4.1 一、两总体均值差的大样本检验	(195)
8.4.2 二、二项分布参数的大样本检验法	(196)
8.4.3 习题 8-4	(197)
8.5 第五节 p 值检验法	(197)
8.5.1 习题 8-5	(200)
8.6 第六节 假设检验的两类错误	(201)
8.6.1 一、犯两类错误的概率	(201)
8.6.2 二、两类错误概率的控制	(202)
8.6.3 习题 8-6	(203)
* 8.7 第七节 非参数假设检验	(204)
8.7.1 一、分布拟合检验	(204)
8.7.2 二、两总体相等性检验	(208)
8.7.3 三、独立性检验	(211)
* 8.7.4 习题 8-7	(213)
第八章总习题	(214)
第九章 线性回归分析与方差分析	(216)
9.1 第一节 一元线性回归分析	(216)
9.1.1 一、一元线性回归模型	(216)
9.1.2 二、参数 a, b, σ^2 的估计	(218)
9.1.3 三、线性回归的显著性检验	(219)
9.1.4 四、预测	(221)
9.2 第二节 可线性化的非线性回归	(222)
9.3 第三节 多元线性回归简介	(225)

习题 9-1,2,3	(226)
第四节 方差分析	(227)
一、单因素方差分析	(227)
二、双因素方差分析	(231)
习题 9-4	(235)
第九章总习题	(235)
第十章 Excel 软件在统计分析中的运用	(238)
第一节 概述	(238)
一、Excel 软件简介	(238)
二、Excel 中的统计分析功能	(239)
第二节 基本运算函数	(240)
一、基本分布的计算	(240)
二、数据的基本统计量的计算	(241)
三、数据的排序与定位	(241)
第三节 描述性统计方法	(242)
一、散点图	(242)
二、直方图	(242)
三、箱线图	(242)
第四节 假设检验与方差分析方法	(245)
一、假设检验方法	(245)
二、方差分析方法	(246)
第五节 一元线性回归分析	(247)
习题答案	(250)
附表 1 泊松分布表	(271)
附表 2 标准正态分布表	(277)
附表 3 t 分布表	(279)
附表 4 χ^2 分布表	(281)
附表 5 F 分布表	(284)
附表 6 符号检验表	(294)
附表 7 秩和检验表	(295)
附表 8 相关系数临界值 r_α 表	(296)

第一章 随机事件的概率

自然现象和社会现象各种各样. 有一类现象, 称之为**确定性现象**, 其特点是在一定的条件下必然发生. 例如, 一枚硬币向上抛后必然下落; 在市场经济条件下, 某商品供过于求, 其价格必不会上涨, 等等. 另一类现象称之为**不确定性现象**, 其特点是在一定的条件下可能出现这样的结果, 也可能出现那样的结果, 且在试验和观察之前, 不能预知确切的结果. 例如, 向上抛掷一枚硬币, 其落地后可能是正面朝上, 也可能是反面朝上; 下周的股市可能会上涨也可能会下跌; 病人的病虽已是客观事实, 但确诊之前, 在医生看来病人究竟得的是什么病有多种可能. 因此, 这里的“不确定性”有两方面的含义, 一是客观结果的不确定性, 一是主观猜测或判断的不确定性.

从另一角度看, 不确定性现象又可分为两类: 一类是所谓**个别现象**, 它是指原则上不能在相同条件下重复试验或观察的不确定现象, 如某人于某月某日出生, 某一天是晴天还是雨天, 等等; 一类是所谓**随机现象**, 它是指可以进行大量重复试验或观察, 且其结果呈现出某种规律性的不确定现象. 例如, 在相同条件下, 多次抛掷一枚均匀硬币, 得到正面朝上的次数与抛掷的总次数之比随着次数的增多会越来越接近于 0.5. 下面的表 1-1 列出了历史上一些科学家在抛掷硬币试验中得到的相关数据:

表 1-1

试验者	n	n_H	$f_n(H) = \frac{n_H}{n}$
德摩根	2 048	1 061	0.518 1
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9
K. 皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
K. 皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5
罗曼诺夫斯基	80 640	39 699	0.492 3

表 1-1 中 n 表示抛掷硬币的次数, n_H 表示出现正面的次数, $f_n(H) = \frac{n_H}{n}$ 表示出现正面的次数占抛掷总次数的比例.

从表 1-1 中可以看到, 随着试验次数的增加, $f_n(H)$ 的值将逐渐稳定于

0.5. 随机现象的这种在大量重复试验中呈现出来的稳定性或固有规律性称为统计规律性. 这种规律性的存在使得利用数学工具研究随机现象成为可能. 概率论和数理统计研究的主要问题就是随机现象的统计规律性.

本章介绍概率论的一些基本概念: 事件、概率、条件概率及独立性等. 这些概念将贯穿全书, 为进一步研究作准备.

第一节 随机事件

一、随机试验与样本空间

在研究自然现象和社会现象时, 常常需要做各种试验. 在这里, 把各种科学试验以及对某一事物的某一特征的观察都认为是一种试验. 下面是一些试验的例子:

E_1 : 抛一枚硬币, 观察正面 H , 反面 T 出现的情况;

E_2 : 将一枚硬币连抛两次, 观察正面 H , 反面 T 出现的情况;

E_3 : 将一枚硬币连抛两次, 观察正面 H 出现的次数;

E_4 : 在某一产品中任选一件, 检验其是否合格;

E_5 : 记录某大超市一天内进入的顾客人数;

E_6 : 在一大批电视机中任意抽取一台, 测试其寿命;

E_7 : 观察某地明天的天气是雨天还是非雨天.

显然, 以上的试验都具有如下的特点:

- (1) 试验的可能结果不止一个, 并且能事先明确试验的所有可能结果;
- (2) 进行试验之前不能确定哪一个结果会出现.

一般地, 我们把具有上述两个特点的试验称为随机试验, 或简称试验, 用英文大写字母 E 表示.

再仔细分析一下, 我们发现试验 E_1, \dots, E_6 还具有如下的特点:

- (3) 可以在相同的条件下重复进行.

但是试验 E_7 却不具有特点(3), 这是因为除非时间倒转, 否则我们都不可能对它进行重复试验. 以后我们把不满足条件(3)的随机试验称为不可重复的随机试验, 而把同时满足条件(1), (2), (3)的随机试验称为可重复的随机试验. 可重复的随机试验已经得到广泛深入的研究, 有成熟的理论和方法. 但是, 在现代经济管理和决策分析中, 不可重复的随机试验的研究也引起了人们的关注. 不过,

本书中除了个别地方外,所讨论的大都是可重复的随机试验.因此,在不引起混淆的情况下,以后把可重复的随机试验也简称为随机试验或试验.

对于任一个随机试验 E ,由于它必须满足条件(1),因此,试验的所有可能结果组成的集合是已知的.我们将随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的样本空间,记为 Ω . Ω 中的元素,即 E 的每个结果,称为样本点.样本点一般用 ω 表示,于是可记 $\Omega = \{\omega\}$.

前面提到的试验 E_1, E_2, \dots, E_7 所对应的样本空间 $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_7$ 为:

$$\Omega_1 = \{H, T\};$$

$$\Omega_2 = \{HH, HT, TH, TT\};$$

$$\Omega_3 = \{0, 1, 2\};$$

$$\Omega_4 = \{\text{合格, 不合格}\};$$

$$\Omega_5 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\};$$

$$\Omega_6 = \{t \mid t \geq 0\};$$

$$\Omega_7 = \{\text{雨天, 非雨天}\}.$$

应该注意的是,试验 E_2 和 E_3 的过程都是将一枚硬币连抛两次,但由于试验的目的不一样,所以样本空间 Ω_2 和 Ω_3 截然不同,这说明试验的目的决定试验所对应的样本空间.

二、随机事件

进行随机试验时,人们关心的往往是满足某种条件的样本点所组成的集合.例如,若规定电视机的寿命超过 10 000 小时为合格品,则在试验 E_6 中我们关心的是电视机的寿命是否大于 10 000 小时,满足这一条件的样本点组成 Ω_6 的一个子集 $A = \{t \mid t > 10\,000\}$. 我们称 A 为试验 E_6 的一个随机事件.

一般地,称试验 E 的样本空间 Ω 的子集为 E 的随机事件,简称事件.(严格来说,事件应该是 Ω 中满足一定条件的子集合组成的集合类中的元素,对它的讨论超出了本书的范围).事件是概率论中最基本的概念,今后用英文大写字母 A, B, \dots 表示事件.设 A 是一个事件,当且仅当试验中出现的样本点 $\omega \in A$ 时,称事件 A 在该次试验中发生.例如,在 E_6 中,若测试出电视机的寿命 $t = 11\,000$ 小时,则事件“电视机为合格品” $= A = \{t \mid t > 10\,000\}$ 在该次试验中发生;同样,若测试出电视机的寿命 $t = 6\,000$ 小时,则在該次试验中事件 A 没有发生.

显然,要判定一个事件是否在一次试验中发生,只有当该次试验有了结果以后才能知道.

由一个样本点组成的单点集称为**基本事件**. 例如, 试验 E_1 有两个基本事件 $\{H\}$ 和 $\{T\}$, 试验 E_3 有三个基本事件 $\{0\}, \{1\}, \{2\}$.

样本空间 Ω 有两个特殊子集, 一个是 Ω 本身, 由于它包含了试验的所有可能的结果, 所以在每次试验中它总是发生, 称为**必然事件**; 另一个子集是空集 \emptyset , 它不包含任何样本点, 因此在每次试验中都不发生, 称为**不可能事件**.

三、事件间的关系与运算

在一个样本空间中, 可以有许多随机事件, 我们希望通过了解去掌握较复杂的事件. 为此, 需要研究事件间的关系与运算.

事件是一个集合, 因此事件间的关系和运算应该按照集合之间的关系和运算来规定.

设试验 E 的样本空间为 Ω , 而 $A, B, C, A_k (k=1, 2, 3, \dots)$ 是 Ω 的子集. 注意到在某次试验中事件 A 发生 \Leftrightarrow 该次试验的结果 $\omega \in A$ (这里符号“ \Leftrightarrow ”表示“当且仅当”), 由此出发, 可以讨论事件间的关系与运算.

(1) 若 $A \subset B$, 则称事件 B 包含事件 A , 或称事件 A 是事件 B 的**子事件**, 其含义是事件 A 发生必然导致事件 B 发生. 图 1-1 给出了这种包含关系的一个几何表示.

例如, 在 E_6 中, 记

$$A = \{\text{电视机寿命不超过 } 8\,000 \text{ 小时}\},$$

$$B = \{\text{电视机的寿命不超过 } 10\,000 \text{ 小时}\},$$

则 $A \subset B$. 若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 即 $A = B$, 则称事件 A 与事件 B 相等.

(2) 事件 $A \cup B = \{\omega \mid \omega \in A \text{ 或 } \omega \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的**和事件**. 显然事件 $A \cup B$ 发生 \Leftrightarrow 事件 A 发生或者事件 B 发生 \Leftrightarrow 事件 A 与 B 至少有一个发生. 图 1-2 给出了这种运算的一个几何表示.

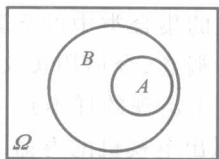


图 1-1

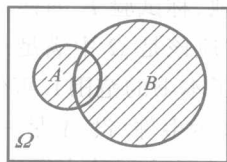


图 1-2

例如, 在 E_2 中, 记

$$A = \{\text{两次都出现正面}\} = \{HH\},$$

$$B = \{\text{两次都出现反面}\} = \{TT\},$$