

結構學

俞 忽 著

龍門聯合書局印行

學 構 結

著 俞 忽

培
林



五 五

行 印 局 書 合 聯 門 龍

學 構 結

版權所有



不准翻印

一九五一年七月初版

一九五一年十一月再版

定價人民幣 27,000 元

著 者

俞

忽

出版者

龍 門 聯 合 書 局

上海南京東路六一號一〇一室

電 話 一 八 八 一 九

總發行所

中國科技圖書聯合發行所

上海中央路二四號三〇四室

電 話 一 九 五 六 六

電報掛號 二 一 九 六 八

分 銷 處

龍門聯合書局及各地分局

上海總店 河南中路210號

上海支店 南京東路157號

北京分局 東安門大街82號

北京南城支店 琉璃廠103號

北京西城支店 西單福壽商場6號

重慶分局 中山一路368號

漢口分局 江漢一路3號

瀋陽分局 太原街40號

天津分局 羅斯福路308號

西安分局 中山大街217號

序

這本書是多年教結構學的結果。有不妥的地方請大家指正。這本書裏的插圖都是俞富耕先生幫我畫的，我在這裏致謝。

我這本書完全是用白話文寫的。葉聖陶先生說：“現在寫文章要句句上得口（見新觀察第二卷第二期）”，我可是做到的了。龍門聯合書局却說我寫得冗沓，有淨化必要，他們淨化得很徹底，從頭到底，不管怎樣，總得淨化一下。他們認為最需要淨化的是‘我們’兩字。不幸得很，我們說話的時候，這兩個字用得最多。一首代國歌裏就有三個‘我們’。他們看見這兩個字就想把他淨化掉。沒有這兩個字的地方，他們偶然也把這兩個字添上，有的地方，他們只顧淨化，就沒有顧到文氣，讀起來怪驚扭的。十分不妥的地方，我只得又把他反淨化一下。

我既然用白話文寫書，只要可以用白話寫的地方，就不用文言。書中許多用文言的地方，都不是我的原文。下面表內是二十幾個淨化的例子：

俞 忽

1951年5月29日

原文	經過淨化之後
他的支座中點到支座中點的距離 把方程式(1-2)和(1-3)在桁架的右方部份 子用一下 核對錯誤 彎矩應力 加值 把靜力方程式分別在 AO 和 CB 部份 上面運用一下 這些外來彎矩的正方向和鐘表的針運轉 的方向相同 到達 剛剛 大一點 比例 我們打算把他的剪力圖和彎矩圖畫出 和梁的上面有一個集中荷重的時候一樣 改一改 牢牢的 左 y 減右 y 乘右 M 減左 M 被他的彎矩臂除了之後的商數 我們要慢慢的算一算看 這個公式也可以這樣求得 把第三行的數值一個一個的加起來 圖 4-21 表示的就是這根影響線 可能發生應力,也可能不發生應力 一個結構可以僅僅和他的支座接觸 聯結在一起 一個結構的任何一部份也是一個結構 在這一本書的裏面 一個支座往往假定是鉸支座	從其一支座中點到另一支座中點的距離 對於桁架的右方部份運用方程式 (1-2)和(1-3),那末 覆核 應彎矩 增量 對於 AO 部份和 CB 部份分別運用靜 力方程式,則 我們規定順時針方向為這些外來彎矩的 正方向 移達 恰好 大一些 比率 現在要畫出其剪力圖和彎矩圖 和梁上有一個集中荷重時相仿 改一下 堅牢的 左 y 減右 y 乘以右 M 減左 M 除以他的彎矩臂所得的商 要算一下 這個公式也可以如下求得 把第(3)行的數值逐一加起來 圖 4-21 就表示這影響線 可能發生應力,也可能不發生 它僅可以和他的支座接觸 聯結一起 一個結構的任何一部份也得認為是一個 結構 在本書裏 往往假定一個支座是鉸支座

目 錄

第一章 反 力

1-1. 結構.....	1-1
1-2. 結構上面的力系.....	1-1
1-3. 支座的種類.....	1-1
1-4. 兩種不同的結構.....	1-4
1-5. 架子結構.....	1-4
1-6. 反力的求法.....	1-5

第二章 剪力和彎矩

2-1. 簡單梁上一點的彎矩和剪力.....	2-1
2-2. 剪力和彎矩的正方向.....	2-2
2-3. 彎矩, 剪力和荷重的關係	2-3
2-4. 剪力圖和彎矩圖.....	2-4
2-5. 有橫梁的大梁.....	2-3
2-6. 混凝土平板基礎.....	2-11
2-7. 牢接梁的桿中的剪力和彎矩.....	2-14
2-8. 活動荷重.....	2-18
2-9. 簡單梁: 單獨集中活動荷重	2-19
2-10. 簡單梁: 勻佈活動荷重	2-20
2-11. 有橫梁的大梁: 單獨集中荷重	2-21
2-12. 有橫梁的大梁: 勻佈活動荷重	2-23
2-13. 簡單梁: 一連串的集中活動荷重	2-23
2-14. 有橫梁的大梁: 一連串的集中荷重	2-25
2-15. 絕對最大彎矩.....	2-39

2-16.	影響線.....	2-42
2-17.	影響線的用處.....	2-46
2-18.	節點荷重.....	2-49
2-19.	節點荷重的影響線.....	2-52

第 三 章 橋 梁 桁 架

3-1.	橋梁桁架的種類.....	3-1
3-2.	應力的分析方法.....	3-2
3-3.	Warren 式桁架	3-5
3-4.	穿越式 Pratt 式桁架	3-16
3-5.	單數節間的 Pratt 式桁架	3-22
3-3.	斜弦 Pratt 式桁架	3-31
3-7.	有副斜桿的斜弦 Pratt 式桁架	3-43
3-8.	Pettit 式桁架	3-51
3-9.	有副斜桿的 Pettit 式桁架.....	3-62
3-10.	K 形桁架.....	3-68

第 四 章 偏 移

4-1.	桁架的偏移:虛單位荷重法	4-1
4-2.	簡單梁的偏移:虛單位荷重法	4-12
4-3.	簡單梁的偏移:彈性荷重法	4-15
4-4.	桁架的偏移:彈性荷重法	4-17
4-5.	相對偏移.....	4-20
4-6.	簡單梁的偏移:相對偏移法	4-21
4-7.	桁架的偏移:相對偏移法	4-22
4-8.	桁架的偏移:桿鏈法	4-32
4-9.	剪力偏移.....	4-40
4-10.	相互定理.....	4-45

第 五 章 冗桿,逐漸加值法和冗反力

5-1.	冗桿.....	5-1
5-2.	逐漸加值法.....	5-6
5-3.	冗反力.....	5-10
5-4.	影響線.....	5-18
5-5.	溫度應力.....	5-23

第 六 章 連續梁和半接框架結構

6-1.	坡度和橫移法.....	6-1
6-2.	逐漸加值法.....	6-19
6-3.	彎矩分配法.....	6-36
6-4.	壓柱比擬法.....	6-55
6-5.	普遍適用的坡度和橫移方程式.....	6-72
6-6.	副應力.....	6-75

結 構 學

第 一 章 反 力

1-1. 結構 承載荷重的任何人造什物，都可喚做結構。一個結構普通是建築在地球或別的結構上面。它僅可以和它的支座接觸，或堅強的和它的支座聯結一起。在前一種情形下，我們往往在它們接觸面的中間挑選一點，多半是那接觸面的重心，當做那些結構的支點；在第二種情形下，任何一個切斷它們聯絡的部份的平面截面的重心，也一樣可以當做支點。工程結構的構造，普通是用木，鋼，鋼筋混凝土，磚，和石。一個結構的任何一部份，也得認為是一個結構。

1-2. 結構上的力系 一個結構上的任何荷重，最後都要由各支座承受；因此荷重和和支座的抵抗力（或稱反力）成爲一個互相平衡的力系。本書打算只談平面結構，就是有一個對稱面的結構，結構上的力都假定在這對稱面裏作用。依照力學原理，凡在同一平面裏的平衡力系，須滿足下列三方程式：

$$\sum X = 0 \dots\dots\dots(1-1)$$

$$\sum Y = 0 \dots\dots\dots(1-2)$$

$$\sum M = 0 \dots\dots\dots(1-3)$$

用語言說明起來，就是說：各力在 x 軸方向上的分力的總和等於零；各力在 y 軸方向上的分力的總和等於零；各力對於任何一點的力矩的總和等於零， x 軸和 y 軸須相交於一點，但不必互相成直角。

1-3. 支座的種類 圖 1-1 表示一個架子，上面有一個荷重 P 。這架子上的力系，除了荷重 P 之外，只有支座 A 的反力，兩個互相平衡

的力必須數值相同，方向相反，且在同一直線上作用。因此 A 點的反力，應該等於和荷重 P 在同一直線上作用的一個 P_1 力，它和荷重 P 方向相反，數值相同，如圖上虛線表示的那樣。在 A 點放兩個和荷重 P 平行而同值的力 P_2 ， P_3 ，其中 P_3 和荷重 P 的方向相

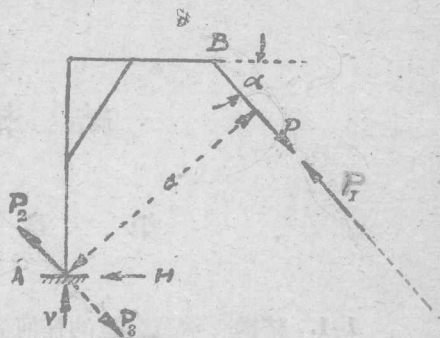


圖 1-1

同， P_2 和它相反，於是就可把力 P_1 變成一個在 A 點的 P_2 力及一個由 P_1, P_3 組成的力偶，其力矩等於 M 。把這 P_2 力再分解成一個橫力 H ，和一個豎力 V ，這樣，力 P_1 在 A 點就有三個分力 H, V 和 M ，也就是 A 點的反力有這三個分力。假定荷重 P 的作用線對於橫平線的傾斜角是 α ，從 A 點到這作用線的距離是 a ，引用方程式(1-1)至(1-3)，得

$$H = P \cos \alpha, \quad V = P \sin \alpha, \quad M = Pa.$$

因為每個支座有三個分反力，那末有兩個或兩個以上的支座的結構，就有六個或六個以上的分反力：但靜力方程式只有三個，沒有法子把它們全部求得。結構的

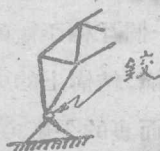


圖 1-2

支座可以這樣構造，使它只可發生兩個或一個分反力。一個鉸支座(圖 1-2)是不能抵抗轉力的，

因此它的分反力 M 等於零。一個鉸支座又可支承在幾根輥軸上面(圖 1-3)，那麼和輥軸平面平行的方向上的分反力又得等於零，結果只留下和輥軸平面垂直的分反力。



圖 1-3

所以，支座可分做三類：

(1) 固定支座——三個分反力： H, V ，和 M ；

(2) 鉸 支 座——兩個分反力： H ，和 V ；

(3) 輥軸支座——一個分反力： V 。

有時，一個結構可用一根鏈桿(就是兩頭有鉸或樞的桿子)和支座

- 鏈桿 { ① 鏈桿上的力 (L.3/P.1-3)
 ② 與鏈桿作用相同的結構 (L.5/P.1-3)
 ③ 支反力一定要經過鏈桿的軸心 (L.2/P.1-3)

聯結起來。鏈桿的兩鉸之間如果沒如別的力，鏈桿上面的力系應該如圖 1-4 所示。運用方程式(1-1)至(1-3)，得

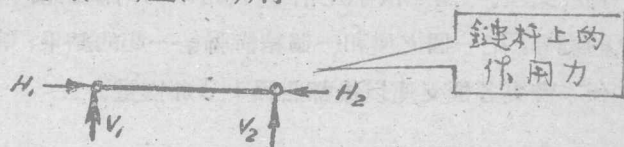


圖 1-4

$$V_1 = V_2 = 0, \quad H_1 = H_2.$$

① 就是說：鏈桿上面只有從這個鉸到那個鉸的力，沒有和連接兩鉸的直線垂直的力。② 同樣，如果結構的一部份的兩端各有一鉸，而且兩鉸中間沒有別的外力(圖 1-5)，它的作用就和一根鏈桿相同。

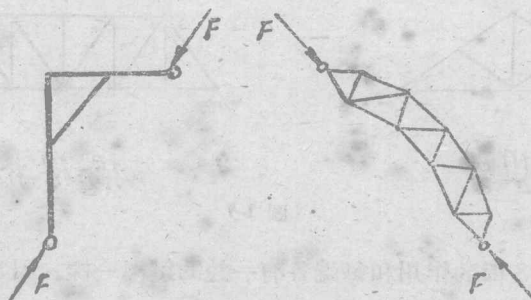


圖 1-5

③ 用一根鏈桿把一個支座和一個結構聯結起來時，支座的反力一定要經過鏈桿的兩鉸，因此反力的方向和作用線是知道的，只是它的大小不知道，好比一個輾軸支座的反力一樣，所以，這兩種支座的性質相同。

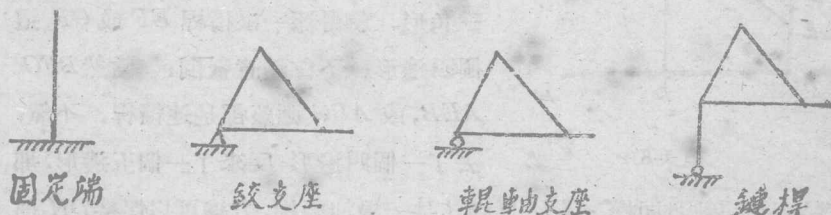


圖 1-6

同樣，用兩根鏈桿把一個支座和一個結構聯結一起的結果，等於一個鉸支座。用三根不互相平行（可以有兩根互相平行），不相交於一點的鏈桿，把一個支座和一個結構聯結一起的結果，等於一個固定支座。在本書裏各種支座以後都照圖 1-6 那樣畫。

1-4. 兩種不同的結構 如果一個結構上，各點的應力和各支座的反力，完全可用靜力方程式(1-1)至(1-3)求得，這個結構就喚做靜定結構。不然，就喚做靜不定結構。

1-5. 架子結構 屋頂和橋梁桁架，普通用許多桿子聯接而成（圖 1-7）。聯接時往往用鉚釘，但是為了便利計算應力起見，却要說是樞接



屋頂架



橋樑桁架

圖 1-7

的，就是說：各桿的作用和每端各有一鉸的鏈桿一樣。因為要保持結構的原來形狀，各桁架大概由許多三角形構成。如果中間有一個四邊形的空格，我們必須在它的裏面或外面裝一根撐桿，它的四角的角度纔不

會作急遽改變。譬如圖 1-8 中，有一個四邊形 $ABCD$ ，如果因為別的理由，不能用一根斜桿 AC 或 BD ，把它改成兩個三角形，就得添一根撐桿 EF 或 GF ，這個四邊形纔不會隨意歪倒。當然 BFC ， AEB ，或 ABG 應該都是連續桿。不然，去了一個四邊形，反來了一個五邊形，那

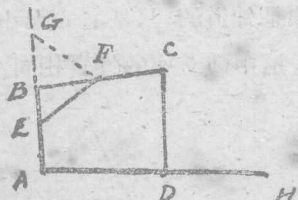


圖 1-8

纔是大笑話呢！同樣， ADH 也應該是一根連續桿，方纔可以保持 DH 部份對於其他部份的相對位置。

1-6. 反力的求法 因為靜力方程式只有三個，在一個靜定結構上的未知分反力的數目普通不能超過三個。靜定結構，可能是：(1) 用三根鏈桿聯結在一個支座上面（等於一個固定支座）；(2) 用兩根鏈桿聯結在一個支座上面（等於一個鉸支座），並用一根鏈桿聯結在另一個支座上面（等於一個輾軸支座）；(3) 用三根鏈桿聯結在三個支座上面（等於三個輾軸支座）。就是這樣，有時三個未知的分反力仍然不能求得。第一，三根鏈桿可能相交於一點，第三個靜力方程式變成其餘兩個方程式各乘一個恆數後相加的和，而結構可能拿這交點做中心旋轉起來。第二，三根鏈桿可能都互相平行，第一，第二兩個靜力方程式雷同，而結構可能在垂直於諸鏈桿的方向移動，在這兩種情形下，我們都缺少了一個獨立的方程式，因此結構在實際上就變成靜不定結構，在土木工程方面，所有的結構，除因彈性關係不得不有些小的移動之外，別的移動是不允許的，如果一個結構可以在任何一個方面裏隨意移動，它的荷重和它本身的安全都可能發生問題。為避免危險起見，須再加一根和其他三鏈桿不相交於一點或不和其他三鏈桿平行的鏈桿；同時也就把那結構的靜不定確定了。

有兩個或多於兩個支座的橫平梁，往往假定一個支座是鉸支座，其餘的都是輾軸支座，在豎向荷重之下，那一個是鉸支座是無關緊要的。因為鉸支座的橫反力等於零，對於橫平梁各點的應力並不生什麼影響，因此往往不在圖上標明它在那裏。但是梁上有斜向和橫向荷重時，情形就兩樣了，那一個是鉸支座，一定要說清楚。

圖1-9表示一根簡單支承梁，從其一支座中點到另一支座中點的跨長是 l 公尺，梁上有一個 P 公噸（1公噸 = 1,000 公斤 = 2,204 磅）的荷重，放在距離左支座 A 為 a 公尺，右支座 B 為 b 公尺的地



圖 1-9

方，我們打算把梁在 A 端和 B 端的反力求得。

對於點 B 的力矩,

$$M_B = R_1 l - Pb = 0,$$

式中的 M_B 代表 B 點的力矩。移項後,再用 l 除,

$$R_1 = \frac{Pb}{l} \text{ 噸。}$$

$$\text{引用方程式(1-2), } R_2 = P - R_1 = P - \frac{Pb}{l} = \frac{P(l-b)}{l} = \frac{Pa}{l}.$$

如果那豎向荷重 P 公噸改成了力矩等於 M 公噸·公尺的一個力偶 (圖 1-10), B 點的力矩方程式就變做

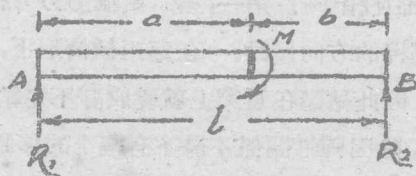


圖 1-10

$$M_B = R_1 l + M = 0$$

依照方程式(1-2), $R_1 + R_2 = 0$

因此 $R_1 = -R_2 = -\frac{M}{l}$ 公噸。

圖 1-11 表示一端為鉸支座,另一端為輻軸支座的架子。在其 A 端

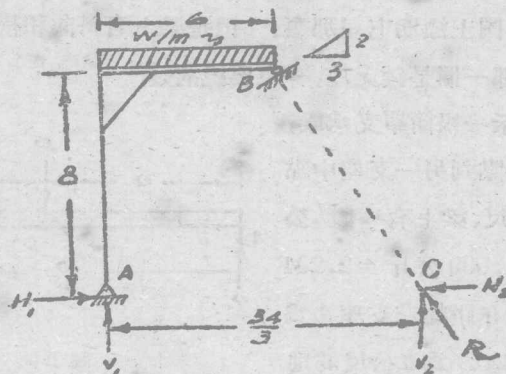


圖 1-11

有兩個分反力 H_1 和 V_1 , B 端有一個垂直於軌軸床平面的反力 R 。求 R 時, 往往把它在它的作用線上某一點分解成兩個分力, 使其一分力剛好經過 H_1 和 V_1 的作用線的交點。假定 C 點是 R 的作用線上和 A 點在同一水平面的一點, 把 R 在 C 點分解成一個橫分力 H_2 和一個豎分力 V_2 , 求 A 點的力矩:

$$M_A = V_2 \times \frac{84}{3} - 6w \times 3 = 0, \quad \text{因此, } V_2 = 18w \times \frac{3}{34} = \frac{27w}{17} \text{ 公斤。}$$

$$V_2 \text{ 和 } H_2 \text{ 的比例是 } 3:2, \quad \text{因此, } H_2 = \frac{2}{3} V_2 = \frac{2}{3} \times \frac{27w}{17} = \frac{18w}{17} \text{ 公斤。}$$

$$\therefore B \text{ 點反力 } R \text{ 的數值} = \sqrt{V_2^2 + H_2^2} = \frac{9w}{17} \sqrt{3^2 + 2^2} = \frac{9w}{17} \sqrt{13} \text{ 公斤。}$$

$$A \text{ 點的橫向反力是 } H_1 = H_2 = \frac{18w}{17} \text{ 公斤。}$$

$$\text{豎向反力是 } V_1 = 6w - V_2 = 6w - \frac{27w}{17} = \frac{75w}{17} \text{ 公斤。}$$

覆核: 求 B 點的力矩, 得

$$M_B = 6V_1 - 8H_2 - 6w \times 3 = 6 \times \frac{75w}{17} - \frac{18w}{17} \times 8 - 18w = 0。$$

有三個以上的未知反力的靜不定結構, 可用中間加鉸的方法把它變成靜定結構。每多一個反力, 就多用一個鉸。圖 1-12 表示有四個反力, 中間加一個鉸的結構。因為結構的兩部份只在 A 點相接觸, 同

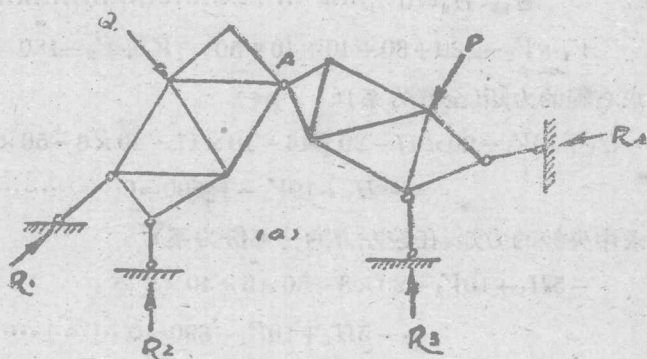


圖 1-12

時 A 點是一個鉸，結構的左方部份對於其右方部份所作用的力必定經過 A 點。但是這個力是反力 R_1, R_2 和荷重 Q 的合力。它既然經過 A 點，對於 A 點的力矩就得等於零。據應用力學，可知一個合力對於任何一點的力矩，等於其諸分力對於同一點的力矩的總和，因此， R_1, R_2, Q 對於 A 點的力矩的總和等於零。從第二章中，就可知道，在一個結構上任何一點左方（或右方）的部份上的力系，對於這一點的力矩的和，喚做這一點的彎矩。因此，我們在上面推得的結果就是： A 點的彎矩等於零；寫成方程式是： $M_A=0$ 。由這個方程式和三個靜力方程式，就可把四個未知的反力求得了。

圖 1-13 表示一個三鉸拱，上面有如圖所示的那些荷重，據方程式 (1-1), (1-2);

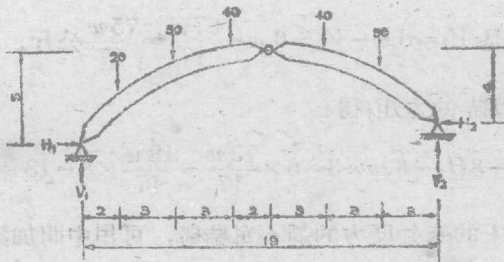


圖 1-13

$$H_1 - H_2 = 0 \dots\dots\dots(i)$$

$$V_1 + V_2 - (20 + 30 + 40 + 40 + 50) = V_1 + V_2 - 180 = 0 \dots\dots(ii)$$

求右端的力矩(全部力系):

$$\begin{aligned} -H_1 + 19V_1 - 20 \times 17 - 30 \times 14 - 40 \times 11 - 40 \times 6 - 50 \times 3 \\ = -H_1 + 19V_1 - 1,590 = 0 \dots\dots\dots(iii) \end{aligned}$$

求中央鉸的力矩(在鉸左方的一部份力系):

$$\begin{aligned} -5H_1 + 10V_1 - 20 \times 8 - 30 \times 5 - 40 \times 2 \\ = -5H_1 + 10V_1 - 390 = 0 \dots\dots\dots(iv) \end{aligned}$$

$$(iv) \div 5, \quad -H_1 + 2V_1 - 78 = 0 \dots\dots\dots(v)$$

(iii) - (v),

$$17V_1 - 1,512 = 0, \text{ 因此 } V_1 = \frac{1,512}{17}$$

從(i)和(v),得

$$H_1 = H_2 = 2 \times \frac{1,512}{17} - 78 = \frac{1,698}{17}$$

從(ii)得

$$V_2 = 180 - \frac{1,512}{17} = \frac{1,548}{17}$$

覆核：用鉸的右方的力系，求中央鉸的力矩：

$$40 \times 3 + 50 \times 6 + \frac{1,698}{17} \times 4 - \frac{1,548}{17} \times 9 = 0.$$

圖 1-14 a 所示的桁架有三個支座。為防避桁架向左右移動，必須有一個是鉸支座；但桁架上只有豎向荷重，鉸支座的橫分力等於零，因此沒有在圖上把它標明地位。AB 和 CD 的作用和兩根鏈桿相同，就是說：等於一個鉸。把桁架在 B 點和 D 點分成兩部份，如圖 1-14b 所示，

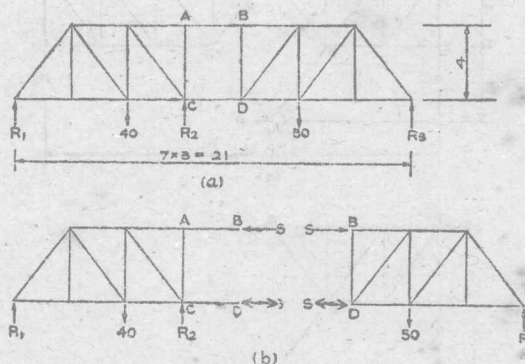


圖 1.14

AB 和 CD 既然是和鏈桿一樣，桁架的右方部份對於左方部份所作用的力，必定是經過 AB 和 CD 桿的兩個橫力。同樣，桁架的左方部份對於右方部份所作用的力，也是這兩個橫力，不過方向相反罷了。現在桁架的每部份上只有兩個橫力，它們的數值必定相同，而且方向相反，假定這兩個橫力的數值是 S，對於桁架的右方部份，運用方程式(1-2)和(1-3)，那末：