21世纪
全国高等教育应用型精品课规划教材

新编高等数学

xinbian gaodeng shuxue

◆ 主编 李建华 余任亮

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

21世纪全国高等教育应用型精品课规划教材

新编高等数学

主　编　李建华　余任亮

副主编　刘慧玲　姜雪娟　何继东

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书淡化了理论推导与证明，强化了实践技能，突出了课程改革的特色，难易程度更适合现在的生源状况。

本书的主要内容有：函数、极限与连续；导数与微分；导数的应用；不定积分；定积分；定积分的应用；微分方程；向量代数与空间解析几何；多元函数微积分；无穷级数。

本书力求基础性、实用性和发展性三个方面需求和谐的统一。可作为全国高等院校理工类、经济类专业教材。

图书在版编目(CIP)数据

新编高等数学/李建华，余任亮主编. —北京：北京理工大学出版社，2009.8

ISBN 978-7-5640-2744-5

Ⅰ.新… Ⅱ.①李…②余… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第150320号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 山东新华印刷厂临沂厂
开　　本 / 710毫米×1000毫米 1/16
印　　张 / 18.5
字　　数 / 345千字
版　　次 / 2009年8月第1版 2009年8月第1次印刷
印　　数 / 1~1000册　　责任校对 / 陈玉梅
定　　价 / 32.00元　　责任印制 / 边心超

出版说明

科技的全面创新和现代社会的迅猛发展，反映了科学理论对新技术的指导作用以及科技对现代社会发展的推动作用。面临着这个难得的机遇和挑战，我国高等教育正进一步深化改革，进行教育理念和教学模式的转变，充分发掘学生的综合能力，构建现代教学模式，并扎实推动基础教育的改革方向。

为顺应我国教育改革方向，服务国家战略全局，本套书以提高毕业生综合素质、提高就业率为出发点，结合当今企事业单位对高校毕业生的要求，强调高校学生综合素质的全面提升；并强调以服务为宗旨，努力提升服务社会的能力和水平，实现了优质教育资源的跨区域共享。

图书定位：

本套教材在内容设置上不断拓展思路，推陈出新。作者依据科学的调研数据及准确的数据分析，编写出全面提升当今大学生综合素质的教材内容；强调在能力培养上突出创新性与实践性，注重学生的自主性及学生发展的全面性。这既是高素质人才培养规律的要求，也是突破教学资源瓶颈的有效举措。

图书特色：

- 以就业为导向，培养学生的实际应用能力。
- 以人才培养为中心，围绕学生的全面发展制订内容。
- 以内容为核心，注重形式的灵活性，以便学生易于接受。
- 以提高学生综合素质为基础，注重对学生理论知识体系的构建。

读者定位：

本系列教材主要面向全国高等学校在校教师以及学生。

丛书特色：

- 层次性强。各教材的编写严格按照由浅及深，循序渐进的原则，突出重

点、难点，以提高学生的学习效率。

· 实用性强。丛书有较强的指导性，使学生对知识有较准确的把握。

· 先进性强。丛书引进国内外先进的教学理念，使学生在对基础知识有明确了解的同时，提高自主创新能力。

北京理工大学出版社

前　言

为了适应高等教育发展的需要，培养造就更多的实用型、复合型、创造型人才，我们根据多年从事《高等数学》教学的经验，组织编写了这本《新编高等数学》。本书的编写力求体现以下特点：

1. 尊重学科，但不违背学科自身的原则，注重教材自身的系统性、逻辑性，对难度较大的部分基础理论，注意讲清概念，减少理论证明，注重学生基本运算和分析问题、解决问题的能力培养。

2. 突出特色，注重理论联系实际，加强与实际应用联系较多的基础知识和基本方法，体现了学习数学主要学习数学的思想，即学习怎样将实际问题归结为数学问题。

3. 精选内容，增强教材的适应性。根据“加强基础、培养能力、突出应用”的原则，在教材的编排上删减理论性较强的内容，减少理论推导，增加了在工程、物理、经济方面具有实际应用的内容，立足实践与应用，使培养学生应用数学知识解决实际问题能力方面得到进一步加强。

4. 在保留高等数学核心内容的前提下，教学课时有较大幅度的压缩，以适应应用型高等教育少学时高等数学教学的需要。

本书能针对学生的接受能力、理解程度，按大纲要求讲述“高等数学”课的基本内容，叙述通俗易懂，例题丰富，图形直观，富有启发性，便于自学，注重对学生基础知识的训练和综合能力的培养。

本书是高等院校理工类、经济类专业的通用教材。由李建华、余

任亮担任主编，刘慧玲、姜雪娟、何继东担任副主编。由于编写时间紧迫，限于编者水平，不当之处恳请批评指正。

编　者

目　　录

第1章　函数·极限·连续

1.1　函　　数

1.1.1　函数的概念

1. 区间、邻域

(1) 区间

有限区间设 $a,b\in R$，且 $a<b$

集合 $\{x|a<x<b\}$ 称为以 a,b 为端点的**开区间**，记作 (a,b).

集合 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为以 a,b 为端点的**闭区间**，记作 $[a,b]$.

而 $[a,b)$ 和 $(a,b]$ 称**半开闭区间**.

无限区间

集合 $\{x|a<x<+\infty\}$ 记作 $(a,+\infty)$，类似有记号 $[a,+\infty)$，$(-\infty,b)$，$(-\infty,b]$ 及 $(-\infty,-\infty)$ 都是无限区间.

(2) 邻域

设 $\delta>0$，称开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 为以点 x_0 为中心 δ 为半径的**邻域**，记作 $\bigcup(x_0,\delta)$，而集合 $\{x|0<|x-x_0|<\delta\}$ 称为以 x_0 为心 δ 为半径的**去心邻域**，记作 $\bigcup_0(x_0,\delta)$.

2. 函数的定义

在现实生活中，我们看到的许多事物都在变化，这些变化中的很多现象都可以用数学来进行有效的描述，其中有些变化着的现象中存在着两个变化的量，简称**变量**，它们不是彼此孤立的，而是相互联系的. 请看如下例子.

例 1.1　正方形的边长 x 和它的面积 s 之间有关系 $s=x^2(x>0)$，其中 x 和 s 是变量，只要 x 取一个正值，面积 s 就会有一个确定的值与之对应，上式表明了变量 x 与 s 之间的关系.

例 1.2　某市出租汽车收费标准为：乘车不超过 3 千米，收费 10 元，若超过 3 千米，超过里程每千米(不是 1 千米按 1 千米计)加收 1.6 元.

乘客的费用 P 与乘车的里程 x 之间的数量关系为：

$$P=\begin{cases}10 & 0<x\leqslant 3\\ 10+1.6(x-3) & x>3\end{cases}$$

该问题中,乘车里程 x 与费用 P 是变量,x 在其取值范围内每取一个值,按上式,P 就有一个唯一确定的值与之对应.

综上所述,当其中一个变量在某数集内取值时,按一定的规则,另一个量有唯一确定的值与之对应,变量之间的这种对应关系称为**函数关系**.

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量,D 是一个给定的非空数集,若对于每一个数 $x\in D$,按照某一确定的**对应法则** f,变量 y 总有唯一确定的数值与之对应,则称 y 是 x **的函数**,记作

$$y=f(x)\quad x\in D.$$

其中,x 称为**自变量**,y 称为**因变量**,数集 D 称为函数的**定义域**,数集 $Z=\{y\mid y=f(x)\quad x\in D\}$ 称为**值域**.

上述定义,简言之,**函数是从自变量的输入值产生出输出值的一种法则或过程.**

由定义可知,任给 $x\in D$ 通过 f 可确定唯一的 y,故 D 称 f 就是决定一个函数的**两个要素.**

若一个函数的对应法则可以用一个数学式子来表达,其定义域是使这一"式子"有意义的自变量的取值全体.

除了用字母"f"表示函数的对应法则外,还可用 φ、g、F 等来表示.

由于定义域和对应法则是决定一个函数的两个要素,因此,当两个函数的定义域和对应法则相同时,它们就是相同的函数而不管自变量、应变量、对应法则用什么字母标记. 例如函数 $y=x^2$ 和 $u=V^2$ 是同一函数.

再如 $f(x)=\ln x^2$ 和 $g(x)=2\ln|x|$ 是同一函数.

若一个函数仅用一个数学式子给出,而要求确定函数的定义域时,应考虑两种情况:一是确定使这一式子有意义的自变量的全体;二是对具体的实际问题应根据实际意义来确定.

例 1.3 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x+2)}$ 的定义域.

解

$$\begin{cases}9-x^2\geqslant 0\\ x+2>0\\ x+2\neq 1\end{cases}$$

解之得所求函数的定义域为 $(-2,-1)\cup(-1,3]$.

3. 函数的表示

我们已经知道,根据问题的不同特点,函数可以用表格、图形和解析式等方法

来表示，为了研究的方便，不同的表示方法可组合使用，在高等数学中，函数还有如下表示方式：

（1）**隐函数**

在研究实际问题时，若两个变量 x 与 y 之间的函数关系用方程 $F(x,y)=0$ 来表示，则称为**隐函数**. 例如 $ax+y+c=0$，$x-\sin(x+y)=0$ 都是隐函数. 在这样的函数关系中，哪个变量作自变量都可以，若指定 x 为自变量，则当 x 取定一个值时，变量 y 就相应地被确定了，即 y 是 x 的函数.

（2）**分段函数**

在自变量的不同取值范围内，对应关系用不同的解析式来表示的函数称为**分段函数**. 如上例 2. 分段函数是一个函数，而不是多个函数.

1.1.2 函数的几何特性

1. 函数的奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，若对任一 $x\in D$ 有

（1）$f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**

（2）$f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**

奇函数的图像关于原点对称，偶函数的图像关于 y 轴对称.

2. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个非零常数 T，对于 D 内所有 x，

$$f(x+T)=f(x)$$

都成立，则称 $f(x)$ 是**周期函数**，称 T 是它的一个**周期**. 若 T 是函数的一个周期，则 $\pm 2T, \pm 3T, \cdots$ 也都是它的周期，通常，我们称周期中**最小正周期**为周期函数的周期.

例如，$y=\sin x$，$y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数，$y=\cot x$，$y=\tan x$ 的周期是 π.

3. 函数的单调性

对于 $f(x)$ 在区间 I 上的任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，若 $f(x)$ 满足 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 I 内**单调递增**；若 $f(x)$ 满足 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 I 内**单调递减**.

例如，函数 $y=x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上是递增的，而在 $(-\infty,0)$ 内是递减的.

4. 函数的有界性

设函数在区间 I 上有定义，若存在正数 M，使得对任意 $x\in I$，有