

中学数理化解题丛书

ZhongXue ShuLiHua JieTi CongShu

# 初中数学 解题指引

总主编☆朱铁成

本册主编☆项根冬 潘友勤

广东省出版集团

全国优秀出版社 广东教育出版社



## 中学数理化解题丛书

■ 初中数学解题指引

■ 初中物理解题指引

■ 初中化学解题指引

■ 高中数学解题指引

■ 高中物理解题指引

■ 高中化学解题指引

ISBN 978-7-5406-7652-0



9 787540 676520 >

定价:24.80元

中学数理化解题丛书

ZhongXue ShuLiHua JieTi CongShu

# 初中数学 解题指引

总主编☆朱铁成

本册主编☆项根冬 潘友勤

广东省出版集团

全国优秀出版社 广东教育出版社

·广州·

## 图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学解题指引/项根冬, 潘友勤主编. —广州: 广东教育出版社, 2009. 8

(中学数理化解题丛书/朱铁成主编)

ISBN 978 - 7 - 5406 - 7652 - 0

I. 初… II. ①项…②潘… III. 数学课—初中—解题  
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 144987 号

总 主 编: 朱铁成

本册主编: 项根冬 潘友勤

编 委: 汪扬峰 杨学群 周 溶 邱素霞 陈晓红 李郑芬  
柯翠红 王艳萍 黄雪红 林世德 陈素华 庄荷莲

责任编辑: 李敏怡

责任技编: 肖作勤

装帧设计: 陈宇丹

广东教育出版社出版发行

(广州市环市东路 472 号 12-15 楼)

邮政编码: 510075

网址: <http://www.gjs.cn>

广东新华发行集团股份有限公司经销

佛山市浩文彩色印刷有限公司印刷

(南海区狮山科技工业园 A 区)

890 毫米 × 1240 毫米 32 开本 16.75 印张 418 000 字

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

印数 1 - 5 000 册

ISBN 978 - 7 - 5406 - 7652 - 0

定价: 24.80 元

质量监督电话: 020 - 87613102 购书咨询电话: 020 - 87621848

# 出版说明

为了配合新课程的实施，广东教育出版社约请了研究中学教育的大学教授和富有教学经验的中学特级教师、高级教师，编写了这套供初、高中学生使用的《中学数理化解题丛书》。本丛书共6本，其中初中3本，高中3本。作者在编写时以国家教育部发布的课程标准为指导，注重选编典型的和新颖的题目，突出了“知识与技能”、“过程与方法”、“情感态度与价值观”三维目标，内容基本覆盖了各个学段。

本丛书按章节顺次编排，每章开始有知识提要，简要阐述基本概念、定律、定理和公式等。这些基本知识是解题的依据。

题型一般分为选择题、填空题、实验题、作图题、论述题、计算题、综合题、探究题等。试题结合各学科典型内容，贴近学生生活，联系社会实际，与现代科技发展相联系；与科学研究方法、情感态度相联系，突出应用知识解决问题，体现解题的探究性和开放性。

解题的释文有“分析”、“解答”、“说明”、“引申”等项目。其中“分析”着重分析解题思路，阐明解题方法与技巧；“解答”则规范地阐述解题的过程与结果；“说明”小结解题意义或注意事项，“引申”则对本题作一推广或阐述另类解法，以求达到举一反三、触类旁通。

在此，我们向在本书编写及出版过程中给予支持的学校领导及参与本书复核工作的教师表示感谢。



# 目录 MULU

<b>第一章 数与式</b> .....	1
<b>第一节 实数的概念</b> .....	1
知识提要 .....	1
典型题解 .....	3
<b>第二节 实数的运算</b> .....	10
知识提要 .....	10
典型题解 .....	11
<b>第三节 整式</b> .....	24
知识提要 .....	24
典型题解 .....	27
<b>第四节 分式</b> .....	42
知识提要 .....	42
典型题解 .....	43
<b>第五节 二次根式</b> .....	53
知识提要 .....	53
典型题解 .....	54
<b>第二章 方程</b> .....	68
<b>第一节 一元一次方程</b> .....	68
知识提要 .....	68

典型题解 .....	69
第二节 二元一次方程组及三元一次方程组 .....	80
知识提要 .....	80
典型题解 .....	81
第三节 一元一次不等式(组) .....	95
知识提要 .....	95
典型题解 .....	96
第四节 一元二次方程和简单的分式方程 .....	114
知识提要 .....	114
典型题解 .....	116
第三章 函数 .....	127
第一节 直角坐标系 .....	127
知识提要 .....	127
典型题解 .....	128
第二节 函数的基本概念和一次函数 .....	137
知识提要 .....	137
典型题解 .....	139
第三节 反比例函数 .....	152
知识提要 .....	152
典型题解 .....	153
第四节 二次函数(一) .....	173
知识提要 .....	173
典型题解 .....	175
第五节 二次函数(二) .....	186
知识提要 .....	186
典型题解 .....	189
第四章 基本元素 .....	212
点、线、面、体和视图与投影 .....	212
知识提要 .....	212
典型题解 .....	213

<b>第五章 基本图形</b> .....	227
<b>第一节 三角形的有关概念和性质</b> .....	227
知识提要 .....	227
典型题解 .....	228
<b>第二节 全等三角形</b> .....	238
知识提要 .....	238
典型题解 .....	239
<b>第三节 特殊三角形</b> .....	255
知识提要 .....	255
典型题解 .....	256
<b>第四节 四边形与特殊四边形</b> .....	271
知识提要 .....	271
典型题解 .....	273
<b>第五节 圆的基本性质</b> .....	289
知识提要 .....	289
典型题解 .....	290
<b>第六节 直线与圆的位置关系</b> .....	308
知识提要 .....	308
典型题解 .....	308
<b>第七节 圆与圆的位置关系</b> .....	328
知识提要 .....	328
典型题解 .....	329
<b>第八节 圆柱和圆锥的侧面展开图</b> .....	346
知识提要 .....	346
典型题解 .....	348
<b>第六章 相似形与直角三角形</b> .....	359
<b>第一节 比例</b> .....	359
知识提要 .....	359
典型题解 .....	361
<b>第二节 相似三角形的判定</b> .....	372



知识提要 .....	372
典型题解 .....	373
第三节 相似三角形的性质及应用 .....	390
知识提要 .....	390
典型题解 .....	391
第四节 相似多边形 .....	408
知识提要 .....	408
典型题解 .....	409
第五节 位似图形 .....	424
知识提要 .....	424
典型题解 .....	425
第六节 解直角三角形与锐角三角函数 .....	439
知识提要 .....	439
典型题解 .....	441
<b>第七章 图形的变换</b> .....	<b>458</b>
第一节 图形的平移 .....	458
知识提要 .....	458
典型题解 .....	458
第二节 图形的对称 .....	467
知识提要 .....	467
典型题解 .....	468
第三节 图形的旋转 .....	479
知识提要 .....	479
典型题解 .....	480
<b>第八章 统计与概率</b> .....	<b>493</b>
第一节 统计 .....	493
知识提要 .....	493
典型题解 .....	494
第二节 概率 .....	513
知识提要 .....	513
典型题解 .....	514

# 第一章

## 数与式

### 第一节 实数的概念

#### 知识提要

1. 实数的有关概念与性质.

有理数: ①整数与分数统称为有理数, 如  $5$ ,  $\frac{3}{11}$ . ②有限小数或无限循环小数称为有理数, 如  $3.25$ ,  $0.\dot{3}2$ .

无理数: 无限不循环小数称为无理数. 如  $\pi$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $0.\overbrace{3232232223}^{\text{2个3之间依次多1个2}}\dots$ .

实数: 有理数与无理数统称为实数.

数轴: 规定了方向、原点和单位长度的直线. 任何一个实数都可以用数轴上的一个点来表示. 数轴上的点和实数是一一对应的.

互为相反数: 在数轴上原点的两旁, 到原点距离相等的两个点所表示的数. 零的相反数是零.

绝对值: 数轴上表示一个数的点到原点的距离. 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对

$$\text{值是 } 0. |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

倒数：实数  $a$  ( $a \neq 0$ ) 的倒数是  $\frac{1}{a}$  (乘积为 1 的两个数, 叫做互为倒数). 零没有倒数.

平方根：一般地, 如果一个数  $x$  的平方等于  $a$ , 即  $x^2 = a$ , 那么这个数  $a$  就叫做  $x$  的平方根 (也叫做二次方根式). 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 只有一个平方根, 它是 0 本身; 负数没有平方根.

开平方：求一个数  $a$  的平方根的运算, 叫做开平方.

算术平方根：一般地, 如果一个正数  $x$  的平方等于  $a$ , 即  $x^2 = a$ , 那么这个正数  $x$  就叫做  $a$  的算术平方根. 0 的算术平方根是 0.

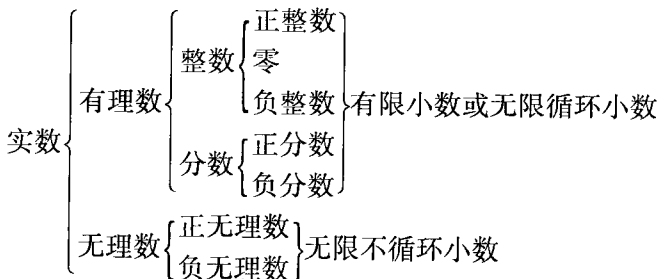
立方根：一般地, 如果一个数  $x$  的立方等于  $a$ , 即  $x^3 = a$ , 那么这个数  $x$  就叫做  $a$  的立方根 (也叫做三次方根). 正数的立方根是正数; 0 的立方根是 0; 负数的立方根是负数.

开立方：求一个数  $a$  的立方根的运算叫做开立方.

## 2. 实数的大小比较.

数轴上两个点表示的数, 右边的总比左边的大; 正数大于 0, 负数小于 0, 正数大于负数; 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小.

## 3. 实数的分类.



## 4. 科学记数法.

把一个大于10的数记成  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $a$  是整数数位只有一位的数, 这种记数法叫做科学记数法.

## 5. 有效数字.

从左边第一个不是0的数起, 到精确到的数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

### 典型题解

#### 一、选择题

1. (2008年杭州) 2008年北京奥运会的主场馆国家体育场“鸟巢”的建筑面积达25.8万平方米, 用科学记数法表示应为( ).



(第1题)

- A.  $25.8 \times 10^4 \text{ m}^2$   
 B.  $25.8 \times 10^5 \text{ m}^2$   
 C.  $2.58 \times 10^5 \text{ m}^2$   
 D.  $2.58 \times 10^6 \text{ m}^2$

[分析] 用科学记数法表示一个数的步骤: 第一步, 确定乘号前面的数是2.58, 第二步, 确定10的指数是5.

[解答] C.

[说明] 科学记数法是把一个大于10的数记成  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $a$  是整数数位只有一位的数,  $n$  是这个数的整数的位数减1.

2. (2008年常州) 下列实数中, 无理数是( ).

- A.  $\sqrt{4}$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

[分析] 显然,  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{2}$  是分数, 故是有理数,  $\sqrt{4} = 2$ , 故是

有理数.

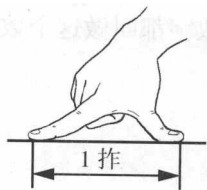
[解答] B.

[说明] 注意带根号的要开不尽方才是无理数, 无限不循环小数为无理数. 如  $\pi$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\underbrace{0.3232232223\cdots}_{\text{2个3之间依次多1个2}}$  三种形式.

3. (2007年浙江绍兴) 拃是拇指和食指在平面上伸直时, 两者端点之间的距离.

以下估计正确的是 ( ).

- A. 课本的宽度约为4拃
- B. 课桌的高度约为4拃
- C. 黑板的长度约为4拃
- D. 字典的厚度约为4拃



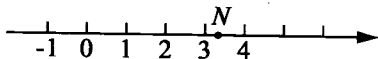
(第3题)

[分析] 可用排除法, A、C、D都不可能为4拃.

[解答] B.

[说明] 这题考查的主体是估算能力和社会生活常识.

4. (2006年大连) 如图, 数轴上的点  $N$  表示的数可能是 ( ).



(第4题)

- A.  $\sqrt{10}$
- B.  $\sqrt{5}$
- C.  $\sqrt{3}$
- D.  $\sqrt{2}$

[分析] 从数轴上看点  $N$  表示的数大于3而小于4, 而也  $3 < \sqrt{10} < 4$ .

[解答] A.

[说明] 本题先要清楚点在数轴上的位置, 再确定这点所代表的数的范围; 每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示, 反过来数轴上的一个点都表示一个实数.

5. (2008年江苏徐州)  $\sqrt{4}$ 的平方根是 ( ).

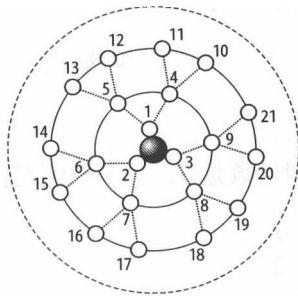
- A. 2            B.  $\sqrt{2}$             C.  $\pm\sqrt{2}$             D.  $\pm 2$

[分析]  $\sqrt{4}=2$ , 2 的算术平方根应是  $\pm\sqrt{2}$ .

[解答] C.

[说明] 本题要明白平方根与算术平方根的概念, 注意  $\sqrt{4}$  本身就等于 2, 实际上就是求 2 的平方根.

6. (2008 年浙江台州) 课题研究小组对附着在物体表面的三个微生物(课题小组成员把他们分别标号为 1, 2, 3) 的生长情况进行观察记录. 这三个微生物第一天各自一分为二, 产生新的微生物(分别被标号为 4, 5, 6, 7, 8, 9), 接下去每天都按照这样的规律变化, 即每个微生物一分为二, 形成新的微生物(课题组成员用如图所示的图形进行形象的记录). 那么, 标号为 100 的微生物会出现在 ( ).



(第 6 题)

- A. 第 3 天    B. 第 4 天    C. 第 5 天    D. 第 6 天

[分析] 第 1 天 3 个分成 6 个, 第 2 天 6 个分成 12 个, 第 3 天 12 个分成 24 个, 第 4 天 24 个分成 48 个, 第 5 天 48 个分成 96 个, 因为第 4 天的总个数为  $3 + 6 + 12 + 24 + 48 = 93$  (个), 所以第 100 个出现在第 5 天.

[解答] C.

[说明] 本题是探究规律题, 一定要理清题意, 关键句是

“每天都按照这样的规律变化，即每个微生物一分为二，形成新的微生物”，注意不要把图中标号为1, 2, 3的三个微生物当作第一天.

## 二、填空题

7. (2006年大连) 某水井水位最低时低于水平面5米，记为-5米，水位最高时低于水平面1米，若该水井的水位为 $h$ 米，则 $h$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

[分析] 水井水位 $h$ 米中最低水位与最高水位之间，低于水平面1米记为-1，故 $-5 \leq h \leq -1$ .

[解答]  $-5 \leq h \leq -1$ .

[说明] 用正、负数来表示具有相反意义的量，低于水平面记为负，高于水平面记为正.

8. (2008年常州) -3的相反数是\_\_\_\_\_， $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是\_\_\_\_\_， $2^{-1} =$ \_\_\_\_\_.

[分析] -3的相反数是3， $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 $\frac{1}{2}$ ， $2^{-1} = \frac{1}{2}$ .

[解答] 3;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$ .

[说明] ①相反数是符号不同、数字相同的两个数；而绝对值是数轴上表示一个数的点到原点的距离；实数 $a$  ( $a \neq 0$ )的倒数是 $a^{-1}$ 或 $\frac{1}{a}$ . ②负数的相反数是正数，负数的绝对值是它的相反数，负数的倒数还是负数.

9. 比较 $-\frac{7}{8}$ 和 $-\frac{6}{7}$ 的大小.

[分析]  $\left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8} = \frac{49}{56}$ ,  $\left| -\frac{6}{7} \right| = \frac{6}{7} = \frac{48}{56}$ ,  $\frac{49}{56} > \frac{48}{56}$ , 所以  
 $-\frac{7}{8} < -\frac{6}{7}$ .

[解答]  $-\frac{7}{8} < -\frac{6}{7}$ .

[说明] 根据两个有理数的比较法则, 两个负数的大小比较, 应先比较它们绝对值的大小, 再根据“两个负数, 绝对值大的反而小”来判断它们的大小.

10. (2008年广西桂林) 比较大小:  $3$  \_\_\_\_\_  $\sqrt{10}$ .

[分析]  $\sqrt{9} = 3$ , 而  $\sqrt{9} < \sqrt{10}$ .

[解答]  $<$ .

[说明] 比较两个实数的大小, 可用作差法、取近似值法、比较平方法等.

11.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  \_\_\_\_\_ 分数 (选填“是”或“不是”).

[分析] 因为  $\sqrt[3]{3}$  是无理数, 所以  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  也是无理数.

[解答]  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  不是分数.

[说明]  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  虽与分数  $\frac{m}{n}$  ( $n \neq 0$ ,  $n$ 、 $m$  为整数) 的形式相同, 但  $\sqrt[3]{3}$  不是整数, 故与分数的概念不符, 所以它不是分数. 同学们对数的概念应理解它的本质, 只有这样, 才能在运用概念时得出正确的结论.

12. (2003年安徽) 资料表明, 到2000年底, 安徽省省级自然保护区的面积约为 35.03 万公顷, 这个近似数有 \_\_\_\_\_ 个有效数字.

[分析] 35.03 万公顷, 从左边数起一直到右边, 3, 5, 0, 3 共 4 个有效数字.

[解答] 4.

[说明] 从左边第一个不是 0 的数起, 到精确到的数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字; 注意后面的单位不算入有效数字.



### 三、解答题

13. (2008年广西桂林) 如果向东走3米记作+3米, 那么向西走5米记作什么? 走了6米、走了-15米、走了0米各表示什么意义?

[分析] 在约定了什么意义的量为正(负)后, 和它意义相反的量就为负(正), 那么“+”、“-”号就明确表示了量的意义.

[解答] 向西走5米记作-5米; 走了6米表示向东走了6米; 走了-15米表示向西走了15米; 走了0米表示原地不动.

[说明] ①用正数和负数可以表示相反意义的量. ②0除了表示没有外, 还表示原点、起始位置、正负数的分界.

14. 若点A、B分别表示互为相反数的两个数, 并且这两个点的距离是13, 写出这两个数.

[分析] 因为表示互为相反数的两个数的点在数轴上关于原点对称, 它们到原点的距离相等, 且等于两点之间距离的一半, 所以这两个数为6.5和-6.5.

[解答] 6.5和-6.5.

[说明] 在数轴上原点的两旁, 到原点距离相等的两个点所表示的数叫互为相反数. 本题从互为相反数的几何意义可得.

15. 写出绝对值不大于3的整数.

[分析] 从数轴上看, 一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点之间的距离. 本题就是到原点的距离小于等于3的整数点的个数.

[解答] -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.

[说明] 绝对值概念有两个定义: 几何定义和代数定义. 做这题时, 可以用几何定义借助数轴直观得出, 写出这样的整数不要漏掉负数, 也不要漏掉0.

16. (2004年江苏南通) 在所给的数轴上画出表示数-3, -1,  $|-2|$ 的点, 并把这组数按从小到大的顺序用“<”号连接起来.