高中数学

新题型精选

供教师教学及青年自学参考

乔家瑞　主编

北京师范学院出版社

高 中 数 学

新题型精选

（供教师教学及青年自学参考）

孙维刚 陈神兴
贺信淳 乔家瑞 编

北京师范学院出版社

1990年·北京

内 容 简 介

本丛书是国内中学教学作业、考核命题改革探索的总结，是为教师教学方便提供的参考资料。从书以题型为主，但在编排选题上以教学大纲为主线贯穿知识点，基本上形成了立体知识网络；突出的特点是"新"、"精"、"活"，题型在全面多样中突出"新"，知识覆盖面宽中体现"精"，在着力于能力提高中体现"活"。从书附有提示与答案，提示富有启发性、总结概括性，一般题提示简而明，综合题提示有深度、广度，巧妙题提示有味道。

本丛书高、初中各五册，本册为高中数学分册。

高 中 数 学

新 题 型 精 选

乔家瑞 主编

*

北京师范学院出版社出版发行

（北京阜成门外花园村）

全国新华书店经销发行

国防出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：9.75 字数：203千

1990年2月北京第一版 1990年2月北京第一次印刷

印数0,001—38,000册

ISBN 7—81014—420—0/G·369

定价：3.15元

前　　言

作业、考核的命题是教学改革研究中的重要内容之一。在近十几年的教学改革探索中，老师们创造了许多与现行教材中的传统题型大不相同的新题型。这些新的习题设计对提高学生们的学习兴趣、学习效率，及各种能力起了积极的推进作用。这些新的习题设计，在客观地科学地检查教师的教学质量和学生的学习效果中起了良好的作用。

目前命题研究成果尚处于分散状态。我们在重点收集、整理北京市各重点学校的习题资料，广泛涉猎各省市重点学校习题资料并参考海外有关资料的基础上，对现有资料进行了归纳总结、去粗取精的再加工，并编辑成本丛书。我们愿把这一成果介绍给教育界的同行们，供任课教师及教研人员参考，为教育改革尽绵薄之力。

丛书编写中，我们努力体现教学大纲的教学目标，体现教学大纲的基本精神；努力为教师有效地指导学生复习巩固初中阶段、高中阶段的知识，大面积提高教学质量提供方便。

本丛书是以题型为主的，但是在编排选题上以教学大纲为主线贯穿知识点，基本上形成了立体知识网络。编写中所选题型新而且比较成熟，选题难易层次比例适当。突出特点是“新”、“精”、“活”。题型在全面多样中突出“新”字，知识覆盖面宽中体现“精”字，在着力于能力提高中体现“活”字。

本丛书附有提示与答案，提示富有启发性、总结概括性。提示的特点是：一般题提示简而明，综合题提示有深度、广度，巧妙题提示有味道。

本丛书编写体例基本上按知识块分章，尽力符合大多数教师教学习惯，方便教师教学的需要。

本丛书编写目的在于总结经验，推动今后的作业、考核命题改革，促进现行教材上的旧题型的改造。限于时间的仓促及笔者们经验的不足，加上命题改革研究中有众多问题尚待探讨，因此书中缺点及不足之处在所难免，请教育界同行予以指正，以便本书内容的充实、提高。

编　者

1989年10月

目　　录

第一章　集合、映射、充要条件…………………………（1）
第二章　函数………………………………………………（13）
第三章　方程与不等式……………………………………（35）
第四章　数列与数学归纳法………………………………（51）
第五章　排列、组合和二项式定理………………………（69）
第六章　复数………………………………………………（85）
第七章　三角函数的图象和性质…………………………（107）
第八章　两角和与两角差的三角函数……………………（134）
第九章　反三角函数和简单的三角方程…………………（168）
第十章　直线与平面………………………………………（195）
第十一章　多面体与旋转体………………………………（219）
第十二章　直线……………………………………………（239）
第十三章　圆锥曲线………………………………………（255）
第十四章　参数方程、极坐标……………………………（288）

第一章　集合、映射、充要条件

一、教学目标

1．理解集合的概念，正确地运用集合的两种表示方法；了解元素对集合的属于关系；熟悉常用数集的记号N、Z、Q、R的意义。

2．理解并掌握子集、交集、并集、补集的概念，能识别和使用有关的术语和符号；理解包含与相等关系的意义、空集与全集的意义；能熟练地写出方程（组）与不等式的解集。

3．理解映射、一一映射与逆映射的概念，了解它们相互之间的区别与联系。

4．掌握充分条件、必要条件与充要条件的概念。

5．能运用集合、映射、充要条件的观点分析和解决某些数学问题。

二、习题

1．选择答案：

(1)设 $A=\left\{\sin\frac{n\pi}{2}\middle|n\in Z\right\}$，$B=\left\{\cos\frac{n\pi}{2}\middle|n\in Z\right\}$，则$A$与$B$的关系是（ A ）。

(A)$A=B$　　　(B)$A\subset B$

(C)$A\supset B$　　　(D)$A\cap B=\phi$

（2）在下列各组中，两集合P与Q不相等的一组是

（ C ）。

(A) $P=\{2k+1 \mid k\in Z\}$，$Q=\{4k\pm 1 \mid k\in Z\}$

(B) $P=\{x \mid x=2k+1,\ k\in Z\}$，

$Q=\{y \mid y=2k-1,\ k\in Z\}$

(C) $P=\{x \mid x=3k+1,\ k\in Z\}$，

$Q=\{x \mid x=3k-1,\ k\in Z\}$

(D) $P=\{x \mid x=2k,\ k\in Z\}$，$Q=\left\{x \,\middle|\, \frac{x}{2}\in Z\right\}$

（3）下列关于集合的等式不成立的是（ ~~B~~ ）C

(A) $\left\{n\pi+\frac{\pi}{2} \,\middle|\, n\in Z\right\}=\left\{2k\pi\pm\frac{\pi}{2} \,\middle|\, k\in Z\right\}$

(B) $\left\{k+\frac{1}{2} \,\middle|\, k\in Z\right\}\cup Z=\left\{\frac{k}{2} \,\middle|\, k\in Z\right\}$

(C) $\{x \mid x=2k+1,\ k\in N\}=\{x \mid x=2k-1,\ k\in N\}$

(D) $\{x \mid x=3k$或$x=3k-1$或$x=3k-2,\ k\in N\}=N$

A（4）六个关系式 ①$\phi\subset\{\phi\}$，②$\phi\in\{\phi\}$，③$\{0\}\supset\phi$，④$0\notin\phi$，⑤$\phi\neq\{0\}$，⑥$\phi\neq\{\phi\}$中，正确的个数是（ D ）。

(A) 6　　(B) 5　　(C) 4　　(D) 小于 4

（5）设 $M=\{x \mid x\leqslant\sqrt{5}\}$，$a=\sqrt{5}$，下列关系式中正确的是（ C ）。

(A) $a\notin M$　　(B) $a\subset M$

(C) $\{a\}\subseteq M$　　(D) $\{a\}\in M$

（6）设$A\subseteq B$，$B=C$，$D\supset C$，则A与D的关系是

（ A ）。

(A) $A\subset D$　　(B) $A=D$　　(C) $A\subseteq D$　　(D) 以上皆错

(7) 四个命题$A\cap B=A$，$A\cup B=B$，$A\cap\overline{B}=\phi$，$\overline{A}\cup B=I$中，与命题$A\subseteq B$等价的共有（ D ）。

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

(8) 设$M=\{(x,\ y)\,|\,x^2+y^2=1\}$，$P=\{(x,\ y)\,|\,y=x^2-2\}$，则$M$与$P$的关系是（ C ）。

(A) $M\in P$　　　(B) $M\subset P$

(C) $M\cap P=\phi$　　　(D) $M\cup P=P$

(9) 设$I=\{(x,y)\,|\,x,y\in R\}$，$A=\left\{(x,y)\,\middle|\,\dfrac{y}{x^2-1}=1\right\}$，$B=\{(x,\ y)\,|\,y=x^2-1\}$，则$\overline{A\cup B}$是（ D ）。

(A) B　　(B) ϕ　　(C) $\{(-1,1)\}$　　(D) $\{(-1,0),(1,\ 0)\}$

(10) 设$A=\{$复数的幅角主值$\}$，$B=\{$坐标平面上直线的倾角$\}$，$C=\{$空间直线与平面所成的角$\}$，$D=\{$异面直线所成的角$\}$，则四个关系式$A\cup B\cup C=A$，$B\cap C\cap D=D$，$(A\cap C)\cup B=C$，$(B\cup C)\cap D\subset B$中，正确的共有（ C ） D 个。

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

(11) 设$A=\{(x,\ y)\,|\,y=\sqrt{9-x^2}\}$，$B=\{(x,\ y)\,|\,y=x+a\}$，若$A\cap B\supset\phi$，则实数$a$满足的条件是（ C ）。

(A) $|a|\leqslant 3\sqrt{2}$　　(B) $|a|\leqslant 3$　　(C) $-3\leqslant a\leqslant 3\sqrt{2}$

(D) $3\leqslant a\leqslant 3\sqrt{2}$

(12) 设$A=\{x\,|\,x=2n,\ n\in Z\}$，$B=\{x\,|\,x=3k,k\in Z\}$，$C=\{x\,|\,|x|\leqslant 60,\ x\in\overline{R^-}\}$，则$(A\cup B)\cap C$的元素个数是 B

（ A ）。

(A) 40　　(B) 41　　(C) 52　　(D) 81

(13) 下列从集合X到集合Y的对应中，是映射者为

(C)。

(A) $X=Z$, $Y=N$, $f: x \to y = |x-2|$

(B) $X=R$, $Y=R^+$, $f: x \to y = x^{-2}$

(C) $X=Q$, $Y=Q$, $f: x \to x$的平方

(D) $X=\{0, 1\}$, $Y=\{-1, 0, 1\}$, $f: x \to x$ 的 平 方根

对 (14)设 $A=R$, $B=R^+$, 则下述对应法则中, 能构 成从

对 A到B的映射是(A)。 D

(A) $f: a \to b = |a|$ $a=0$ (B) $f: a \to b = a^2 - 1$

(C) $f: a \to b = \sqrt{a} + 1$ (D) $f: a \to b = \sqrt{a^2} + 1$

(15)对于映射$f: A \to B$, 下述判断中正确的 是(B)。

(A) A中的某个元素的象可能不只一个

(B) B 中的某个元素的原象可能不只一个

(C) B中的每个元素都有原象

(D) B 中的两个不同元素的原象可能相同

(16)已知四个从A到B的映射:

① $A=[0,3)$, $B=[2,5)$, $f: a \to b = a+2$

② $A=B=Z$, $f: a \to b = a^2$

③ $A=B=R^+$, $f: a \to b = \frac{1}{a}$

④ $A=N$, $B=Q$, $f: a \to b = \frac{1}{a}$

其中是一一映射者有(C)。

(A)① (B)①与② (C)①与③ (D)以上答案皆错

(17)设A是B的充分但非必要条件, C是B的充要条件, D是C的必要条件, 则A是D的(A)。

(A)充分但非必要条件

(B)必要但非充分条件

(C)充要条件

(D)非充分又非必要条件

(18) $A\cup B=A\cup C$的必要条件是(C)。

(A) $B=C$　　(B) $A\cap B=A\cap C$

(C) $\overline{A}\cap B=\overline{A}\cap C$　　(D) $A\cap\overline{B}=A\cap\overline{C}$

2. 填空

(1)设$A=\{x,\ xy,\ \lg(xy)\}$，$B=\{0,\ |x|,\ y\}$，若$A=B$，则$x=$ __-1__，$y=$ __-1__。若xy=0，或x=0 则B中元素重 ∴ lg(xy)=0 xy=1

(2)设 $A=\{0,2,3,5\}$，$B=\{A$ 中两元素相乘之积$\}$，$C=\{A$中两元素相加的和$\}$，$D=\{A$中两元素相减的差$\}$，用列举法表示$B=$ __{0,6,10,15}__，$C=$ __{2,3,5,8,7}__，$L=$ __{-2,-3,-5,2,3,5,1,-1}__

(3)设$A=\{0,1,\phi\}$，用列举法表示集合$B=\{x|x\subset A\}$是________。

(4)若集合A的元素个数为$n(n\in N)$，则集合A的非空真子集的个数是 $C_n^1+C_n^2+C_n^3+\cdots C_n^{n-1}\cancel{+C_n^n}=(1+1)^n-C_n^n=2^n-1$

(5)选取逻辑连词“或”或者“且”填空：

① $x\in A\cap B\Longleftrightarrow x\in A$ __且__ $x\in B$，

② $x\notin A\cap B\Longleftrightarrow x\notin A$ __或__ $x\notin B$，

③ $x\in A\cup B\Longleftrightarrow x\in A$ __或__ $x\in B$，

④ $x\notin A\cup B\Longleftrightarrow x\notin A$ __且__ $x\notin B$，

⑤ $x\in A\cap\overline{B}\Longleftrightarrow x\in A$ __且__ $x\notin B$，

⑥ $x\in\overline{A\cap B}\Longleftrightarrow x\in\overline{A}$ __~~且~~__ $x\in\overline{B}$，或

⑦ $A\subseteq B\Longleftrightarrow A\subset B$ __或__ $A=B$，

⑧ $A\subset B\Longleftrightarrow A\subseteq B$ __且__ $A\neq B$。

(6)设$f(x)$与$g(x)$是定义域为实数集R的两个函数，

x只要适合 $f(x)=0$，$g(x)=0$ 其中之一便可

$A=\{x|f(x)=0\}, B=\{x|g(x)=0\}$ 则 $\{x|f(x)g(x)=0\}=$ ~~$A\cap B$~~ $A\cup B$ $\{x|[f(x)]^2+[g(x)]^2=0\}=$ ~~$A\cup B$~~ $A\cap B$ ______。

x必须既适合 $f(x)=0$ 又适合 $g(x)=0$，同时满足

(7) 设 $A=\{x|x^2-px+15=0\}$，$B=\{x|x^2-6x+q=0\}$，若 $A\cap B=\{3\}$，则 $p=$ 8 ，$q=$ 9 。

(8) 设 $I=R$，$A=\{x||x|\geqslant 2\}$，$B=\{x|x^2-3x<0\}$，则 $A\cap B=\{x|2\leq x<3\}$ $A\cup B=\{x|x\leq -2 \cup x>0\}$，$\overline{B}=\{x|x\leq 0 \cup x\geq 3\}$

(9) 将下图①与②中的阴影部分，用集合 A，B，C 的运算式表示，①是 $(\complement C\cap A)\cup(\complement C\cap B)$ ②是 $[(A\cap B)\cup(A\cap C)\cup(C\cap B)]\cap\overline{A\cap B\cap C}$

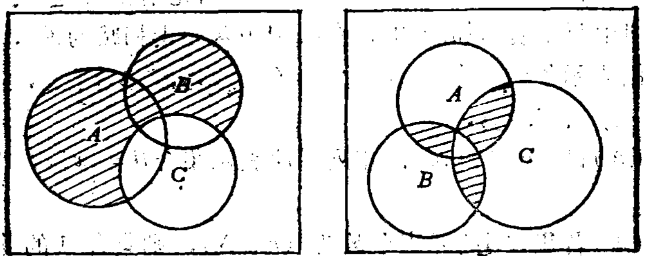

图 1-1

(10) 若 (x,y) 在映射 f 下的象是 $(x-y,xy)$，则 $(1,2)$ 在 f 下的原象是 $(-1,-2)$ $(2,1)$。

(11) 设 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{1,2,3\}$ 则从 A 到 B 的映射共有 48 个，从 A 到 B 上的映射共有 ___ 个。

原命题与逆否命题等价

(12) 设 A 与 B 是两个命题，如果 A 是 B 的必要条件，那么 B 是 A 的 充分 条件，$\overline{A}$ 是 $\overline{B}$ 的 充分 条件。

(13) 在下表所列各小题的"P 是 Q 的何种条件"栏目内，选填 A——充分但非必要条件，B——必要但非充分条件，C——充要条件，D——既非充分又非必要条件。

小题号	P	Q	P是Q的何种条件	
①	四边形的两组对边平行	四边形是平行四边形	C	
②	$\lg(x^2-2x)<0$	$x^2-2x<3$	D	A
③	$a^{2x}=a^{x+1}(a>0)$	$2x=x+1(a>0)$	C	B
④	$x>y$	$\|x\|>\|y\|$	D	
⑤	$\sin\alpha\neq\sin\beta$	$\alpha\neq\beta$	A	
⑥	$A\neq B$	$A\subsetneqq B$	B	
⑦	$A\cap B=A\cup B$	$A=B$	C	
⑧	$(x-1)(y-2)=0$	$x=1$	B	
⑨	$\|x-1\|+\|y-2\|=0$	$x=1$	A	

3. 设 $f(x)=x^2+px+q$，$A=\{x\mid x=f(x)\}$，$B=\{x\mid x=f[f(x)]\}$。

(1)求证：$A\subseteq B$；

(2)已知$A=\{-a,a+2\}(a\in R^+)$，试求p与q的值，并且用列举法表示B。

4. 设$A=\{x\mid x^2+x-2\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 1<2^x\leqslant 8\}$，$C=\{x\mid x^2+px+q>0\}$，$(A\cup B)\cap C=\phi$，$(A\cup B)\cup C=$ {实数}，求p与q的值。

5. 设 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid x^{(x-2)(x-3)}=1\}$，$C=\{x\mid \ln(x^2+2x-7)=0\}$，$A\cap B\supset\phi$ 且$A\cap C=\phi$，求a的值。

6. 如果平面α与平面β平行，l是α内任意一条直线，那么l与β平行。试用集合的符号简明表述此命题的证明。

7. 设 a，$b\in R$，$A=\{(x,y)\mid x=n,y=na+b,n\in Z\}$，$B=\{(x,y)\mid x=m，y=3m^2+15，m\in Z\}$，$C=\{(x,y)\mid x^2$

$+y^2\leqslant 144\}$，试讨论：是否存在$(a,b)\in C$使$A\cap B\neq\phi$。

8. 设$A=\{1,2,3,m\}$，$B=\{4,7,n^4,\ n^2+3n\}$，对应法则f：$a\to b=px+q$是从A到B上的一一映射。已知m，$n\in N$，又知1的象是4，7的原象是2。试求p，q，m，n的值。

9. 设$A=\{(x,y)\mid x,y\in R\}$

（1）在映射F：$A\to A,(x,y)\to(x+2,y+3)$的作用下，圆$x^2+y^2=1$与曲线$y=f(x)$各变为什么？

（2）在映射G：$A\to A$，$(x,y)\to(y,x)$的作用下，直线$2x+3y+4=0$与曲线$y=f(x)$各变为什么？

10. 试用集合与映射的观点解释曲线的参数方程与求曲线的参数方程的过程。

11. 求证：方程$ax^2+bx+c=0(a,b,c\in R,\ a\neq 0)$有两个相异实数解的充要条件是$b^2-4ac>0$。

12. 求解析式$\sqrt{x+5}\ \lg(36-x^2)$有意义的充要条件。

13. 已知方程$x^n+(x+1990)^n+(x-1990)^n=0$有实数解，试求自然数$n$所满足的充要条件。

14. 如果$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$，$3\sin 2\alpha-2\sin 2\beta=0$，并且$\alpha$，$\beta$都是锐角，那么$\alpha+2\beta=\dfrac{\pi}{2}$，试用充要条件的观点简明表述探求此命题证题途径的一个思索过程。

15. 试用充要条件的观点分析和解答：关于x的方程$\log_{\left(cx+\frac{d}{x}\right)}x=-1(c\neq 0)$在什么情况下有解？有解时它的解是什么？

三、提示与答案

1. （1）A； （2）C； （3）C； （4）A； （5）

C； (6)A； (7)D； (8)C； (9)D； (10)D；
(11)C； (12)B； (13)C； (14)D； (15)B；
(16)C； (17)A； (18)C。

2．(1)$x=-1$，$y=-1$。

(2)$\{0,6,10,15\}$；$\{2,3,5,7,8\}$；$\{2,-2,3,-3,5,-5,1,-1\}$。

(3)$\{\phi, \{0\}, \{1\}, \{\phi\}, \{0,1\}, \{0,\phi\}, \{1,\phi\}\}$。

(4)$C_n^1+C_n^2+C_n^3+\cdots+C_n^{n-1}=2^n-2$。

(5)①且；②或；③或；④且；⑤且；⑥或；⑦或；⑧且。

(6)$A\cup B$；$A\cap B$。

(7)8；9。

(8)$\{x|2\leqslant x<3\}$；$\{x|x\leqslant -2$或$x>0\}$；$\{x|x\leqslant 0$或$x\geqslant 3\}$。

(9)①$(A\cup B)\cap\overline{C}$；

②$(\overline{A}\cap B\cap C)\cup(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(A\cap B\cap\overline{C})$
$=[(A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(C\cap A)]\cap\overline{A\cap B\cap C}$。

(10)$(2,1)$或$(-1,-2)$。

(11)$3^4=81$；$C_3^1(C_4^2C_2^1C_1^1)=36$。

(12)充分；充分。

(13)①C；②A；③B；④D；⑤A；⑥B；⑦C；⑧B；⑨A。

3．(1)由$x=f(x)$可得$x=f[f(x)]$。

(2)由$A=\{-a,a+2\}$求得$p=-1$，$q=-a(a+2)$，再解方程$x=f[f(x)]$求得$B=\{-a,a+2,\sqrt{a(a+2)},-\sqrt{a(a+2)}\}$。

4．设$I=\{$实数$\}$，则$C=\overline{A\cup B}=[-2,3)$，故$p=-1$，

$q = -6$。

5. 由$B=\{2,3\}$且$A\cap B\supset\phi$，得$2\in A$或$3\in A$；再由此从$C=\{2,-4\}$且$A\cap C=\phi$得$3\in A$，于是$a=5$或者$a=-2$。检验只有$a=-2$适合。

6. $$\left.\begin{array}{l}\alpha /\!/ \beta \Longrightarrow \alpha\cap\beta=\phi \\ l\subset\alpha\end{array}\right\} \Longrightarrow l\cap\beta=\phi \Longrightarrow l /\!/ \beta。$$

7. 设(a,b)适合条件$A\cap B\neq\phi$，则存在m，$n\in Z$，使$(n,na+b)=(m,3m^2+15)$，故$na+b=3n^2+15$。这表明$(a,b)\in D=\{(x,y)\mid nx+y-(3n^2+15)=0,n\in Z\}$。因圆$x^2+y^2=144$的圆心$(0,0)$到直线$nx+y-(3n^2+15)=0(n\in Z)$的距离大于圆半径12，故$C\cap D=\phi$，所以不存在$(a,b)\in C$，使$A\cap B\neq\phi$。

8. 由$p+q=4$且$2p+q=7$，得$p=3$且$q=1$。故3的象是$3p+q=10$。因$10=n^4$无正整数解，$10=n^2+3n$有正整数解$n=2$，故$n=2$，$m=5$。

9. (1)映射F就是把坐标平面上的点向右平移2个单位，又向上平移3个单位，相当于平移坐标轴，把原点移至$O'(-2,-3)$，所以，两曲线分别变为圆$(x-2)^2+(y-3)^2=1$与曲线$y=f(x-2)+3$。

(2)映射G就是把坐标平面上的点作关于直线$y=x$的对称变换，所以，两曲线分别变为直线$3x+2y+4=0$与曲线$x-f(y)=0$。

10. 曲线C的参数方程$\begin{cases}x=f(t)\\y=g(t)\end{cases}$ $(t\in T)$，

就是从T到C上的映射。

$$F:\ T\to C,\ t\to M(x,y)=M(f(t),g(t))。$$

求曲线C的参数方程，就是把由曲线C确定的映射F：$T\to C$，

$t \to M = F(t)$，“翻译”为映射 F：$T \to C$，$t \to M(x, y) = M(f(t), g(t))$，再“翻译”为参数方程

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \quad (t \in T)。$$

11．充分性显然，必要性用反证法证。

12．$-5 \leqslant x < 6$。

13．n 为正偶数时左边各项为非负数且不同时为零；n 为正奇数时左边为实系数奇次多项式，所以，充要条件是 n 为正奇数。

14．因

$$\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2} \Longleftarrow$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha + 2\beta) = 0 \Longleftarrow \cos\alpha\cos 2\beta - \sin\alpha\sin 2\beta = 0 \Longleftarrow ? \\ \alpha + 2\beta \in \left(0, \frac{3}{2}\pi\right) \Longleftarrow \alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)(\text{已知}), \end{cases}$$

又因 $$\left.\begin{array}{l} 3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1 \Longrightarrow \cos 2\beta = 3\sin^2\alpha \\ 3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0 \Longrightarrow \sin 2\beta = \frac{3}{2}\sin 2\alpha \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\cos\alpha\cos 2\beta - \sin\alpha\sin 2\beta = \cos\alpha \cdot 3\sin^2\alpha - \sin\alpha \cdot \frac{3}{2}\sin 2\alpha = 0,$$

故 $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$。