數理化學習參攷叢書

物理計算題解

陳朔南編

北京書店刊行

目　次

第一編　力學

第二編　物性

第三編　熱學

第四編　聲學

第五編 光學

第六編 電磁學

物理計算題詳解

第一編　力學

第一章　力的分合和力的平衡

I. 定律

力的平行四邊形定律　以二力爲隣邊，作一平行四邊形，則其過作用點的對角線，即爲二力的合力。

拉密（*Lami*）定律　三力作用於一點而平衡時，三力應在同一平面內，且其每一力必與其他兩力間角度的正弦成正比。

II. 公式

合力　$R^2=F_1{}^2+F_2{}^2+2F_1F_2\cos\theta$,

$$\tan\phi=\frac{F_2\sin\theta}{F_1+F_2\cos\theta}.$$

R 爲合力的大小，F_1，F_2 爲二分力，θ 爲二力所成的角，ϕ 爲 R 與 F_1 的交角。

合力的分析法

$$\Sigma x=F_1\cos a_1+F_2\cos a_2+F_3\cos a_3,$$

$$\Sigma y = F_1 \sin a_1 + F_2 \sin a_2 + F_3 \sin a_3.$$

$$R^2 = (\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2.$$

$$\tan\phi = \frac{\Sigma y}{\Sigma x}.$$

F_1, F_2, F_3 爲三同點力，a_1, a_2, a_3 爲各力與 x 軸所成的角，Σx 爲 x 軸上各分力的和，Σy 爲 y 軸上各分力的和，R 爲合力，ϕ 爲合力與 x 軸所成的角。

拉密定律 $$\frac{F_1}{\sin A} = \frac{F_2}{\sin B} = \frac{F_3}{\sin C}.$$

A, B, C，各爲 F_1, F_2, F_3 力的對角。

III. 計算題

1.* 有二力作用於一點，其二力方向間的角爲 60°，二力的大小爲 25 達因，及 15 達因，試求其合力的大小及方向。

【解】設所求的合力爲 R，其方向爲 ϕ，

$F_1 = 25$ 達因，$F_2 = 15$ 達因，$\theta = 60°$，

由合力公式 $R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$，

$\therefore R^2 = 25^2 + 15^2 + 2\times25\times15\cos 60°$

$= 625 + 225 + 375 = 1225$，

$\therefore R = 35$ 達因。

$$\tan\phi = \frac{F_2\sin\theta}{F_1 + F_2\cos\theta} = \frac{15\sin 60°}{25 + 15\cos 60°}$$

$$= \frac{15\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{25 + 15\times\frac{1}{2}} = \frac{12.99}{32.5} = 0.3997.$$

$\therefore \phi = 21°47'$。

【答】 合力為 35 達因，其與 15 達因的力的方向為 $21°47'$。

2. 有 120 仟克和 P 仟克的二同點力，其合力為 168 仟克，兩力間的角為 $120°$，求 P 為若干？

【解】 設 $F_1=P$ 仟克，$F_2=120$ 仟克，$R=168$ 仟克，$\theta=120°$，

由合力公式，得

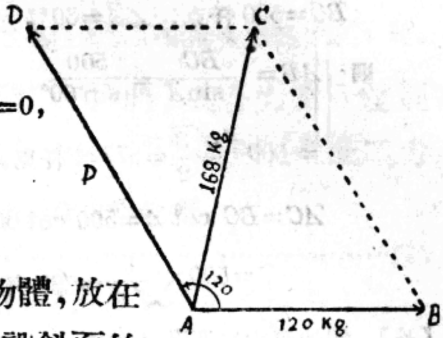
$168^2=P^2+120^2+2\times120\,P\cos120°$，

即 $P^2-120P+120^2-168^2=0$，

$P^2-120P-13824=0$，

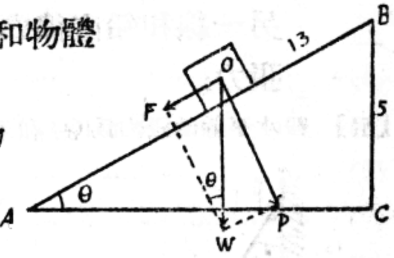
$\therefore P=192$ 或 -72。

【答】 P 為 192 仟克。



第一圖

3. 一重 39 仟克的物體，放在光滑的斜面上，設斜面的高度為 5 米，長度為 13 米，求斜面所受的壓力和物體滑下的力。



第二圖

【解】 設壓斜面的壓力為 OP，物體滑下的力為 OF，

$OW=39$ 仟克，$AB=13$ 米，

$BC=5$ 米，

則 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$ 米。

在 $rt\triangle OPW$ 內，　$OP=OW\cos\theta=OW\dfrac{AC}{AB}$

$$=39\times\frac{12}{13}=36 \text{ 仟克。}$$

在 $rt\triangle FOW$ 內

$OF=OW\sin\theta=OW\dfrac{BC}{AB}=39\times\dfrac{5}{13}=15$ 仟克。

【答】 斜面所受的壓力為 36 仟克，物體滑下的力為 15 仟克。

4. 用繩繫一氣球，因受風力，繩和地面成 $60°$ 的角，設氣球的上升力爲 500 仟克，求 (1)繩上的張力。(2)和地面平行的風力。

【解】 設繩的張力爲 AB，和地面平行的風力爲 AC，

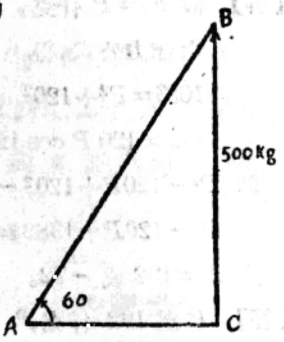
$BC=500$ 仟克，$\angle A=60°$，

則 $AB=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{500}{\sin 60°}$

$=500\Big/\dfrac{\sqrt{3}}{2}=577.4$ 仟克。

$AC=BC\ \cot A=500\ \cot 60°$

$=500\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=289$ 仟克。

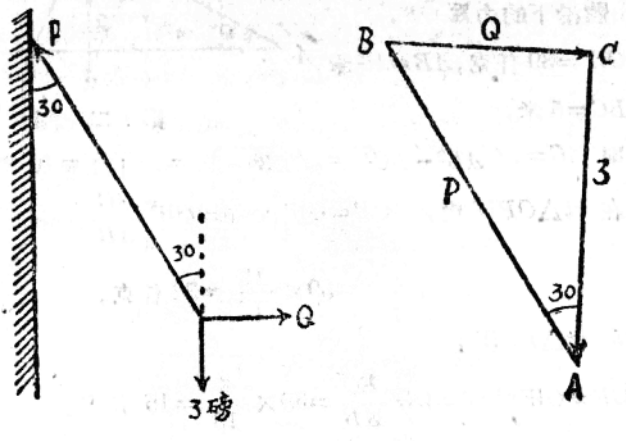


第三圖

【答】 繩的張力爲 577.4 仟克，和地面平行的風力爲 289 仟克。

5. 3 磅的重物用二線懸住，一線成水平的方向，另一線和鉛直線成 $30°$ 的角，求每一線上的張力。

【解】 設水平線的張力爲 Q，和鉛直成 $30°$ 角的線的張力爲 P，則



第四圖

$AC=3$ 磅，$\angle A=30°$，$\angle C=90°$，ΔABC 爲直角三角形，故

$$Q=AC\tan A=3\tan 30°=3\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\text{ 磅。}$$

$$P=\frac{AC}{\cos A}=\frac{3}{\cos 30°}=\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\text{ 磅。}$$

【答】 水平一線的張力爲$\sqrt{3}$ 磅，其他一線的張力爲 $2\sqrt{3}$ 磅。

6. 設有二力，相交成 90°時，其合力爲 5 達因；如成 60° 時，其合力爲$\sqrt{37}$ 達因，求此二力。

【解】設二力爲 F_1 和 F_2，則由合力公式，得

$5^2=F^2{}_1+F^2{}_2$ ……………………………………(1)

$(\sqrt{37})^2=F_1{}^2+F_2{}^2+2F_1F_2\cos 60°$，

即　$37=F_1{}^2+F^2{}_2+F_1F_2$ ……………………………(2)

解出(1)的F_1　$F_1=\sqrt{25-F^2{}_2}$ ……………………………(3)

(3)代入(2)　$37=25-F_2{}^2+F^2{}_2+F_2\sqrt{25-F_2{}^2}$，

即　$F_2\sqrt{25-F_2{}^2}=12$， ……………………………(4)

(4)平方之，化簡，　$F_2{}^4-25F_2{}^2+144=0$， ……………(5)

即　$(F_2{}^2-16)(F^2{}_2-9)=0$， ……………………………(6)

$\therefore F_2{}^2=16$，或$F^2{}_2=9$， ……………………………(7)

$\therefore F_2=4$，或 $F_2=3$， ……………………………(8)

以 (7) 代入 (1) 得 $F^2{}_1=9$ 或 $F^2{}_1=16$，

$\therefore F_1=3$ 或 $F_1=4$。

【答】 二力爲 4 達因和 3 達因。

7. 設有 15 仟克及 6 仟克的兩力，問兩力的作用方向如何才可使其合力最大及最小，並求最大及最小合力的值。

【解】 設合力爲 R，二力的交角爲 θ，$F_1=15$ 仟克，　$F_2=6$ 仟克。

由合力公式　$R^2=15^2+6^2+2\times15\times6\cos\theta$,

得知 R 值的最大及最小,由 $\cos\theta$ 的值爲最大及最小來決定,但 $\cos\theta$ 的最大值爲 1,最小值爲 -1。

當 $\cos\theta=1$ 時,則 $\theta=0°$

$$R^2=(15+6)^2,\quad \therefore R=15+6=21 \text{ 仟克。}$$

當 $\cos\theta=-1$ 時,則 $\theta=180°$,

$$R^2=(15-6)^2,\quad \therefore R=15-6=9 \text{ 仟克。}$$

【答】 二力的方向成 0° 時,其合力爲最大,其值爲 21 仟克;成 180° 時,其合力爲最小,其值爲 9 仟克。

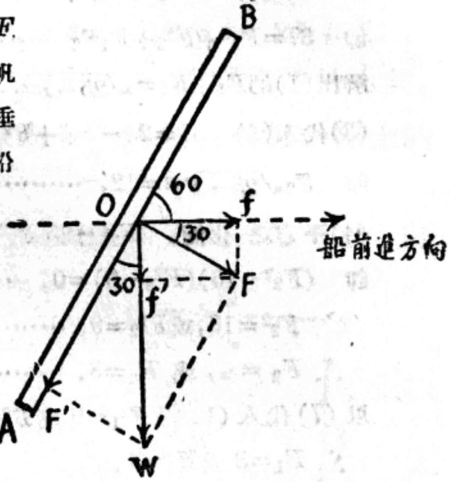
8. 風力等於 15 仟克,以 30° 的傾斜角度吹向帆面,帆面與船前進的方向又成 60° 的角,求船所受前進的力。

【解】 風力 OW 可分解爲 F 及 F' 二分力,F' 滑過帆面無作用,F 和帆面垂直,施力於帆面,爲行船的動力,則

$F=OW\sin 30°$

$=15\times\frac{1}{2}=7.5$ 仟克。

F 又可分解爲 f 及 f' 二分力,f 與船前進方向一致,即爲推船前進的有效分力,則



第五圖

$$f=F\cos30°=7.5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6.4875 \text{ 仟克。}$$

【答】 船所受前進的力爲 6.4875 仟克。

9.* 一 50 仟克的重物,用二繩懸着,二繩與鉛直線各成 30° 與 60° 的角,求每繩上的張力。

【解】 設兩繩的張力各爲 F_1 及 F_2，則 F_1, F_2 與 50 仟克三力作用於一點而成平衡，其作用線依序銜接成一閉三角形 ΔABC。

$\angle A=60°$，　$\angle B=30°$

$\therefore \angle C=90°$，

由拉密定律，得

$$\frac{F_1}{\sin 60°}=\frac{F_2}{\sin 30°}=\frac{50}{\sin 90°},$$

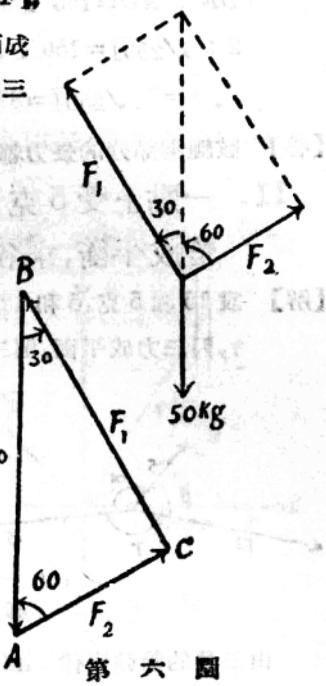
因 $\dfrac{50}{\sin 90°}=50$，

$\therefore F_1=50\sin 60°=50\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=25\sqrt{3}$ 仟克，

$F_2=50\sin 30°=50\times\dfrac{1}{2}$

$=25$ 仟克。



第　六　圖

【答】 二繩上的張力各爲 $25\sqrt{3}$ 仟克及 25 仟克。

10.* 一人重 150 斤，立於長 100 尺緊張的繩的中央，若此人將繩的中點墮下 1 尺，該繩二部分的張力爲何？

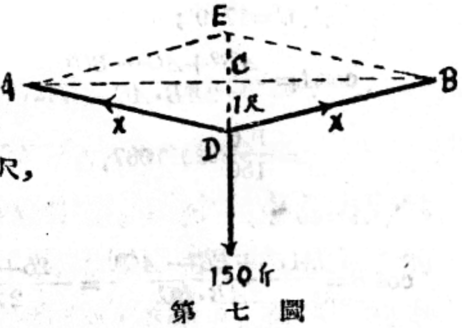
【解】 人重在繩的中央，則兩繩的張力相等，設爲 x，繩長 $AB=100$ 尺，

$AC=CB=50$ 尺，

$DE=2CD=2$ 尺，

$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}$

$=\sqrt{50^2+1^2}=\sqrt{2501}$ 尺，



第　七　圖

由力的平行四邊形定律，則

$$DE : AD = 150 : x,$$

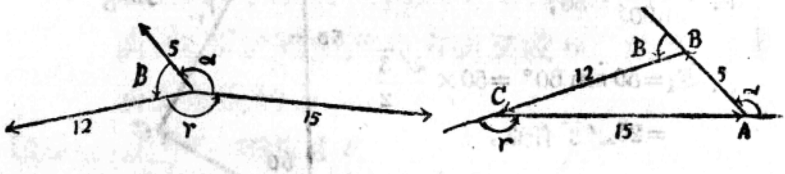
$$2 : \sqrt{2501} = 150 : x,$$

$$\therefore x = 75\sqrt{2501} = 3750.75\text{斤。}$$

【答】 該繩兩部分的張力都爲 3750.75 斤。

11. 一點上受5克，12克，和15克三力的作用，恰成平衡，求各力間應成的角度。

【解】 設15和5克，5和12克，12和15克二力間的角各爲 α, β, γ，因三力成平衡，則三力的作用線得成一閉 $\triangle ABC$。



第 八 圖

由三角的餘弦定律 $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC\cos C$。

$$\therefore \cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

$$= \frac{15^2 + 12^2 - 5^2}{2 \times 15 \times 12} = \frac{225 + 144 - 25}{360} = 0.9555,$$

$$\therefore C = 17°9';$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{25 + 225 - 144}{2 \times 5 \times 15}$$

$$= \frac{106}{150} = 0.7067,$$

$$\therefore A = 45°2';$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{25 + 144 - 225}{2 \times 5 \times 12}$$

$$= \frac{-56}{120} = -0.4667,$$

$$\therefore B = 180 - 62°11' = 117°49';$$

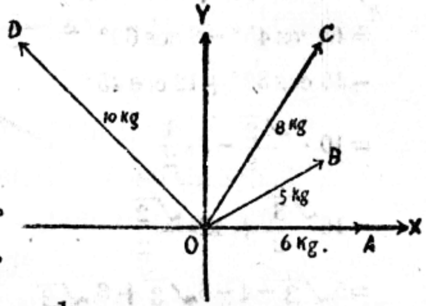
$\therefore\ \alpha=180-A=180-45°2'=134°58'$,

$\beta=180-B=180-117°49'=62°11'$,

$\gamma=180-C=180-17°9'=162°51'$。

【答】 15和5克,5和12克,12和15克二力間的角各爲 134° 58′, 62° 11′, 162° 51′。

12.* 6, 5, 8, 10 仟克四力作用於一點 O,與 OX 軸線作傾斜 0°, 30°, 60°, 135° 角,試求其合力 R.(如圖)



第九圖

【解】 由合力的分析法,得

$$\Sigma x=6\cos 0°+5\cos 30°+8\cos 60°+10\cos 135°$$

$$=6+5\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}+8\cdot\frac{1}{2}-10\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$=7.26。$$

$$\Sigma y=6\sin 0°+5\sin 30°+8\sin 60°+10\sin 135°$$

$$=0+5\cdot\frac{1}{2}+8\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}+10\frac{1}{2}\sqrt{2}=16.5,$$

$$\therefore R=\sqrt{(\Sigma x)^2+(\Sigma y)^2}=\sqrt{7.26^2+16.5^2}$$

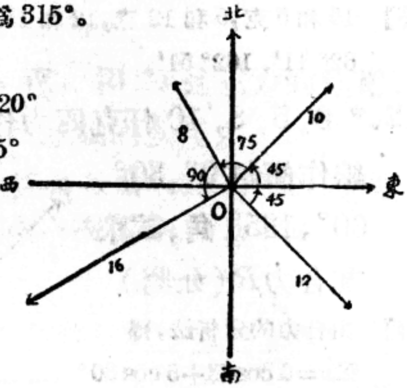
$$=\sqrt{324.96}=18 \text{ 仟克。}$$

$$\tan\phi=\frac{\Sigma y}{\Sigma x}=\frac{16.5}{7.26}=2.2727,\qquad \therefore\ \phi=66°15'。$$

【答】 合力 R 爲 18 仟克,與 OX 軸所成的角爲 66°15′。

13. 一點上受有四力的作用,其中向東北方向的一力 F_1 爲 10 克,向北偏西而和 F_1 成 75° 的力 F_2 爲 8 克,向西偏南而和 F_2 成 90° 的力 F_3 爲 16 克,向東南的一力 F_4 爲 12 克,求四力的平衡力。

【解】 四力的平衡力，即為四力的合力的平衡力，其大小和合力相等，方向則相反。設四力的作用點為原點，東西方向為 x 軸，南北方向為 y 軸，則四力和 x 軸所成的角 F_1 為 45°，F_2 為 120°，F_3 為 210°，F_4 為 315°。



第十圖

由合力的分析法，得

$$\Sigma x=10\cos 45°+8\cos 120°+16\cos 210°+12\cos 315°$$

$$=10\cos 45°-8\cos 60°-16\cos 30°+12\cos 45°$$

$$=10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-8\cdot\frac{1}{2}-16\frac{\sqrt{3}}{2}+12\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=5\sqrt{2}-4-8\sqrt{3}+6\sqrt{2}$$

$$=15.556-17.856=-2.3$$

$$\Sigma y=10\sin 45°+8\sin 120°+16\sin 210°+12\sin 315°$$

$$=10\sin 45+8\sin 60°-16\sin 30°-12\sin 45°$$

$$=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}+8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-16\cdot\frac{1}{2}-12\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=5\sqrt{2}+4\sqrt{3}-8-6\sqrt{2}=14-16.486=-2.486$$

$$\therefore R=\sqrt{(\Sigma x)^2+(\Sigma y)^2}=\sqrt{(-2.3)^2+(-2.486)^2}$$

$$=\sqrt{11.47}=3.38 \text{ 克。}$$

【答】 四力的平衡力 =3.38 克。

14. 六力在一平面上作用於一點，每兩力相交成 60° 角，其大小順次為 1, 2, 3, 4, 5, 6，求其合力。

【解】 設合力為 R，其與 1 的力所成的角為 ϕ，以 1 的力的為 x 軸，則由合力的分析法，得

$$\Sigma x=1\cos 0^\circ+2\cos 60^\circ+3\cos 2\times 60^\circ+4\cos 3\times 60^\circ$$
$$+5\cos 4\times 60^\circ+6\cos 5\times 60^\circ$$
$$=\cos 0^\circ+2\cos 60^\circ+3\cos 120^\circ+4\cos 180^\circ$$
$$+5\cos 240^\circ+6\cos 300^\circ$$
$$=\cos 0^\circ+2\cos 60^\circ-3\cos 60^\circ+4\cos 180^\circ$$
$$-5\cos 60^\circ+6\cos 60^\circ$$
$$=1+2\times\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{2}+4\times(-1)-5\times\frac{1}{2}+6\times\frac{1}{2}$$
$$=-3,$$
$$\Sigma y=1\sin O^\circ+2\sin 60^\circ+3\sin 2\times 60^\circ$$
$$+4\sin 3\times 60^\circ+5\sin 4\times 60^\circ+6\sin 5\times 60^\circ$$
$$=\sin O^\circ+2\sin 60^\circ+3\sin 60^\circ+4\sin 180^\circ$$
$$-5\sin 60^\circ-6\sin 60^\circ$$
$$=0+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times\frac{\sqrt{3}}{2}+0-5\times\frac{\sqrt{3}}{2}-6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=-3\sqrt{3},$$
$$\therefore R=\sqrt{(\Sigma x)^2+(\Sigma y)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-3\sqrt{3})^2}$$
$$=\sqrt{36}=6;$$
$$\tan\phi=\frac{\Sigma y}{\Sigma x}=\frac{-3\sqrt{3}}{-3}=\sqrt{3},\quad \therefore \phi=60^\circ.$$

【答】 六力的合力爲 6，其與 1 的力所成的角爲 60°。

第二章 運動

I. 公式

速度 $V=\frac{S}{t}$.

V 爲速度,S 爲位移,t 爲所經的時間。

加速度 $a=\frac{V-V_0}{t}$.

a 爲加速度,V_0 爲初速,V 爲 t 時間末的速度。

等加速運動 $V=V_0\pm at$,

$S=V_0t\pm\frac{1}{2}at^2$, $V^2=V_0^2\pm 2aS$.

自由落體 $V=gt$,

$S=\frac{1}{2}gt^2$, $V^2=2gS$.

拋下運動 $V=V_0+gt$,

$S=V_0t+\frac{1}{2}gt^2$, $V^2=V_0^2+2gS$.

拋上運動 $V=V_0-gt$,

$S=V_0t-\frac{1}{2}gt^2$, $V^2=V_0^2-2gS$.

水平拋射運動 $d=V_0t$, $h=\frac{1}{2}gt^2$.

d 爲水平距離,h 爲垂直距離。

斜拋運動 $x=V_0t\cos\theta$,

$$y=V_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2,\qquad T=\frac{V_0\sin\theta}{g},$$

$$h=\frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g},\qquad d=\frac{V_0^2\sin 2\theta}{g}。$$

V_0 爲抛射的初速，x，y 各爲 t 時間後的水平和垂直距離，T 爲達最高點的時間，h 爲能達的高度，d 爲能達的水平射程，θ 爲抛射的傾斜角。

斜面上的運動　$a=g\sin\theta=\frac{h}{l}g$，

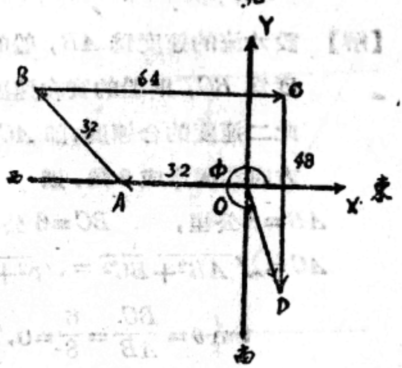
$V=V_0\pm(g\sin\theta)t$，　$S=V_0 t\pm\frac{1}{2}(g\sin\theta)t^2$

$V^2=V_0^2\pm 2(g\sin\theta)l=V_0^2\pm 2gh$。

θ 爲斜面的傾斜角，l 爲斜面的長，h 爲高，a 爲沿斜面的加速度。

II. 計　算　題

1. 一汽車向西行 32 公里，再向西北行 32 公里，乃向東行 64 公里，最後向南行 48 公里。求此車的終點和出發點間的距離，並說明其方向。



第十一圖

【解】設汽車的出發點爲座標的原點 O，OD 爲合位移，其大小爲 R，方向爲 ϕ，

$OA=32$ 公里，$AB=32$ 公里，$BC=64$ 公里，$CD=48$ 公里，

OA, AB, BC, CD 和 x 軸所成的角各為 $180°, 135°, 0, 270°$。

由位移的分析法，得

$$\Sigma x=32\cdot\cos 180°+32\cos 135°+64\cos 0°+48\cos 270°$$

$$=-32-32\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+64+0=9.376.$$

$$\Sigma y=32\sin 180°+32\sin 135°+64\sin 0°+48\sin 270°$$

$$=0+32\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+0-48=-25.376.$$

$$\therefore R=\sqrt{(\Sigma x)^2+(\Sigma y)^2}=\sqrt{(9.376)^2+(-25.376)^2}$$

$$=\sqrt{89.9844+643.9414}=27.04 \text{ 公里。}$$

$$\tan\phi=\frac{\Sigma y}{\Sigma x}=\frac{-25.376}{9.376}=-2.705.$$

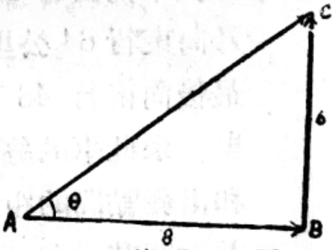
$$\therefore \phi=290.29°。$$

$$\therefore \angle xOD=360°-\phi=360°-290.29°=69.71°。$$

【答】 終點和起點間的距離為 27.04 公里，終點在起點的東偏南 69.71°。

2. 船的速度為 6 公里/時，水流的速度為8公里/時，設船的進行方向和水流垂直，求船的實在速度，和其進行方向。

【解】 設水流的速度為 AB，船的速度為 BC，則船的實在速度為此二速度的合速度，即 AC，其方向和河岸成 θ 角，則



第十二圖

$AB=8$ 公里，　　$BC=6$ 公里，

$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10 \text{ 公里/時。}$$

$$\tan\theta=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{8}=0.75, \qquad \therefore \theta=36°52'。$$

【答】 船實在的速度為 10 公里/時，其進行方向和河岸成 36°52′ 角。