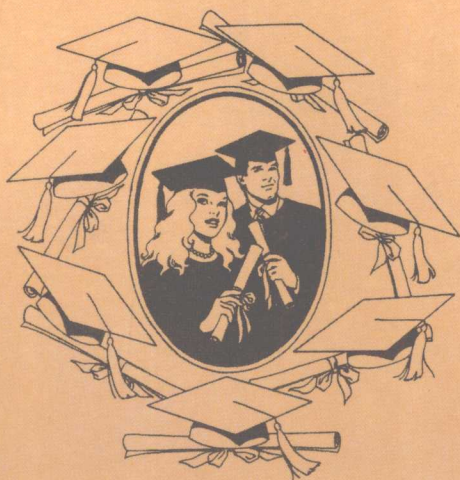


'99 考研辅导教材



1999年

硕士研究生入学考试

# 应试教程

(数学分册)

[经济类]

编写 考研试题研究组  
主编 北京大学田茂英教授

科学技术文献出版社

考 研 辅 导 教 材

# 1999 年硕士研究生入学考试 应试教程(数学分册)

[经济类]

编写 考研试题研究组

主编 北京大学田茂英教授

科学技术文献出版社

(京)新登字 130 号

### 图书在版编目(CIP)数据

1999 年硕士研究生入学考试应试教程:数学分册:经济类/田茂英主编. —北京:科学技术文献出版社,1998.4  
ISBN 7-5023-3050-X

I. 19… II. 田… III. ①课程-研究生-入学考试-自学参考资料②数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 07821 号

总 策 划:胡东华

责任编辑:王清宁

封面设计:胡东华

### 内 容 简 介

本书对硕士研究生入学考试数学(经济类)考试大纲所要求的概念、定理和公式进行简明、扼要的叙述、辅导。重点精选了各类题型的例题并作详细解答。对重点例题,或在解答前作了解题方法分析,或在题后有关键注释。大部分题目都一题多解,对考试中常见题型也以例题的形式作了重点介绍。本书还包含考研数学命题特点、历年试题分析、常考内容提示。

内容包括高等数学、线性代数、概率论与数量统计初步。可供经济类的硕士研究生应试者,大专院校的学生阅读,也适合于自学者学习。

出 版 者/科学技术文献出版社

地 址/北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

发 行 者/新华书店北京发行所

印 刷 者/北京美通印刷厂

版(印)次/1998 年 4 月第 1 版,1998 年 4 月第 1 次印刷

开 本/787×1092 16 开

字 数/800 千字

印 张/28

印 数/1—10000 册

I S B N/7-5023-3050-X/G·657

定 价 30.00 元

· 版权所有 违法必究 ·

# 出版说明

根据广大读者的要求,按照国家教委最新修订的硕士研究生入学数学(经济类)考试大纲(数学三和数学四),在作者主编的《数学考研辅导教材》的基础上,专门为数学三和数学四的考生编写了这本书。原辅导教材自出版多年来受到了广大读者的欢迎。本书保留了原教材的优点,同时对许多章节作了较大修改,有的部分进行了重写(例如第一、四篇),以便更适合经济类考生阅读。

本书对考试大纲所要求的概念、定理和公式进行简明、扼要地叙述、辅导。重点精选了各类题型的例题并作详细解答。对重点例题,或在解答前作了解题方法分析,或在题后有关键注解。对考试中常见题型也以例题的形式作了重点介绍。每节(或章)后均有适当数量的习题。全部习题都附有答案或提示,以便读者练习。本书还包含考研数学命题特点、近几年试题分析、常考内容及复习重点提示,这些都有利于提高考生的应试能力。从历年考试情况看,考试所出题型基本上都在本书的例题和习题题型范围之内。

根据新的大纲,数学三包括本书的第一、二、三、四篇的全部内容及第五篇的部分内容。数学四包括第一篇和第二篇的第一、二、三、四章的全部,还包括第三篇的第一、二、三、四章内容,第四篇的第一、二、三章的全部和第四章的中心极限定理以及第五篇部分内容。考试的具体内容和考试要求请参见本书第一篇。

需要说明的是,为照顾到广大学生的实际购买能力,本书采用了小号字和紧缩式排版。这样,使广大考生在相同价位、相同篇幅内能学到比其它书籍更多的知识。

本书不仅是硕士研究生入学考试应试者的一本复习用书,同时我们希望对正在学习高等数学,线性代数,及概率论的经济类院校本科生、大专生、电大、夜大的学生也是一本好的参考书。也便于自学者阅读。

本书是在北京大学教学系田茂英教授主持下编写的,第一篇由田茂英、胡东华编写,其余篇章全部由田茂英教授完成。

本书在编写过程中,还收到了全国各地读者的大量来信,提出了许多宝贵的意见和建议,在此一并致谢。

由于水平有限,书中难免有不妥之处,请赐教。

编者于北京大学燕北园  
1998年4月

# 目 录

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 第一篇 考研数学命题思想、考试要求和应试对策 ..... | (1)   |
| 第一章 考试说明 .....               | (1)   |
| 第二章 常考内容提示 .....             | (6)   |
| 第三章 试卷分析及命题特点 .....          | (11)  |
| 第四章 如何培养自身的解题应试能力 .....      | (14)  |
| 第二篇 高等数学 .....               | (22)  |
| 第一章 一元函数微分学 .....            | (22)  |
| §1 极限与连续 .....               | (22)  |
| 习题一 .....                    | (36)  |
| 答案与提示 .....                  | (37)  |
| §2 导数、微分及其运算 .....           | (38)  |
| 习题二 .....                    | (48)  |
| 答案与提示 .....                  | (49)  |
| §3 微分学中值定理及微分学的应用 .....      | (50)  |
| 习题三 .....                    | (62)  |
| 答案与提示 .....                  | (63)  |
| 第二章 一元函数积分学 .....            | (65)  |
| §1 不定积分 .....                | (65)  |
| 习题一 .....                    | (77)  |
| 答案与提示 .....                  | (78)  |
| §2 定积分 .....                 | (79)  |
| 习题二 .....                    | (93)  |
| 答案与提示 .....                  | (94)  |
| §3 广义积分与定积分的应用 .....         | (96)  |
| 习题三 .....                    | (105) |
| 答案与提示 .....                  | (105) |
| §4 一元微积分在经济学中的初步应用 .....     | (106) |
| 第三章 多元函数微分学 .....            | (110) |
| §1 多元函数、极限、偏导数与全微分 .....     | (110) |
| 习题一 .....                    | (118) |
| 答案与提示 .....                  | (119) |
| §2 多元函数微分学的应用 .....          | (121) |
| 习题二 .....                    | (126) |
| 答案与提示 .....                  | (126) |

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| <b>第四章 多元函数积分学</b>    | (127) |
| § 1 重积分               | (127) |
| 习题一                   | (136) |
| 答案与提示                 | (136) |
| <b>第五章 级数</b>         | (138) |
| § 1 常数项级数             | (138) |
| 习题一                   | (144) |
| 答案与提示                 | (145) |
| § 2 幂级数               | (146) |
| 习题二                   | (154) |
| 答案与提示                 | (154) |
| <b>第六章 常微分方程与差分方程</b> | (156) |
| § 1 基本概念 一阶微分方程       | (156) |
| 习题一                   | (161) |
| 答案与提示                 | (161) |
| § 2 高阶微分方程            | (162) |
| 习题二                   | (165) |
| 答案与提示                 | (165) |
| § 3 一阶差分方程            | (166) |
| 习题三                   | (173) |
| 答案与提示                 | (173) |
| <b>第三篇 线性代数</b>       | (175) |
| <b>第一章 行列式</b>        | (175) |
| § 1 $n$ 阶行列式的概念与性质    | (175) |
| § 2 应用                | (181) |
| 习题一                   | (185) |
| 答案与提示                 | (186) |
| <b>第二章 线性方程组</b>      | (187) |
| § 1 矩阵消元法             | (188) |
| § 2 $n$ 维向量           | (191) |
| 习题二                   | (196) |
| 答案与提示                 | (197) |
| § 3 矩阵的秩              | (199) |
| § 4 线性方程组解的结构         | (201) |
| 习题三                   | (206) |
| 答案与提示                 | (207) |
| <b>第三章 矩阵代数</b>       | (209) |
| § 1 矩阵的运算             | (209) |
| § 2 逆矩阵               | (214) |
| 习题四                   | (220) |

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| 答案与提示 .....                        | (221) |
| <b>第四章 特征值与特征向量</b> .....          | (223) |
| § 1 矩阵的特征值与特征向量 .....              | (223) |
| 习题五 .....                          | (231) |
| 答案与提示 .....                        | (232) |
| <b>第五章 二次型</b> .....               | (234) |
| § 1 二次型和它的标准形 .....                | (234) |
| § 2 正定二次型 .....                    | (241) |
| § 3 正交变换与正交矩阵 .....                | (244) |
| 习题六 .....                          | (251) |
| 答案与提示 .....                        | (251) |
| <b>第四篇 概率论与数理统计初步</b> .....        | (255) |
| <b>第一章 随机事件和概率</b> .....           | (255) |
| § 1 随机事件 .....                     | (255) |
| § 2 概率的定义及概率的计算公式 .....            | (258) |
| § 3 常考题型举例 .....                   | (262) |
| 习题一 .....                          | (268) |
| 答案与提示 .....                        | (269) |
| <b>第二章 一维随机变量及其概率分布与数字特征</b> ..... | (270) |
| § 1 一维随机变量及其概率分布 .....             | (270) |
| § 2 一维随机变量的数字特征 .....              | (272) |
| § 3 常见分布 .....                     | (274) |
| § 4 常考题型举例 .....                   | (277) |
| 习题二 .....                          | (284) |
| 答案与提示 .....                        | (286) |
| <b>第三章 二维随机变量及其概率分布与数字特征</b> ..... | (287) |
| § 1 二维随机变量及其概率分布 .....             | (287) |
| § 2 二维随机变量的数字特征 .....              | (292) |
| § 3 常见二维分布 .....                   | (294) |
| § 4 常考题型举例 .....                   | (294) |
| 习题三 .....                          | (306) |
| 答案与提示 .....                        | (307) |
| <b>第四章 大数定律和中心极限定理</b> .....       | (309) |
| 习题四 .....                          | (314) |
| 答案与提示 .....                        | (314) |
| <b>第五章 数理统计初步</b> .....            | (315) |
| § 1 基本概念 .....                     | (315) |
| § 2 参数估计 .....                     | (318) |
| § 3 假设检验 .....                     | (322) |
| § 4 常考题型举例 .....                   | (324) |

|             |       |
|-------------|-------|
| 习题五 .....   | (327) |
| 答案与提示 ..... | (327) |

|             |       |
|-------------|-------|
| 第五篇 附件..... | (329) |
|-------------|-------|

|                                        |       |
|----------------------------------------|-------|
| 1998 年硕士研究生入学考试数学(三)试题及评分标准、参考解答 ..... | (330) |
|----------------------------------------|-------|

|                                        |       |
|----------------------------------------|-------|
| 1998 年硕士研究生入学考试数学(四)试题及评分标准、参考解答 ..... | (339) |
|----------------------------------------|-------|

### 常用记号

$\forall$ , 表示任意一个;

$\exists$ , 表示存在, 有一个;

$A \Rightarrow B$ , 表示  $A$  蕴涵  $B$ , 即如果  $A$  则必  $B$ ;

$A \Leftrightarrow B$ , 表示  $A$  与  $B$  等价, 即  $A$  以  $B$  为充分必要条件。

# 第一篇 考研数学命题思想、 考试要求和应试对策

## 第一章 考试说明

### § 1 数学三考试说明

#### 一、适用的专业

国民经济计划与管理(含国民经济系统分析)、工业经济、企业管理(含企业财务管理)、统计学、数量经济学、技术经济、运输经济(附邮电经济)、经济地理、投资经济、信息经济以及对数学要求较高的人口经济学、保险学专业。

#### 二、考试科目

1. 微积分; 2. 线性代数; 3. 概率论与数理统计初步。

#### 三、试卷结构

##### 1. 内容比例

- (1) 微积分 约 50%
- (2) 线性代数 约 25%
- (3) 概率论与数理统计 约 25%

##### 2. 题型比例

- (1) 填空题与选择题 约 30%
- (2) 解答题(包括证明题) 约 70%

#### 四、考试内容

##### 1. 微积分:

###### (1) 函数、极限与连续;

函数的概念及性质;反函数、复合函数、隐函数、分段函数;初等函数;基本初等函数的图形。

数列及函数的极限;函数的左、右极限;无穷大量与无穷小量;无穷小的阶;极限的四则运算;两个重要极限。函数的间断与连续;闭区间上连续函数的性质。

###### (2) 一元函数微分学

导数的概念;可导与连续;复合函数、反函数与隐函数的导数;高阶导数;微分及运算;微分学中值定理及应用;洛必达法则;函数的单调性、极值与最大(小)值;函数的作图。

### (3) 一元函数积分学

不定积分及其基本性质;不定积分与定积分的计算、换元法与分部积分法;定积分的概念与基本性质;积分中值定理;变上限的定积分;牛顿—莱布尼兹公式;广义积分的概念与计算;定积分的应用。

### (4) 多元函数微积分

多元函数的概念;二元函数的极限与连续;有界闭区域上二元函数的性质;偏导数与全微分;多元复合函数与隐函数的求导;高阶偏导数;多元函数的极值、条件极值与最大(小)值。

二重积分的基本性质与计算;无界区域上简单二重积分的计算。

### (5) 无穷级数

常数项级数的收敛、发散及收敛的必要条件;几何级数与 $p$ 级数的收敛性;正项级数的收敛判别法;级数的绝对收敛与条件收敛;交错级数及莱布尼兹定理;

幂级的收敛半径、收敛区间(指开区间)与收敛域;幂级数的和函数及求法;幂级数在收敛区间内的基本性质。

### (6) 常微分方程与差分方程

微分方程及其通解、初始条件与特解;可分离变量的微分方程;齐次方程与一阶线性方程;二阶常系数线性方程。微分方程的简单应用。

差分与差分方程的通解、特解;一阶常系数差分方程及其简单应用。

## 2. 线性代数:

### (1) 行列式

行列式的概念与计算;行列式按行(列)展开;克莱姆法则。

### (2) 矩阵

对角矩阵、数量矩阵、三角矩阵、对称矩阵与正交矩阵;矩阵的和、数乘及矩阵的乘积;矩阵的转置;逆矩及其性质;伴随矩阵;矩阵的初等变换;初等矩阵;矩阵的秩;分块矩阵及运算。

### (3) 向量

向量的和与数乘;向量的线性组合与线性表示;向量的线性相关与无关;向量组的极大无关组;向量组的秩。

### (4) 线性方程组

线性方程组解的结构;齐次方程组的基础解系与通解;非齐次方程组有解的充要条件。

### (5) 矩阵的特征值与特征向量

矩阵的特征值与特征向量的求法;相似变换;矩阵可对角化的条件;实对称矩的对角化。

### (6) 二次型

二次型及其矩阵表示与二次型的秩;惯性定理;用正交变换化二次型为标形;二次型及其矩阵的正定性和判别法;合同矩阵。

## 3. 概率论与数理统计

### (1) 随机事件和概率

事件的关系与运算;概率的定义及性质;条件概率;概率的加法、乘法、全概率公式及贝叶斯公式;独立重复试验;事件的独立性。

### (2) 随机变量及其概率分布

随机变量的分布函数及其性质;离散型随机变量的分布律;连续型随机变量的概率密度; $0-1$ 分布、二项分布、超几何分布、泊松分布、均匀分布、指数分布、正态分布及其应用;

二维随机变量及其联合分布;二维离散型随机变量的概率分布与边缘分布;二维连续型随机变量的联合概率密度和边缘密度;随机变量的独立性与不相关的概念;二维均匀分布与正态分布。

随机变量函数的分布。

$\chi^2$  分布  $t$  分布、 $F$  分布;分位数。

### (3) 随机变量的数字特征

随机变量的数学期望、方差、标准差及其性质;随机变量函数的数学期望;两个随机变量的协方差及性质;相关系数及性质。

### (4) 大数定律和中心极限定理

切比雪夫不等式;切比雪夫、伯努利、辛钦大数定律;泊松定理;林德伯格——列维(独立同分布中心极限定理);棣莫佛——拉普拉斯(二项分布以正态分布为极限分布)定理。

### (5) 数理统计的基本概念

总体;个体;样本;样本方差;样本的均值;样本矩。

### (6) 参数估计

点估计与矩估计;极大似然估计;估计量的无偏性、有效性和一致性;单个正态总体均值和方差的区间估计;两个正态总体均值差和方差比的区间估计。

(7) 显著性检验的基本思想、基本步骤和可能产生的两类错误;单个和两个正态总体的均值和方差的假设检验。

## 五、考试时间

经济学硕士研究生入学考试为笔试,考试时间为3个小时。

## § 2 数学四考试说明

### 一、适用的专业

农业经济(含林业经济、畜牧业经济、渔业经济)、商业经济(含物资经济)、劳动经济学、财政学、货币银行学、会计学(含审计学)、国际贸易、国际金融、世界经济、政治经济学、马克思主义经济思想史、中国经济思想史、中国经济、西方经济学、外国经济史、外国经济思想史、消费经济、商品经济、旅游经济、城市经济、国际经济以及对数学要求较低的人口经济学、保险学专业。

### 二、考试科目

1. 微积分;2. 线性代数;3. 概率论

### 三、试卷结构

#### 1. 内容比例

- (1) 微积分 约 50%
- (2) 线性代数 约 25%
- (3) 概率论 约 25%

#### 2. 题型比例

- (1) 填空题与选择题 约 30%
- (2) 解答题(包括证明题) 约 70%

## 四、考试内容

### 1. 微积分

#### (1) 函数、极限与连续

函数及其有界、单调、周期和奇偶性；反函数、复合函数、隐函数与分段函数；基本初等函数的性质与图形。数列与函数的极限；函数的左、右极限；极限的四则运算；两个重要极限；无穷大量和无穷小量及无穷小量的阶的比较。

函数的间断与连续；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质。

#### (2) 一元函数微分学。

导数的概念；可导与连续；反函数、复合函数与隐函数的导数；高阶导数；微分及运算。

罗尔定理和拉格朗日中值定理及应用；洛必达法则；函数单调性的判别及应用；函数的极值与最大(小)值及应用；凹凸性、拐点及渐近线与函数作图。

#### (3) 一元函数积分学

不定积分和定积分的概念与基本性质；不定积分和定积分的计算、换元法与分部积分法；牛顿——莱布尼兹公式；变上限的定积分及其导数；积分中值定理；广义积分的概念及计算；利用定积分计算平面图形的面积和旋转体的体积及简单经济问题。

#### (4) 多元函数的微积分

二元函数的几何意义；二元函数的极限与连续；有界闭区域上二元函数的性质。

偏导数与全微分；多元函数与隐函数的求导法；高阶偏导数；多元函数的极值与条件极值、最大(小)值。

二重积分的基本性质与计算；无界区域上的简单二重积分的计算。

### 2. 线性代数

#### (1) 行列式

行列式的基本性质；按行(列)展开行列式；用克莱姆法则解线性方程组。

#### (2) 矩阵

对角矩阵、数量矩阵、三角矩阵和对称矩阵；矩阵的和、数乘与矩阵的乘积；矩阵的转置；逆矩阵及其性质；伴随矩阵；矩阵的初等变换与初等矩阵；矩阵的秩；分块矩阵及其运算。

#### (3) 向量

向量的加、数乘运算；向量的线性组合与线性表示；向量的线性相关与无关；向量组的极大无关组；向量组的秩。

#### (4) 线性方程组

线性方程组有解和无解判别定理；齐次线性方程组的基础解系和通解；非齐次方程组解的结构；求非齐次方程组的通解。

#### (5) 矩阵的特征值和特征向量

矩阵的特征值和特征向量及其计算；相似矩阵及其性质；矩阵可对角化的条件；实对称矩阵的特征值和特征向量及性质。

### 3. 概率论

#### (1) 随机事件和概率

随机事件与样本空间；事件的关系与运算；事件的独立性；概率的基本性质；古典概率；条件概率、概率加法、乘法、全概率和贝叶斯公式；独立重复试验；

#### (2) 随机变量及其概率分布

随机变量的分布函数及其性质；离散型随机变量的分布律；连续型随机变量的概率密度；0—1分布、二项分布、超几何分布、泊松分布、均匀分布、指数分布、正态分布及其应用。

二维离散型随机变量的联合概率分布和边缘分布；二维连续型随机变量的联合概率密度和边缘密度；随

机变量的独立性;二维均匀分布和正态分布;随机变量简单函数的分布。

(3) 随机变量的数字特征

随机变量的数学期望、方差、标准差及它们的性质;随机变量函数的数学期望;二维随机变量的协方差、相关系数及它们的性质。

(4) 中心极限定理

泊松定理;林德伯格——列维(独立同分布的中心极限)定理;棣莫佛——拉普拉斯(二项分布以正态分布为极限分布)定理。

## 五、考试时间

经济学硕士研究生入学数学考试为笔试,考试时间为3个小时。

## 第二章 常考内容提示

### 数学三、四试题分析

我们将近几年的试题作一认真分析,从中找出特点,以便更好地参加应试。

#### 一、高等数学试题分析

《高等数学》的内容在试卷中占分 50%,是主要内容。先用统计表展示 1993 ~ 1997 年试题的大体情况。

在这里先要说明的是:下面的表一、表二和表三中圆圈内的数字是数学四的题分,而圆圈外的分数是数学三的题目。

表一 1993 ~ 1998 年《高等数学》各部分内容在试卷中占分表

| 分<br>数<br>内<br>容 | 年<br>份 | 1993    | 1994   | 1995   | 1996 | 1997   | 1998   | 分<br>数<br>内<br>容 | 年<br>份 | 1993   | 1994   | 1995   | 1996 | 1997   | 1998   |
|------------------|--------|---------|--------|--------|------|--------|--------|------------------|--------|--------|--------|--------|------|--------|--------|
| 函数及其连续           |        |         |        | 3<br>③ |      | 2      | 3<br>③ | 定积分              |        |        | 3      | 6<br>⑦ |      | 3<br>③ |        |
| 极限               |        | 3<br>③  | 3<br>⑧ | 3<br>③ |      | 6<br>⑥ | 3<br>⑧ | 变上限的定积分          | 3<br>③ | 5<br>⑩ |        |        | 2    | 4<br>⑤ | 2<br>② |
|                  |        |         |        |        |      |        |        | 广义积分             | 7<br>⑦ | 1      | 8<br>③ | 6      |      |        |        |
| 无穷小量与无穷大         |        |         |        |        |      |        |        | 定积分的应用           | 4      | 4<br>③ |        |        |      | 7<br>⑦ | 3<br>③ |
| 导数与微分            |        | 6<br>⑥  | 3<br>③ | 9<br>⑥ | 9    | 6<br>⑥ | 3<br>③ | 偏导数与全微分          | 5<br>⑤ | 5<br>⑤ |        |        | 4    | 2<br>② | 5<br>⑥ |
| 微分学中值定理          |        | 6       | 6      | 5<br>⑤ | 5    |        | 6<br>⑥ | 多元函数微分学的应用       |        | 8<br>⑧ | 9<br>⑨ |        |      |        |        |
| 一元微分学的应用         |        | 4<br>⑥  | 4<br>⑤ | 9<br>⑨ | 3    | 4<br>⑤ |        | 二重积分             |        | 6      |        |        | 3    | 3<br>⑥ | 5<br>⑤ |
| 极值与最值            |        | 5<br>⑦  |        |        | 6    | 6<br>⑥ | 6<br>⑩ | 常数项级数            | 3      | 3      |        |        | 3    | 5      | 6      |
| 函数的作图            |        | 13<br>⑬ | 3<br>③ |        |      |        |        | 幂级数              |        |        |        | 6      |      |        |        |
| 不定积分             |        | 3<br>③  | 6<br>⑥ | 3<br>⑨ | 3    |        | 3<br>③ | 常微分方程            |        |        |        |        |      |        |        |
|                  |        |         |        |        |      |        |        | 一阶方程             | 4      |        | 6      | 6      | 3    | 5      |        |
|                  |        |         |        |        |      |        |        | 二阶方程             |        | 4      |        |        |      |        |        |
|                  |        |         |        |        |      |        |        | 差分方程             |        |        |        |        |      | 3      | 3      |

虽然数学三和数学四对《高等数学》的要求不完全相同,但有不少是一样的。从表中可以看出近几年的试题几乎涉及到了经济类院校《高等数学》的全部内容,同时又重点突出。下面将各部分作比较深入地分析。

#### (1) 函数 极限与连续

这部分是数学三、数学四必考内容。极限是考试的重点。特别是对数学四,每年题分都比较多。无穷小量只是于 1992 年出过 3 分的题目,但考生也不应轻视。

这部分内容的试题类型主要是:① 利用两个重要极限,等价无穷小量,极限的性质及洛必达法则求数列和函数的极限;② 判断函数的连续性,间断点的分类;③ 利用函数的连续性定表达式中的常数;④ 判断函数的

有界性、单调性、奇偶性;⑤ 无穷小量阶的比较。

要求考生熟练地掌握各种求极限的方法及连续函数的概念。

#### (2) 导数 微分及微分学中值定理

导数与微分及一元微分学的应用对数学三、数学四都是重点。微分学中值定理也是常考内容。

试题的主要类型是:① 求复合函数、隐函数的高阶导数;② 利用导数的几何意义求解几何问题;③ 极限、连续与可导,利用导数的定义求极限,左右导数;④ 用微分中值定理证明各种不等式及等式。

#### (3) 极值 函数的作图

这也是重点。特别是对数学四,是常考内容。而且极值和函数作图占分数都比较多。最值问题也是数学三、数学四的重要内容。

试题的类型主要是:① 导数在经济学中的应用;② 利用导数求最大(小)值问题;③ 利用导数作函数的图形。

极值与最值方面的题 98 年高达 10 分。

要求考生熟悉导数的经济意义,并且能利用所学知识解决实际问题,几乎每年都有这方面的题。

#### (4) 不定积分与广义积分

不定积分是数学四每年必考内容,题分在 5 分左右。

单独计算广义积分的题目比较少,常与其他内容综合应用。便如 1994 年第四题:

设  $y = y(x)$  满足条件

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = -4 \end{cases} \quad (1)$$

求广义积分  $\int_0^{+\infty} y(x)dx = \int_0^{+\infty} 2e^{-2x} - 3x e^{-2x} dx = 1$

这部分内容试题类型主要是:计算各种类型的不定积分,广义积分。

#### (5) 定积分 变上限的定积分与定积分的应用

变上限的定积与定积分的应用是考试重点。数学三每年都有 4 分左右的题目。对数学四变上限的定积分(也包括变下限)是每年必考内容。1994 年题分高达 10 分。要特别注意变上限的定积分与其他部分内容的综合性题目。例如 1994 年有一试题:设函数  $f(x)$  有导数,而且  $f(0) = 0, F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}}$

先令  $u = x^n - t^n$ , 则  $F(x) = \frac{1}{n} \int_0^{x^n} f(u) du$ , 再利用洛必达法则及导数的定义求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{2nx^{2n-1}}$

$$= \frac{1}{2n} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^n)}{x^n} = \frac{1}{2n} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^n) - 0}{x^n} = \frac{1}{2n} f'(0)$$

试题类型主要是:① 计算定积分;② 变上限的积分所确定函数的求导数;③ 用定积分计算平面图形的面积;④ 用定积分计算旋转体的体积(仅数学三要求这最后一种类型)。

#### (6) 偏导数与全微分 多元函数微分学的应用

偏导数与全微分是考试重点。偏导数在经济学中的应用,数学四在 1994 年出了一个 8 分的题目,但数学三、数学四的考生对这方面的内容不可忽视。数学四在 1995 年出了一个题分是 9 分的二元函数的极值、最值问题。

试题的类型主要是:① 求复合函数和隐函数的高阶偏导数;② 求多元函数的全微分;③ 极值,特别是条件极值与最值在经济问题中的应用。

#### (7) 重积分与级数(这两方面内容数学四都不要求)

二重积分与常数项级数是数学三常考内容。虽然近几年试卷中没有幂级数的试题,但幂级数的收敛域及和函数也是重要部分。

试题类型主要是:① 计算多种类型的二重积分;② 交换二重积分的积分顺序;③ 判断常数项级数的敛散性;④ 求幂级数的收敛半径,收敛域及和函数;⑤ 将简单函数展开为幂级数。

#### (8) 常微分方程与差分方程(数学四不要求)

这一部分也是数学三每年必考的内容。特别是一阶线性方程及二阶常系数方程的求解。

主要试题类型是:① 求解可分离变量的方程,齐次方程和一阶线性方程;② 求二阶常系数线性非齐次方程的特解和通解;③ 求满足某种积分关系式的连续函数;④ 常微分方程的应用。

## 二、线性代数与概率论试题分析

先给出下面的两份统计表:表二和表三。

表二 《线性代数》各部分在 1993 ~ 1998 年的试卷中所占分数

| 分<br>数<br>内<br>容     | 年<br>份 | 1993   | 1994    | 1995   | 1996 | 1997    | 1998   | 分<br>数<br>内<br>容         | 年<br>份 | 1993   | 1994   | 1995    | 1996 | 1997   | 1998    |
|----------------------|--------|--------|---------|--------|------|---------|--------|--------------------------|--------|--------|--------|---------|------|--------|---------|
| 行列式                  |        | ③      |         |        |      | ⑥       |        | 分块矩阵                     |        |        |        |         | 4    | 3<br>③ |         |
| 线性方程组                |        | 10     | 11<br>⑧ | ⑧      | 3    | 2<br>⑥  | 3<br>⑦ | 矩阵的特征值<br>与特征向量,<br>相似矩阵 |        | 3<br>③ | 8<br>⑧ |         | 4    | 3<br>⑤ | 13<br>⑥ |
| 矩阵运算<br>逆矩阵,<br>矩阵的秩 |        | 3<br>⑪ | 6<br>⑥  | 3<br>⑭ | 3    | 11<br>② | 6<br>⑥ | 向量组的线性<br>相关,向量<br>组的秩   |        | ⑧      | ③      | 12<br>③ | 11   | 3<br>③ | 3<br>⑥  |
|                      |        |        |         |        |      |         |        | 二次型,正定<br>矩阵正交<br>矩阵     |        | 9      |        | 10      |      | 3      |         |

表三 1993 ~ 1998 年《概率论与数理统计》各部分在试卷中所占分数

| 分<br>数<br>内<br>容 | 年<br>份 | 1993    | 1994    | 1995    | 1996    | 1997    | 1998   | 分<br>数<br>内<br>容 | 年<br>份 | 1993   | 1994 | 1995 | 1996   | 1997   | 1998    |
|------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|------------------|--------|--------|------|------|--------|--------|---------|
| 随机事件<br>与概率      |        | 3<br>③  | 3<br>⑥  | 8       | 3<br>⑥  | ③       | 9<br>⑥ | 随机变量的<br>数字特征    |        | 8<br>⑧ |      | ③    | 7<br>⑦ | ⑧<br>⑥ | 10<br>⑭ |
| 随机变量<br>与随机分布    |        | 11<br>⑪ | 19<br>⑮ | 14<br>⑮ | 12<br>⑦ | 14<br>⑮ | 3<br>⑥ | 大数定律和<br>中心极限定理  |        |        |      |      |        |        |         |
|                  |        |         |         |         |         |         |        | 基本概念             |        |        | 3    |      |        | 3      | 3       |
|                  |        |         |         |         |         |         |        | 数理统计             |        |        |      |      |        |        |         |
|                  |        |         |         |         |         |         |        | 参数估计             |        | 3      |      |      | 3      |        |         |
|                  |        |         |         |         |         |         |        | 假设检验             |        |        |      |      |        |        |         |

从表二和表三可以看出近几年来这两门课的命题特点。下面分别讨论。

### 1. 线性代数

在数学三、数学四中《线性代数》占题分都是 25%, 因此掌握好这门课十分必要。

#### (1) 行列式与线性方程组

行列式虽然占分比较少,但是行列式的性质与计算要求考生熟练掌握。

线性方程组是必考内容。特别是矩阵消元法解线性方程组。

试题类型主要是:① 线性方程组(包括齐次和非齐次)有解的充要条件;② 求线性方程组的通解;③ 用伴随矩阵求逆矩阵。

还要注意线性代数的知识与《高等数学》、《概率论》的知识的综合题目。例如 94 年(数学四)第十一题:假设随机变量  $X_1, X_2, X_3, X_4$  相互独立,且同分布  $P\{X_i = 0\} = 0.6, P\{X_i = 1\} = 0.4 (i = 1, 2, 3, 4)$ 。求行列式

$$X = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{vmatrix}$$

的概率分布。

先利用行列式得

$$X = X_1X_4 - X_2X_3$$

令  $Y_1 = X_1X_4, Y_2 = X_2X_3$ , 则  $X = Y_1 - Y_2$ , 再由概率论知  $Y_1$  与  $Y_2$  独立同分布:

$$P\{Y_1 = 1\} = P\{Y_2 = 1\} = P\{X_1 = 1, X_4 = 1\} = 0.16,$$

$$P\{Y_1 = 0\} = P\{Y_2 = 0\} = 1 - 0.16 = 0.84,$$

随机变量  $X = Y_1 - Y_2$  取三个可能的值  $-1, 0, 1$ , 故

$$P\{X = -1\} = P\{Y_1 = 0, Y_2 = 1\} = 0.84 \times 0.16 = 0.1344,$$

$$P\{X = 1\} = 0.1344, P\{X = 0\} = 1 - P\{X = -1\} - P\{X = 1\} = 1 - 2 \times 0.1344 = 0.7312$$

所以行列式的概率分布是

$$\begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{vmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.1344 & 0.7312 & 0.1344 \end{pmatrix}$$

(2) 矩阵(运算,分块,求逆) 向量组的线性相关

矩阵是考试重点。对数学三、四,每年占分都比较多,1998年对数学三,这方面的是占11分之多。

向量组的线性相关与线性无关及向量组的秩,也是很重要的内容。对数学四这方面的试题好像不多,但经常出现在其他部分知识综合的题目中。

试题类型主要是:① 矩阵的运算,求逆矩阵;② 矩阵的行列式,求伴随矩阵;③ 求矩阵的秩;④ 判别向量组是否线性相关;⑤ 向量组的线性表示;⑥ 求向量组的极大线性无关组。

(3) 特征值与特征向量 二次型

特征值与特征向量是数学四、数学五每年必考内容。更要注意这方面试题的灵活性。

特别是对数学三,特征值与特征向量及相似矩阵方面的题目1998年占分高达13分。

二次型(数学五不要求)对数学四也是常考内容,要重视。特别是用正交变换化二次型化为标准形。正定二次型。

有关这部分的题目主要包括:① 求矩阵的特征值与特征向量;② 求正交变换,将二次型化为标准形;③ 相似矩阵的性质;④ 矩阵正定的充要条件。

2. 概率论与数理统计

随机事件与概率,每年都有试题,尽管题分不多。

随机变量与随机分布是必考内容,且题分都比较多。1994年经济类(数学三、四)分别高达19分,15分,1995年和1997年占分也都比较多。

随机变量的数字特征也是重点,1998年数学三,数学四分别高达10分,14分。

还要特别留意《概率论》的知识与其他方面知识的综合应用题。例如1994年的十二题是概率与最值问题综合在一起的题目。

大数定律和中心极限定理及数理统计,考生必须注意。

### 三、复习应试的几点建议

(1) 系统复习,掌握基本内容

本篇所指考试范围和考试要求,对基本概念,定理和公式,进行系统地复习。掌握基础知识和基本技能。不管是否重点,要作全面的复习。

(2) 把握重点,灵活运用

在全面复习的基础上,对重点和难点再侧重复习。但不要钻偏题、难题和怪题。要灵活运用所学知识解决问题。特别注意培养综合应用题的解题能力。要做到在理解的基础上记忆和应用。

(3) 熟悉考试要求,做好练习题

在复习时,一定要做书上的习题。这有利于提高考生的应试和解题能力。

(4) 通过做模拟试题发现薄弱环节

在精读复习完《1998年硕士研究生入学考试应试教程》(数学分册)之后,再做单元测验题和模拟试题。通过做模拟题和单元测验题,可熟悉考试题型,增加临场应变能力,并检查出自己的薄弱环节,然后再反过来有目有、有重点地重新复习《应试教程》(数学分册),调整复习方向。