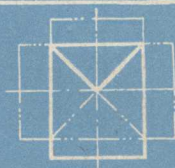
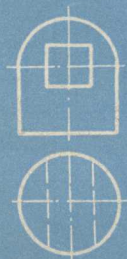


# 画法几何及投影制图

## 分 析

石焕增 朱雪晖 主编



浙江大學出版社

0185.2

142

# 画法几何及投影制图分析

石博增 朱雪晖 主编

江苏工业学院图书馆  
藏书章

浙江大學出版社

## 内 容 提 要

本书的内容包括画法几何及投影制图的基础理论中的重点、难点部分。通过各典型例题，采取不同方法，引导读者逐步理解、掌握并总结各类问题的分析方法和解题规律。书末还附有少量思考题与练习题。

本书是一本实用的教学参考书，可供理工科院校、电大、夜大、函大、职大及中专师生学习和参考。

### 画法几何及投影制图分析

主 编：石焕增 朱雪晖

责任编辑：贾吉柱 应伯根

浙江大学出版社出版发行  
杭州电子工业学院印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：4.0625 字数：91千字

1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷

印数：000 1—3 000

ISBN 7-308-00628-X

TH·021 定价：2.00元

## 前 言

工程技术类各专业学生，在第一学年里必须学习《画法几何学》、《机械制图》、《建筑制图》或《工程制图》等课程。这几门课程都是重要的技术基础课，它主要培养学生具有空间几何分析能力和想象能力。但是学习这些课程之前，学生空间概念薄弱，缺乏空间的基础训练，逻辑思维能力不强，它又是学生进校后首先接触到的工程技术类课程，学习方法不同于数、理、化，需要有一个适应过程，因此上述课程成为较为难学的课程。我们在多年的教学工作中，经常听到学生反映“堂上听得懂，堂下做题难”，这说明学生尚未完全掌握投影规律和特性，以及利用这些规律和特性来解题，更没有掌握这类课程中某些独有的分析方法。为了使学学生能熟练运用投影规律和特性，掌握各类问题的分析方法和解题规律，这就是编写本书的目的。

本书内容侧重于画法几何、投影制图中的重点、难点等难学部分。编写的起点放在原有课堂教学基础上，通过各类典型例题，采用不同的分析方法，引导解题的正确思路，提高解题速度，增强空间分析和思维想象能力。

本书共有五章，其中投影变换作为解题方法安插在第一、二章之中。每章例题既有一定的代表性，也考虑当前教学实际，可以说每一例题都是一种典型题的解题指导。

本书是一本教学参考书，供理工科院校、电视大学、函

授大学、夜大学、职业大学以及中等工科专业学校有关机械类、非机械类、土木建筑、水利类各专业师生使用。

本书由石焕增、朱雪晖主编，参加编写工作的还有姜益祥、石蓓薇。姜苗绘图。

本书经范正通教授审阅，在此表示谢意。

由于编者水平有限，若有错、漏之处，恳请读者批评指正。

编 者

1990年9月于杭州

# 目 录

|                       |           |
|-----------------------|-----------|
| <b>第一章 点、线、面的投影分析</b> | <b>1</b>  |
| 一、点的投影特性              | 1         |
| 二、重影点可见性的判别方法         | 1         |
| 三、直线的投影特性             | 1         |
| 四、两直线的投影特性            | 2         |
| 五、平面的投影特性             | 2         |
| 六、解题实例                | 3         |
| <b>第二章 线、面综合性问题分析</b> | <b>17</b> |
| 一、问题分类                | 17        |
| 二、分析方法                | 18        |
| 三、解题方法                | 18        |
| 四、投影规律综述              | 19        |
| 五、解题实例                | 20        |
| <b>第三章 截交线与相贯线的分析</b> | <b>42</b> |
| 一、截交线的性质              | 42        |
| 二、单一几何体截交线的几何特征       | 42        |
| 三、求解截交线的实质            | 43        |
| 四、截交线的基本求解方法          | 44        |
| 五、组合截交线分析             | 51        |

|                      |            |
|----------------------|------------|
| 六、截交线的解题实例           | 52         |
| 七、相贯线的性质             | 58         |
| 八、求解相贯线的实质           | 59         |
| 九、求解相贯线的原理与方法        | 59         |
| 十、相贯线的解题实例           | 59         |
| <b>第四章 组合体分析</b>     | <b>71</b>  |
| 一、熟练运用各种位置线与面的投影特性   | 72         |
| 二、图线和线框的含义           | 72         |
| 三、解题实例               | 73         |
| <b>第五章 物体的表达方法分析</b> | <b>86</b>  |
| 一、视图的分类              | 86         |
| 二、剖视图(剖面图)的分类        | 86         |
| 三、按剖切面分类             | 87         |
| 四、剖面图(断面图)的分类        | 89         |
| 五、剖切平面及其标注           | 89         |
| 六、解题实例               | 90         |
| <b>思考与练习题</b>        | <b>111</b> |

# 第一章 点、线、面的投影分析

## 一、点的投影特性

- (一) 点的两投影连线垂直于对应的投影轴。
- (二) 点的一个投影到投影轴的距离，等于空间该点到对应投影面的距离。

## 二、重影点可见性的判别方法

- (一) 位于 $H$ 面上重影点，以此两点的 $Z$ 坐标值比较， $Z$ 值大者为可见；
- (二) 位于 $V$ 面上重影点，以此两点的 $Y$ 坐标值比较， $Y$ 值大者为可见；
- (三) 位于 $W$ 面上重影点，以此两点的 $X$ 坐标值比较， $X$ 值大者为可见。

## 三、直线的投影特性

- (一) 投影面平行线的投影特性
  - 1. 在与直线相平行的投影面上的投影反映实长，并反映直线对另外两投影面的倾角值；
  - 2. 其他两投影平行于对应的投影轴。
- (二) 投影面垂直线的投影特性

1. 直线垂直于投影面上投影积聚成一点；
2. 其他两投影平行于对应的投影轴，且反映实长。

(三) 一般位置直线的三个投影仍为直线，均不反映实长和对投影面的倾角。

## 四、两直线的投影特性

### (一) 平行两直线的投影特性

若两直线空间相互平行，则三对同面投影对应平行。

### (二) 相交两直线的投影特性

若两直线空间相交，则三对同面投影相交，且交点的投影符合点的三面投影特性。

### (三) 交叉两直线的投影特性

既不平行又不相交直线的投影特性，在三面投影中，可能有一对或两对同面投影平行。可能三对同面投影相交，但三对同面投影的交点，不符合点的三面投影特性。

### (四) 一边平行于投影面的直角的投影

一边平行于某投影面的垂直两直线，在该投影面上投影反映垂直（简称直角投影原理）。

## 五、平面的投影特性

### (一) 投影面平行面的投影特性

1. 平面平行于投影面的投影反映实形；
2. 其他两投影分别积聚成一条平行于对应投影轴的直线。

### (二) 投影面垂直面的投影特性

1. 平面垂直于投影面的投影积聚成一直线，它与投影轴的夹角反映该平面对其他两投影面的真实倾角；

2. 其他两投影为平面的空间形状的类似形。

(三) 一般位置平面的三个投影，既不反映实形，又不反映与投影面的倾角，且无积聚性。

(四) 平面上直线的投影特性

平面上的直线必定通过平面上两点或通过该平面上一点且平行于平面上另一直线。

(五) 平面上点的投影特性

平面上某点的投影，必在平面内某直线的同面投影上。

## 六、解题实例

〔例1〕 已知点 $A(15, 20, 20)$ 、点 $B(0, 25, 10)$ 、点 $C(0, 0, 15)$ ，作出各点的三面投影，并比较它们的相对位置。(图1—1)

(一) 空间分析

点 $A$ 的三个坐标均为正值，说明它是第一分角内的点；点 $B$ 有一坐标值为零，说明是投影面上的点；点 $C$ 有两个坐标值为零，则是投影轴上的点。

(二) 作图步骤

以点 $A$ 为例作图：

1. 自原点 $O$ 沿 $X$ 轴向左量取15毫米，得交点 $a_x$ ，过此交点作 $X$ 轴垂线，在该垂线上向上截取 $a'a_x=20$ 毫米，得投影 $a'$ ，向下截取 $a_xa=20$ 毫米，得投影 $a$ ；

2. 按照点的投影规律，由已知的 $a$ 、 $a'$ ，作出 $a''$ 。

3. 其它各点作图，方法同上，不再复述。

### (三) 问题讨论

1. 任意两点间的位置是相对三个投影面而言的，一般  
有高低、前后、左右之分。如根据点 $Z$ 坐标值比较， $Z_A=20$ 为各点中最大 $Z$ 值，说明点 $A$ 最高，点 $B$ 最低；同理， $Y_B=25$ 为各点中最大 $Y$ 值，说明点 $B$ 最前，点 $C$ 最后； $X_A=15$ 为最大 $X$ 值，所以点 $A$ 最左，点 $B$ 、 $C$ 最右。

2. 在点的投影作图过程中，点的投影连线一定垂直对应的投影轴，点的 $Y$ 坐标在 $OY_H$ 投影轴和 $OY_W$ 投影轴上的值一定相等，这是初学者易疏忽的地方。

3. 点 $B$ 的水平投影不在 $OY_W$ 轴上，而在 $OY_H$ 轴上。

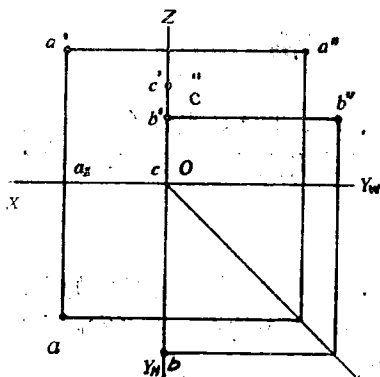
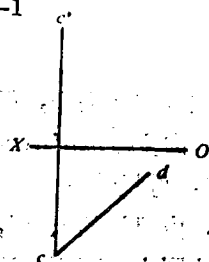
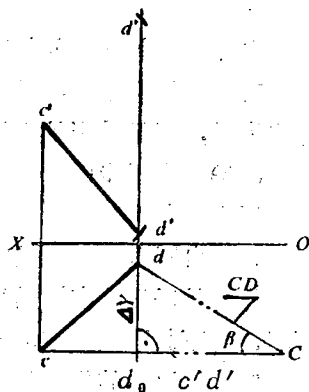


图1—1



(a)



(b)

图1—2

【例2】已知直线 $CD$ 的水平投影 $cd$ 及端点 $C$ 的正面投影 $c'$ 、倾角 $\beta=30^\circ$ 、坐标 $Z_C > Z_D$ ，求出直线的正面投影 $c'd'$ 。（图1—2a）

（一）空间分析

已知 $cd$ ，即知直线两端点的坐标差 $\Delta Y$ ，又知 $\beta=30^\circ$ ，则借助直角三角形法能将它们联系起来。在直角三角形中，已知一直角边 $\Delta Y$ 和 $\beta=30^\circ$ 两要素，则可完全确定一直角三角形（图1—2b），另一直角边即为投影 $c'd'$ 。

（二）作图步骤

1. 以 $\Delta Y=dd_0$ 为一直角边，过点 $d$ 作角 $90^\circ-30^\circ=60^\circ$ ，交 $cd_0$ 的延长线于点 $C$ ，得直角三角形 $dd_0C$ ，另一直角边 $d_0C=c'd'$ 为正面投影长度；

2. 过点 $d$ 作投影连线垂直 $X$ 轴；

3. 以点 $c'$ 为圆心， $d_0C$ 为半径作弧，交投影连线于点 $d'$ 、 $d_1'$ ；

4. 因已知 $Z_C > Z_D$ ，唯有 $d'$ 为所求，连接 $c'$ 、 $d'$ ，完成所求。

（三）问题讨论

1. 分析题目时，要先分清已知和所求条件，然后善于运用投影规律将已知与所求联系起来求解。

2. 由平面几何学知，组成直角三角形的四要素（三边及一角）中，若已知其中两要素，则直角三角形能唯一确定。在解画法几何问题时，一些空间问题经分析后，都可化简为平面问题求解，如空间直线的实长、它对投影面的倾角、直线的某投影和直线端点的坐标差值组成一平面直角三角形，利用该平面直角三角形去解决直线的实长、倾角、坐标差、投影间关系。

**〔例3〕** 给定空间四个点的两投影，试判别它们是否均在一直线上。(图1—3a)

### (一) 空间分析

根据平面的定义，不在一直线上的三点能确定一平面，先连接其中任意三点，然后，按照点若在平面上，则该点必定在平面的一条直线上的投影规律，判断第四个点是否与前三点同属一平面。

### (二) 作图步骤

1. 任选点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，并将同面投影连成三角形 $ABC$  ( $\triangle abc$ 、 $\triangle a'b'c'$ )，(图1—3b)

2. 过点 $d'$ 作任一直线 $d'1'$ ，交 $\triangle a'b'c'$ 于 $1'2'$ ，作出投影 $1\ 2$ ，由图1—3b知水平投影 $d$ 不在投影 $1\ 2$ 上，说明空间点 $D$ 不在三角形 $ABC$ 内，即该四点不属于同一平面。

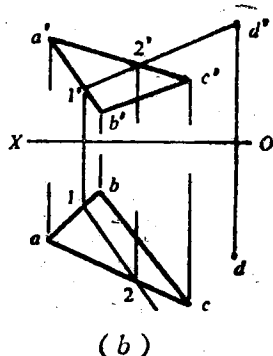
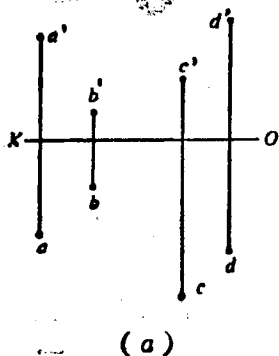


图1—3

### (三) 问题讨论

1. 也可将另外三点组成三角形，按上法作图进行判别。或者将其中任两点相连，形成两条直线，再由图上检查两直线若是相交或平行，则四点属于同一平面，若是交叉两

直线，则说明不属于同一平面，读者可自行判断。当然，还可任意两点连成的直线的迹点来判断，各直线的同面迹点连成的两迹线是否汇交于同一迹线集合点？此法作图没有前者简单，在此均不详述。

2. 若判别空间五个以上点是否同属一平面？同理，按照不在一直线上三点能完全确定一平面的公理，将任意三点连成一三角形，余下各点按平面上取点方法逐一判别。

〔例4〕 在直线 $AB$ 上取一点 $K$ ，使它与正面、水平投影面等距离。（图1—4a）

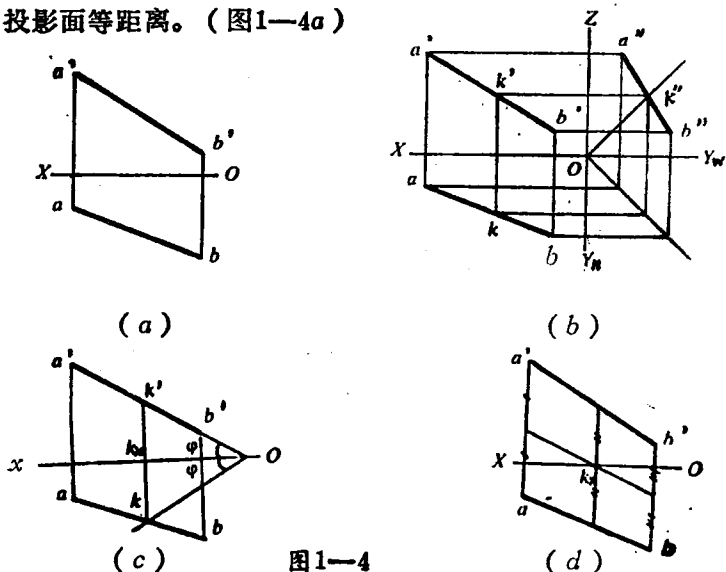


图1—4

### (一) 空间分析

与正面、水平投影面等距离点的轨迹是此两投影面间的 $45^\circ$ 分角面，该平分角面与直线 $AB$ 的交点 $K$ 即为所求。此平分角面是侧垂面，它的侧面投影具有积聚性。

### (二) 作图步骤（图1—4b）

五 1. 作出直线的侧面投影 $a''b''$ 和坐标轴 $ZOY$ 的平分角线(平分角面的积聚投影);

2. 投影 $a''b''$ 与平分角线交于点 $k''$ , 返回作出点 $k$ ; 点 $K(k, k', k'')$ 为所求。

### (三) 问题讨论

1. 由上面分析可看出平分角面上的所有点的 $Z$ 和 $Y$ 坐标相等, 只要图中保证 $Z=Y$ , 同样能达到解题的效果。如图1—4c, 将投影 $a'b'$ 延长与 $X$ 轴构成夹角 $\varphi$ , 对应地在水平投影面上作另一直线, 使夹角为同一 $\varphi$ 值, 该直线与投影 $ab$ 交于点 $k$ , 作出点 $k'$ , 此时,  $k'k_x = k_xk$ , 即点 $K$ 的坐标 $Z=Y$ , 不用第三投影就能解题。

2. 还可用另一方法求解: 将投影连线 $a'a$ 、 $b'b$ 的各自中点连接起来, 与 $X$ 轴交于点 $k_x$ , 过点 $k_x$ 作 $X$ 轴垂线, 分别与投影 $a'b'$ 、 $ab$ 的交点, 得到同上结果。(图1—4d)

凡是要在直线上找出与投影面等距离的点, 都可按前述方法试用, 均可达到举一反三的目的。

〔例5〕 已知直线 $CD$ 及点 $M$ 正面和侧面投影, 试判断点 $M$ 是否在直线 $CD$ 上? (图1—5)

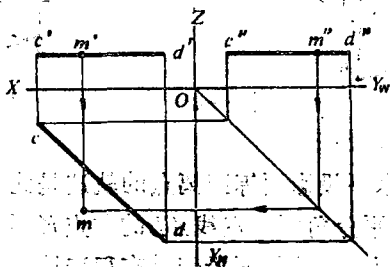


图1—5

### (一) 空间分析

空间点 $M$ 若在直线 $CD$ 上,则点 $M$ 的三面投影必在直线 $CD$ 的三个同面投影上。根据已知条件,只要通过水平投影 $cd$ 和 $m$ 即可判定。

### (二) 作图步骤

按照点的投影规律作出水平投影 $cd$ 和 $m$ 。点 $m$ 不在 $cd$ 上,证明点 $m$ 不在直线 $CD$ 上。(图1—5)

### (三) 问题讨论

前面解题是根据点从属于直线关系进行分析的。另外,还可从定比关系确定点是否在直线上,即不垂直于投影面的直线上某点分割线段之比等于对应投影之比,在图1—5中 $c'm' : m'd' = c''m'' : m''d''$ ,说明点 $M$ 不在直线 $CD$ 上。当然,我们还可直观作初步分析,由已知条件中可看到点 $m'$ 靠近点 $c'$ ,而点 $m''$ 不靠近点 $c''$ ,明显表现出点 $M$ 不在直线 $CD$ 上。假若点 $m''$ 较靠近点 $c''$ ,可进一步用定比关系作图或计算比值是否相等,最后作出结论。

**〔例6〕** 试确定两直线 $AB$ 和 $CD$ 的相对位置,已知 $a'b' \parallel c'd'$ ,  $ab \parallel cd$  (图1—6a)

### (一) 空间分析

已知条件说明直线两同面投影平行,则空间两直线可能平行,也可能交叉,而不会相交。若两直线平行,则侧面投影必定平行,否则两直线交叉。

### (二) 作图步骤

根据点的投影规律,作出四个端点的侧面投影,并分别连接成两直线投影,图示投影 $a''b'' \parallel c''d''$ ,证实两直线平行。(图1—6a)

### (三) 问题讨论

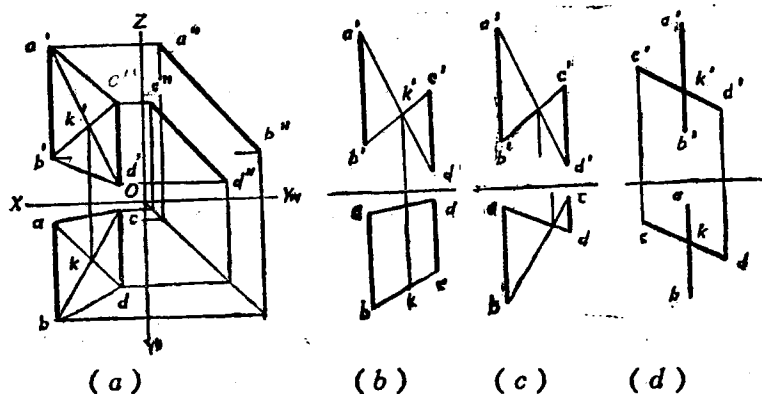


图1—6

1. 若两直线的三对同面投影均平行，则空间两直线平行。

2. 若不通过第三投影，仅在已知两投影中分析，也能判断平行性：

(1) 分析直线投影的指向和投影长度定比关系——如图1—6b中两侧平线的正面投影 $a'b'$ 、 $c'd'$ 指向同一方向，而水平投影 $ab$ 、 $cd$ 指向与前者不同，表示空间两直线不平行，(交叉)。若指向相同，如图1—6a中 $ab$ 、 $cd$ 的指向与 $a'b'$ 、 $c'd'$ 的指向相同，还须进一步分析投影长度间定比关系，图中 $a'b' : ab = c'd' : cd$ ，表明图(a)中两直线平行，而在图1—6c中， $a'b'$ 、 $c'd'$ 和 $ab$ 、 $cd$ 的指向虽相同，但 $a'b' : ab \neq c'd' : cd$ ，表明图(c)中两直线不平行，而是交叉。

(2) 若空间两直线平行，则两平行直线组成一平面，如图1—6a中，连接 $a'd'$ 、 $b'c'$ 、 $ad$ 、 $bc$ ，各自交点 $k'$ 与 $k$ 的连线必定垂直 $X$ 轴，因点 $K$ 是平面上点，反之，图1—6b中，