

试 用 教 材

数 学

(电 类)

第 一 册

电 类 数 学 编 写 组 编

广东工学院教育革命组出版

前 言

为了适应教育革命的新形势，迎接我院第二届工农兵学员的到来，我们在学院党委领导下，遵照毛主席“教材要彻底改革”的教导，对旧数学教材中存在的唯心论的先验论、烦琐哲学、脱离实际等问题进行了批判；学习、参考了各兄弟院校编写的新教材；并到一些工厂、大学以及我院电类各专业和工农兵学员中进行了调查研究，针对当前学员的现有程度和电类各专业的需要，在总结近两年教学实践的基础上，编写这套数学讲义，作为我院电类专业的试用教材。

本教材共分三册。第一册以复习和加深初等数学（包括代数、几何、三角）为主，并包括平面解析几何、矢量与复数的基本知识；第二册以一元函数的微积分（包括微积分、微分方程、级数）为主，并包括空间解析几何、矢量代数与多元函数的微积分；第三册以复变函数、线积分、面积分、场论、偏微分方程（插入几个特殊函数）为主，并包括矩阵和概率的基本知识。

编写时，我们力求做到坚持政治与业务的统一，用辩证唯物主义观点阐述教材内容；坚持理论与实际的统一，反对脱离实际和实用主义倾向；坚持由特殊到一般，又由一般到特殊，由浅入深，由易到难，便于学员自学。

根据以上原则，在具体处理教材内容方面，我们作了一些改革。

1. 为了更好地培养学员的辩证思维能力，并使教材内容

更为紧凑，本教材将解析几何提前讲，把变量的观点贯串到初等数学中去。在讲了代数运算与平面几何后，便引入变量与函数概念，讲关于解析几何的知识，然后讲幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数。同时，注重“形”“数”结合，以加强直观性和帮助学员深入理解问题的本质。

2. 考虑到本教材是我院电类专业的试用教材，因此着重结合电工，同时适当结合物理和力学。此外，对专业上少用或不用的非基本的内容则加以精简或者删去。

3. 为了更好地破除旧数学教材所散布的神秘论、培养学员独立思考和解决问题的能力，本教材注意通过实例来分析数学知识之间的内在联系。例如对于极限、无穷小这两个概念，我们通过实例同时引出，并利用所列举的实例，揭示和分析它们之间的内在联系，到达于理论的认识。又如对于微分、积分以及它们之间的内在联系，也采取同样的处理办法。

本教材由无线电系、自动化系、电力与造船系的数学教员集体编写，在编写过程中，学院各级领导非常重视和关怀，无线电技术教研组、工程画教研组、印刷厂等单位以及各专业的教员、学员、工人等也提出不少宝贵意见，大力支持和帮助了我们。但由于我们对马列主义、毛泽东思想学习不够，业务水平有限，教改实践还少，加之时间匆促，编出后又未经教学实践的检验，缺点和错误难免，希望同志们给予批评指正。

广东工学院电类数学编写组

一九七二年七月

目 录

第一章 数 与 运 算

§ 1.1	数与运算的产生和发展	(1)
§ 1.2	算术运算	(3)
2—1	整数	(4)
2—2	分数	(7)
2—3	小数	(18)
2—4	百分数	(26)
2—5	比例	(29)
§ 1.3	代数运算	(33)
3—1	数的四则运算	(33)
3—2	乘方与开方	(45)
3—3	代数运算的顺序	(57)
§ 1.4	代数式运算	(58)
4—1	代数式	(58)
4—2	整式	(59)
4—3	分式	(73)
4—4	根式	(81)

第二章 代数方程与方程组

§ 2.1	等式、恒等式与方程	(85)
-------	-----------	--------

1—1	基本概念	(85)
1—2	等式的基本性质	(86)
§ 2.2	一元一次方程	(87)
2—1	一元一次方程的概念	(87)
2—2	一元一次方程的解法	(88)
§ 2.3	一元二次方程	(91)
3—1	一元二次方程的概念	(91)
3—2	一元二次方程的解法	(92)
3—3	复数的引出	(97)
3—4	判别式 $b^2 - 4ac$ 的讨论	(98)
§ 2.4	不等式	(99)
4—1	不等式的概念	(99)
4—2	不等式的基本性质	(99)
4—3	解不等式	(101)
§ 2.5	一次方程组	(101)
5—1	方程组的概念	(101)
5—2	方程组的解法	(103)
§ 2.6	用行列式解一次方程组	(107)
6—1	行列式的引出	(107)
6—2	按行(列)展开法	(114)

第三章 平 面 几 何

§ 3.1	直线、角和圆	(118)
1—1	直线	(118)
1—2	角的概念	(119)
1—3	圆的概念	(120)

1—4	角的量度	(122)
1—5	相关的角	(122)
1—6	垂线	(123)
1—7	平行线	(124)
§ 3.2	三角形	(128)
2—1	三角形的分类	(129)
2—2	三角形的边、角关系	(130)
2—3	三角形的主要线段	(132)
2—4	全等三角形	(133)
§ 3.3	四边形	(142)
3—1	平行四边形	(142)
3—2	几种特殊的平行四边形	(145)
3—3	四边形及三角形的面积公式	(147)
§ 3.4	比例线段与相似三角形	(148)
4—1	比例线段	(148)
4—2	相似三角形	(152)
4—3	勾股定理	(156)
§ 3.5	圆	(158)
5—1	圆的基本性质	(158)
5—2	圆周长与圆面积	(164)
5—3	圆的切线	(165)
5—4	圆的公切线	(168)
5—5	两圆相切	(170)

第四章 函数及其图形

§ 4.1	函数概念	(177)
1—1	变量	(177)
1—2	函数	(178)
§ 4.2	直角坐标	(180)
2—1	数轴	(180)
2—2	数的绝对值	(181)
2—3	平面直角坐标	(183)
§ 4.3	线性函数及其图形	(184)
3—1	函数 $y=kx$ 及其图形	(185)
3—2	函数 $y=kx+b$ 及其图形	(187)
3—3	二元一次方程 $Ax+By+C=0$ 的 图形	(191)
3—4	二直线平行与垂直的条件	(192)
§ 4.4	二次函数的图形	(195)
4—1	$y=ax^2$ 的图形	(195)
4—2	函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图形	(198)
4—3	坐标轴的平移	(200)
§ 4.5	圆、椭圆和双曲线	(203)
5—1	两点间的距离	(203)
5—2	圆	(204)
5—3	椭圆	(204)
5—4	双曲线	(208)
5—5	反比关系	(211)
§ 4.6	方程组的图解法	(212)

第五章 幂函数、指数函数与对数函数

§ 5.1	指数与幂	(215)
1—1	引例	(215)
1—2	正整数指数幂	(215)
1—3	零指数幂和负整数指数幂	(217)
1—4	分数指数幂	(218)
§ 5.2	幂函数及其图形	(222)
2—1	幂函数概念	(222)
2—2	幂函数的图形	(222)
§ 5.3	指数函数及其图形	(225)
3—1	指数函数概念	(225)
3—2	指数函数的图形	(226)
3—3	指数函数的基本性质	(227)
§ 5.4	对数及其运算	(227)
4—1	实例	(228)
4—2	对数的定义	(229)
4—3	积、商、幂、方根的对数	(231)
4—4	常用对数	(233)
4—5	利用常用对数进行计算举例	(238)
4—6	自然对数与换底公式	(241)
4—7	功率增益或损耗的分贝表示法	(243)
4—8	对数坐标与对数计算尺	(245)
§ 5.5	对数函数及其图形	(249)
5—1	对数函数概念	(249)
5—2	对数函数的图形	(249)

5—3	对数函数的基本性质	(250)
-----	-----------	-------

第六章 三角函数

§ 6.1	锐角三角函数	(251)
1—1	问题的提出	(251)
1—2	直角三角形的边与角的关系	(252)
1—3	锐角三角函数的定义	(253)
1—4	特殊角的三角函数值	(255)
1—5	解直角三角形的例题	(257)
1—6	三角函数的基本关系	(259)
1—7	互为余角的三角函数关系	(260)
1—8	三角函数表的使用	(261)
1—9	已知一个三角函数, 求其余的三角函数	(263)
§ 6.2	任意角的三角函数	(264)
2—1	任意角的概念	(264)
2—2	任意角的三角函数	(267)
2—3	基本关系	(269)
2—4	用单位圆中的线段表示三角函数	(270)
2—5	三角函数的简化公式	(272)
§ 6.3	三角函数的图形与正弦量的三要素	(280)
3—1	三角函数的图形	(280)
3—2	正弦量的振幅、周期和相位	(282)
§ 6.4	和角公式及其推论	(285)
4—1	二角之和与差的三角函数	(285)
4—2	倍角的三角函数	(290)

4—3	三角函数的和差化积	(291)
4—4	将三角函数的乘积化成和与差	(293)
§ 6.5	正弦定理和余弦定理	(293)
5—1	正弦定理	(294)
5—2	余弦定理	(296)
§ 6.6	反三角函数	(297)
6—1	反三角函数的定义	(297)
6—2	反三角函数的图形	(298)
6—3	主值	(300)

第七章 矢量与复数

§ 7.1	矢量的概念	(302)
1—1	数量与矢量	(302)
1—2	矢量的表示和记号	(302)
1—3	矢量的相等	(303)
1—4	矢量与数量相乘	(304)
§ 7.2	矢量的加减法	(305)
2—1	矢量的加法	(305)
2—2	矢量的减法	(309)
§ 7.3	矢量的坐标表示式	(310)
3—1	平面矢量的坐标表示	(311)
3—2	用坐标表示的矢量运算	(313)
§ 7.4	正弦量的矢量表示法	(315)
§ 7.5	复数的基本概念	(319)
5—1	什么叫做复数	(319)
5—2	复数的表示法	(320)

§ 7.6	复数的运算.....	(326)
6—1	复数的加法与减法.....	(326)
6—2	复数的乘法与除法.....	(328)
§ 7.7	正弦量的复数表示法.....	(332)
§ 7.8	极坐标.....	(335)
8—1	极坐标概念.....	(335)
8—2	按极坐标方程作图.....	(336)
8—3	极坐标与直角坐标的关系.....	(338)

第一章 数 与 运 算

本章主要介绍数与运算的基础知识。

§ 1.1 数与运算的产生和发展

数与运算是从哪里来的？

毛主席教导我们：“人的正确思想，只能从社会实践中来，只能从社会的生产斗争、阶级斗争和科学实验这三项实践中来。”数与运算当然也是如此。但唯心论的先验论者竭力反对和歪曲这个事实。十九世纪七十年代的“江湖骗子”，马克思主义的凶恶敌人杜林宣称：“在纯数学中，悟性所处理的是‘它自己的自由创造物和想象物’；数和形的概念是‘对数学来说已经足够并且可以由数学本身创造的对象’。”按照杜林的说法，数学是纯粹观念的产物，数和形的概念是先天就有的，从这些所谓“先天原则”出发，用逻辑推论的方法，就可以“创造”出全部数学！信仰上帝的唯心论者也叫嚷：“自然数是上帝创造的”；以“权威”自居的“天才决定论”者也公然声称：“有数学家才有数学。”这完全是一派胡言。革命导师恩格斯在《反杜林论》中早就痛斥了这些谬论，他指出：“在纯数学中悟性绝不能只处理自己的创造物和想象物。数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。人们曾用来学习计数，从而用来作第一次算术运算的十个指头，可以是任何别的东西，

但是总不是悟性的自由创造物。”他还指出：“和其他一切科学一样，数学是从人的需要中产生的：是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。”深刻地阐明了数学来源于实践。

数与运算的产生和发展的历史，也无情地批判了杜林之流的唯心论者的种种谬论，这里我们简单地回溯一下。

在远古的时候，人们过着采集、渔猎和畜牧的生活，即使如此简单的生活也都具有数量关系，例如要“数一数”饲养的牲畜有多少时，就必然在人们的意识中留下一头牛，二头牛，……；一只羊，二只羊，……；等带有事物名称及单位名称的数量。另外，有时要“数一数”还需借助十个手指或竹木棍子作“筹码”来与要“数”的物件“一一对应”。

“社会实践的继续，使人们在实践中引起感觉和印象的东西反复了多次，于是在人们的脑子里生起了一个认识过程中的突变（即飞跃），产生了概念。”再把“头”“只”等单位名称也抽去，便得到1，2，3，4……等自然数的概念。又如人们要统计生活资料的总数时：“二只羊加三只羊等于五只羊”，“二只兔加三只兔等于五只兔”，“五只羊减去三只羊只剩下二只羊”，这样的数量关系多次反映到人们的头脑里，经过抽象化的过程，便总结出：“ $2+3=5$ ”，“ $5-3=2$ ”等加、减运算规律；把几堆等量的物件加起来，从而便导出乘法运算；把一堆物件分配给一些人，便引出除法运算。由此看出，数与运算的产生和发展，是基于人们的社会实践，而决不是什么人的头脑的“自由想象物”。

我国是世界上文化发展最早的国家之一，对于数学的发展，我国劳动人民有卓越的贡献。翻开我国的数学史册来看，无一不与生产实际紧密联系着。例如早在公元前100年

左右写成的《九章算术》，也充分说明数和运算来源于实践。所谓九章是方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股等九章。其中方田讲的是面积的求法与分数的计算，粟米讲的是粮食交易、百分比例的算法，衰分讲的是按比例分配岁收，少广讲的是开平方开立方的方法，商功讲的是筑城、筑堤、挖沟修渠等工程问题中求体积的方法，均输讲的是粮食运输、均匀负担等问题中的整数与分数的四则运算与比例，盈不足讲的是实际问题求近似值时盈余或亏欠（不足）的算法，方程讲的是各种三元一次和四元一次方程组的解法，勾股讲的是勾股定理和相似直角三角形性质的应用（例如应用于立竿测日影计算太阳的高度）。

从上面所说的简单事实可以看出：数和运算绝不是什么“天才头脑”想象的产物，而是从社会实践中产生的，并且随着社会实践一次又一次地由低级向高级发展。

毛主席教导我们：“**实践、认识、再实践、再认识，这种形式，循环往复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度。**”这是伟大的真理。人们的认识一点也不能离开实践。社会的一切物质财富和精神财富都是工人、农民和劳动知识分子在三大革命实践中创造的。“**人民，只有人民，才是创造世界历史的动力。**”唯心论的先验论，根本颠倒了认识和实践、精神和物质、个人和群众的关系，是维护资产阶级统治，复辟资本主义的反动工具，必须彻底批判。

§ 1.2 算术运算

上面我们已把数及其运算的产生和发展作了简单的概

述，现在我们就来逐一地对各种数及其运算作具体的讨论。这一节讨论整数、分数、小数及其算术运算。所谓算术运算，指的就是这些数的四则运算，即加、减、乘、除。

2—1 整 数

表示物体长短、轻重、多少等时，常常用到整数。用十个阿拉伯数字 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9，按十进制记数法，可以表示一切大大小小的整数，例如，长江长 5800 公里，黄河长 4845 公里，我国领土总面积为 9600000 平方公里等。

下面介绍整数的四则运算

一、整数的加减

把两个数量合并在一起，求合并后的数量是多少，便是加法问题。

例如：用铜和锡制造铜锡合金时，用去铜 37 斤，锡 74 斤，假定没有损耗，那么，把铜和锡的重量合起来就是合金的重量。用“+”表示加法的符号，写成式子，便有：

$$\begin{array}{rcl} \text{铜的重量} + \text{锡的重量} & = & \text{合金的重量} \\ \text{即} \quad 37 + 74 & = & 111 \text{ (斤)} \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ + 74 \\ \hline 111 \end{array}$$

加得的结果叫做和。例中 111 是 37 与 74 之和。

从一个数量去掉一部份，求剩下的数量是多少，便是减法问题。

例如：把上面的问题反过来，如果已经知道合金和铜的重量，那么，把合金的重量去掉铜的重量，剩下的就是锡的重量。用“-”表示减法的符号，写成式子，便有

合金的重量—铜的重量=锡的重量

即 $111-37=74$ (斤)

$$\begin{array}{r} 111 \\ - 37 \\ \hline 74 \end{array}$$

减得的结果叫做差。74 是 111 与 37 之差。

加法运算是已知两数求和；减法是已知两数求差。从上例可知：加法和减法互为逆运算。

二、整数的乘法

求一个数的几倍（即几个相同的数相加）便是乘法问题。用“ $\times$ ”表示乘法的符号，乘得的结果叫做积。

例 1 一辆“解放牌”汽车载重 5 吨，6 辆载重多少吨？

解 6 辆载重的吨数为：
 $5 \times 6 = 30$ (吨)

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

其中 5 称为被乘数，6 称为乘数，被乘数与乘数又叫做因数。

$$\begin{array}{r} 79 \\ \times 63 \\ \hline 237 \\ 474 \\ \hline 4977 \end{array}$$

例 2 $79 \times 63 = 4977$

三、整数的除法

把一个量等分为几份，求每份是多少便是除法问题。除法用“ $\div$ ”符号表示。除得的结果叫做商。

例 3 有货物 30 吨，平均分给 6 辆“解放”牌汽车载运，问每辆载多少吨？

解 每辆载的吨数为:

$$30 \div 6 = 5 \quad (\text{吨})$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

例 4 $4977 \div 79 = 63$

从上面的例可以看出, 乘法和除法互为逆运算。

$$\begin{array}{r} 63 \\ 79 \overline{) 4977} \\ \underline{474} \\ 237 \\ \underline{237} \\ 0 \end{array}$$

我们再来看一个除法的实例: 若有 32 吨货物, 由 6 辆“解放”牌汽车分载, 在不超载的条件下, 则每辆载 5 吨, 余下 2 吨, 即写为:

$$32 \div 6 = 5 \cdots 2$$

其中 32 称为被除数, 6 称为除数, 5 是商数, 2 称为余数。除式“ $32 \div 6$ ”通常读作“6 除 32”或“32 除以 6”。

$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \overline{) 32} \\ \underline{30} \\ 2 \end{array} \quad \cdots \text{余数}$$

若乙数除甲数所得的商是整数且余数为零, 则称甲数被乙数整除。例如, 6 除 30 所得的商是 5 且余数为零, 故说 30 被 6 整除。而 6 除 32 的商为 5 且有余数 2, 故 32 不能被 6 整除。

注意, 由于零乘任何数都等于零。所以用零除一个数是没有意义的, 即零不能作除数。

四、四则运算的顺序

进行加、减、乘、除的运算 (例如: 计算 $6 + 4 \div 2 = ?$)