

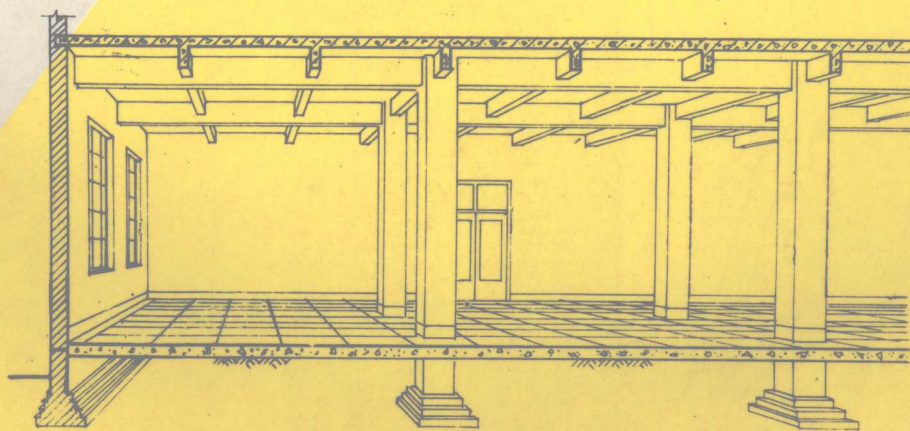
高等工程专科力学系列课改革教材

建筑力学

卢存恕/总主编

周 周 范国庆/主编

(上册)



吉林大学出版社

高等工程专科力学系列课改革教材

建筑力学

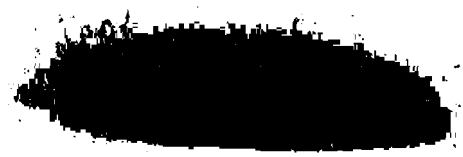
卢存恕 总主编

周 周 范国庆 主编

(上册)

江苏工业学院图书馆
藏书章

吉林大学出版社



建筑力学
(上、下)
总主编 卢存恕

责任编辑、责任校对:孟亚黎 封面设计:述 臣

吉林大学出版社出版 吉林大学出版社发行
(长春市东中华路 37 号) 长建高专印刷厂印刷

开本:787×1092 毫米 1/16 1996 年 5 月第 1 版
印张:37.5 1996 年 5 月第 1 次印刷
字数:902 千字 印数:1—1500 册

ISBN 7-5601-1915-8/O · 209 总定价:36.80 元

前 言

为了体现专科特色,加强理论与实际的联系,本书将原有工民建专业的三门力学课《理论力学》、《材料力学》、《结构力学》合为一门《建筑力学》课。在课程体系上进行了重大改革:删去了与后继课很少联系的内容,增加了与结构课和施工课密切相关的内容,并在一些章节增加了建筑工程事故分析与处理,以使本课更好地为专业技术课服务;从科学方法论的角度出发重组课程体系,将静力分析方法直接用于静定结构的外、内力分析,运用几何、物理与静力学相结合的方法,对静定结构及其构件的强度、刚度和稳定性进行理论分析,在此基础上引出各种超静定问题的解题方法和动力问题的研究方法。这种新体系力图消除力学理论脱离工程实际以及相关课程间多次重复和互不衔接的弊端,并着眼于减少学时加大信息量,注重分析问题解决问题的方法训练,以求得“事半功倍”的效果。

本书以几十年的力学教学经验为基础,在内容的取舍方面以保证科学性为前题,更注重实用性;在给出分析问题解决问题方法时除注意叙述的逻辑性外,方法上更强调思维的启发性。为了强化训练和体现因材施教的原则,书中除安排了适量习题和思考题之外还编选了部分习题课选题指导供师生参考。全书适合于安排200~260学时的教学计划。按最低学时执行时,带*号内容可全部删去,习题课选题指导内容可基本不讲解。

在工科类高等专科专业教学改革总思路的指导下,我校工民建(现称房屋建筑工程)专业力学系列课改革工作已持续6年,新教材的讲授自1992年9月开始也已3年有余,实践证明上述改革是积极的、可取的,新体系已逐渐得到全国同行专家的认可。以本教材为主要成果之一的《建筑力学》课程建设与课程体系的改革,1993年曾获国家优秀教学成果二等奖。这次公开出版前,在广泛征求各方面意见的基础上,发动全教研室成员对本书进行了全面、认真、细致的修订工作。经反复推敲,凡与专业课内容相关之处,多数以例题形式出现,以求得与专业课有机结合的效果。

本书分上、下册出版。上册主要内容为静定结构的受力分析；下册主要内容为静定结构的强度、刚度和稳定性，超静定结构的受力分析及结构动力分析基本知识。

全书由卢存恕任总主编；周周、范国庆任上册主编；吴富英、常伏德任下册主编；全书由薛光瑾主审。

谢秋柏、邹向阳、刘丽华、王晓天、王玉英、张曙光、邢阳辉参加了部分内容编写、计算机绘图和本课程教学改革的实践活动。

本课程教学改革与教材建设过程中，得到了校内外、省内外许多人士的热情关怀与帮助，特别是得到了本校老校长陈希天同志和吉林大学出版社的大力支持，在此一并表示衷心感谢。

本书可作为全日制专科房屋建筑工程专业力学课改革的教材，也可作为函授、自学考试、夜大、职大等同类专业的教学用书，还可作为广大建筑工程技术人员自学力学系列课的参考书。

由于编者水平有限，本书作为教学改革的探索，一定会有很多不足之处，敬请使用教材的师生和广大读者批评指正，以便使这项改革成果日臻完善。

长春建筑高等专科学校
力学教研室
1996年1月

目 录

绪论与静力学基本概念	(1)
§ 绪-1 建筑力学的研究对象与任务	(1)
§ 绪-2 建筑力学的构成及其与其它课程的关系	(3)
§ 绪-3 静力学基本定律	(4)
§ 绪-4 力矩与力偶	(7)
思考题	(11)
习题	(12)
第一篇 静定结构的受力分析	(13)
第一章 约束与受力图	(13)
§ 1-1 约束与约束反力	(13)
§ 1-2 物体的受力分析和受力图	(18)
习题课选题指导	(21)
思考题	(21)
习题一	(22)
第二章 平面力系	(24)
§ 2-1 平面力系向任一点简化 平衡条件	(24)
§ 2-2 平面汇交力系平衡条件的应用及荷载的形成	(28)
§ 2-3 平面任意力系平衡条件的初步应用	(31)
§ 2-4 物体系统的平衡	(35)
习题课选题指导	(39)
思考题	(41)
习题二	(41)
第三章 结构计算简图及其组成分析	(47)
§ 3-1 结构计算简图	(47)
§ 3-2 结构组成分析的基本概念	(52)
§ 3-3 结构的几何组成分析	(55)
习题课选题指导	(62)
§ 3-4 几何组成分析与静定性的关系	(63)
思考题	(65)
习题三	(65)
第四章 平面静定桁架	(68)

§ 4-1	桁架的计算简图和分类	(69)
§ 4-2	结点法	(71)
*§ 4-3	桁架的图解法	(74)
§ 4-4	截面法、联合法及对称性利用	(77)
§ 4-5	常遇桁架受力性能比较	(80)
§ 4-6	轴力图	(81)
	习题课选题指导	(82)
	思考题	(84)
	习题四	(85)
第五章	静定梁	(89)
§ 5-1	平面弯曲与梁的分类	(90)
§ 5-2	梁的内力——剪力和弯矩	(91)
§ 5-3	单跨静定梁的内力图	(95)
§ 5-4	荷载集度、剪力和弯矩间的微分关系	(100)
§ 5-5	简捷法绘制梁的内力图	(102)
§ 5-6	叠加法绘制梁的弯矩图	(105)
§ 5-7	斜梁的内力图	(108)
§ 5-8	多跨静定梁的内力图	(110)
	习题课选题指导	(114)
	思考题	(116)
	习题五	(116)
第六章	平面静定刚架	(121)
§ 6-1	静定刚架的分类及绘制刚架内力图的要求	(121)
§ 6-2	简支刚架的内力图	(122)
§ 6-3	悬臂刚架的内力图	(126)
§ 6-4	三铰刚架的内力图	(127)
§ 6-5	组合刚架与组合结构的内力分析	(128)
	习题课选题指导	(131)
	思考题	(134)
	习题六	(134)
第七章	三铰拱	(138)
§ 7-1	三铰拱的内力计算	(139)
*§ 7-2	三铰拱的压力线与合理拱轴	(143)
	思考题	(145)
	习题七	(146)
第八章	静定梁的影响线	(147)
§ 8-1	影响线的概念	(147)

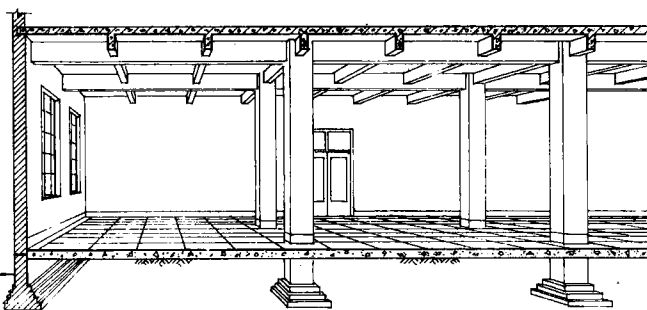
§ 8-2 静力法绘制静定梁的影响线	(148)
§ 8-3 影响线的应用	(152)
§ 8-4 简支梁的包络图及绝对最大弯矩	(156)
§ 8-5 机动法绘制静定梁的影响线	(159)
习题课选题指导	(163)
思考题	(163)
习题八	(164)
第九章 摩擦	(166)
§ 9-1 建筑工程中的摩擦问题	(166)
§ 9-2 滑动静摩擦的基本知识	(166)
§ 9-3 考虑摩擦时物体的平衡	(168)
§ 9-4 滑动静摩擦在建筑工程中的应用	(170)
思考题	(174)
习题九	(174)
第十章 空间力系	(176)
§ 10-1 空间汇交力系	(176)
§ 10-2 空间力偶系与力对轴的矩	(180)
§ 10-3 空间任意力系	(183)
§ 10-4 扭矩图及空间内力素的计算	(188)
习题课选题指导	(192)
思考题	(194)
习题十	(194)
第十一章 重心及截面图形的几何性质	(196)
§ 11-1 重心及形心	(196)
习题课选题指导	(202)
§ 11-2 应力的概念	(202)
§ 11-3 应力与内力的关系	(203)
§ 11-4 截面的几何性质	(205)
习题课选题指导	(214)
思考题	(215)
习题十一	(216)
附录 上册习题答案	(219)

绪论与静力学基本概念

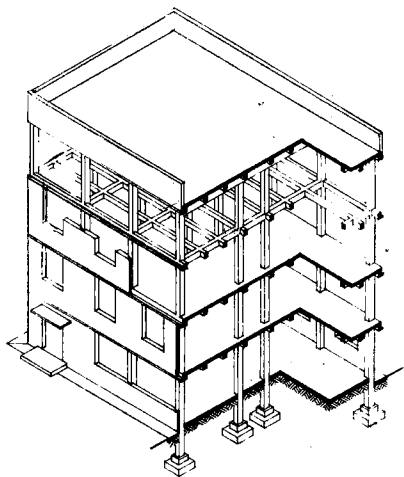
§ 绪-1 建筑力学研究的对象与任务

建筑力学(*constructional mechanics*)是研究建筑结构及其构件的强度(*intensity*)、刚度(*stiffness*)、稳定性(*stability*)以及合理组成的科学。

建筑结构是指房屋建筑中能承受各种荷载与作用,起骨架作用的体系。绪图-1 所示砖混房屋中,由主梁、次梁、楼板组成的梁板结构体系,绪图-2 所示钢筋砼多层房屋中由梁与柱组成的框架结构体系以及绪图-3 所示单层工业厂房中由屋架与牛腿柱组成的排架结构体系是工业与民用建筑中最



绪图-1

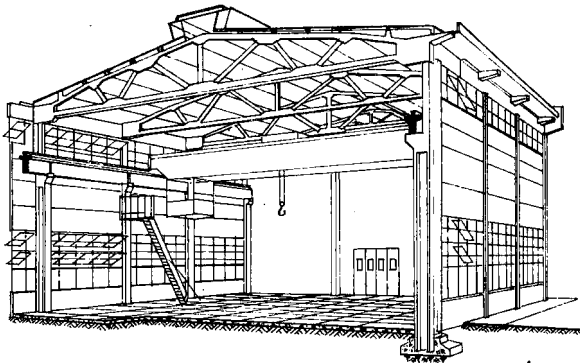


绪图-2

常见的三种结构形式。这些结构(*structure*)都是由称为构件(*member*)的梁、墙、板、柱等通过结点(相交点)联结而成的。这些构件在一定条件下都可称为杆件(*rod*)。所谓杆件,就几何角度而论,其特点是沿杆长方向的尺寸要远大于截面的另两个尺寸,即 $l \gg h, b$ (见绪图-4),通常称为一维构件。至于板、壳、实体结构等二维和三维构件除能近似简化为一维者外,其受力分析往往需要更深的力学知识,不是本书的研究对象。建筑中所遇到的杆件多数为等截面直杆,有时也会遇到变截面直杆(如悬挑梁等)和轴线为曲线的杆件(如旋转楼梯梁等),但本书以研究等截面直杆为主。总之建筑力学的研究对象就是杆件以及由它组成的各种杆系结构。这里需要补充说明的是,施工中为浇制砼而采用的模板(钢模、木模)体系以及吊装用的各种起重设备,一般虽不称为建筑结构,但其受力分析却类似于建筑结构,这一部分也是建筑力学研究的重要对象。

任何建筑结构在其施工过程中以及正常使用阶段,都会受到各种荷载(*load*)与作用。例如由建筑物自重所形成的恒荷载,由人员和设备所形

成的楼面活荷载,这些荷载一般构成竖向作用力;而由风力组成的风荷载以及由水平地震作用所形成的地震力往往构成水平方向的作用力。结构及其构件在各种外力(*external force*)作用

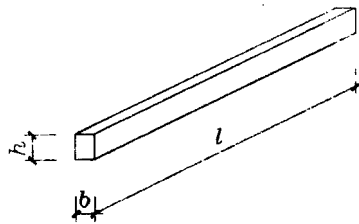


绪图-3

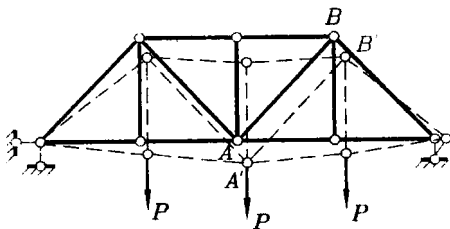
下内部将会产生各种形式的内力(*internal force*)。随着外力的增大,内力一般也将要不断加大,当构件内力大于构件材料的承载能力时,构件将产生破坏。构件的破坏有时还会引起整个结构的破坏。例如1983年6月30日吉林省图们市百货商店工程在完成主体工程施工后正进行装饰工程施工的时候,北侧三层楼房突然瞬间一塌到底,造成了人员伤亡和财产的重大损失。造成这样重大事故的原因是由于设计与施工都存在许多问题,但使该商店瞬间一塌到底的直接原因是:关键部位的柱子承载力很不足,

首先突然折断。这种现象我们称为构件以至结构强度不足。如何使设计的结构及其每一根构件都有足够的强度,是建筑力学要解决的首要任务。

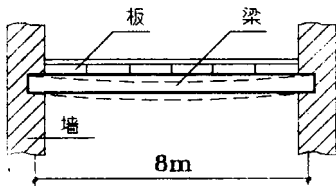
任何构件受到外力作用后都会产生变形(*deformation*),如受拉杆件将会伸长,受压杆件会缩短,直梁受力会变弯等等。由于构件的变形,将会使整体结构发生位置的变化。例如框架结构在水平荷载作用下将会发生侧向移动。绪图-5所示结构中各杆的交点在竖向荷载作用下多数都会发生铅垂和水平方向的移动。建筑结构中虽然有变形和位移(*displacement*)产生,但由于建筑结构及其构件抵抗变形的能力一般均较强,所以在结构正常使用阶段这些变形和位移都是很微小的。例如绪图-6所示的一根长8m截面为 $30 \times 50\text{cm}^2$ 的普通钢筋砼梁,在正常荷载作用下,梁中只能发生几个毫米的位移。这些微小的变形与位移对结构的正常使用是没有任何影响的。但是随着



绪图-4



绪图-5



绪图-6

荷载的增大或截面尺寸的减少,这些变形与位移的数值将会增大。当这些数值大到一定程度

时,尽管结构的强度足够,但较大的变形仍会影响结构的正常作用。例如工业厂房的吊车梁如果竖向最大位移超过梁跨的 $1/600$,则会影响吊车在梁上的正常运行。再例如某承墙梁(梁上有墙)长 6.8m ,跨中产生 1.45cm 的竖向位移,按通常要求这根梁的位移并不算过大,但梁上的墙体却由于梁的弯曲而开裂,裂缝最大宽度达 2.5mm 。显然就墙体受力而言,该梁的位移是不适宜的,经研究认为此位移应该控制在 7mm 以内为宜。对结构及其构件的变形和位移进行合理控制,在建筑力学中称为刚度问题。这类问题在施工中设计模板时显得尤为重要,因为模板刚度不足会给砼构件的质量带来严重问题。

细长柱在压力作用下会产生突然的纵向弯曲,这种现象会给结构带来灾难性的破坏,我们称这种现象为构件失稳。如何防止结构及其构件的失稳是建筑力学研究的第三个任务。

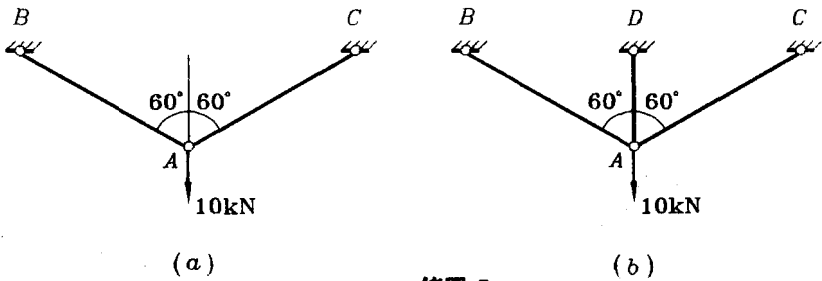
在由构件组装成结构的过程中,组成的不合理也可能使整个结构完全失去承载能力。例如北京焦化厂某七层装配式钢筋砼框架结构,施工中在完成框架梁、柱吊装后,于 1985 年 3 月 27 日夜在一场大风中整体倒塌。原因在于结构吊装后,大部分梁柱相交节点未按规范要求焊接牢固,而只是点焊,致使节点刚性严重不足。这种状态下组成的结构是属于几何上可变动的结构或称几何不稳定结构,显然即使在只有风力作用下也会失去原有结构型式。因此研究结构各杆件间如何组成方能成为几何不变体系的问题,也是建筑力学必须研究的主要任务之一。

总之,研究强度、刚度、稳定性以及结构的合理组成等问题就成为建筑力学的主要任务。

§ 绪-2 建筑力学的构成及其与其它课程的关系

建筑结构从力学角度可划分为静定结构与超静定结构。绪图-7(a)示一简单支架结构承受

铅垂荷载 10kN 力的作用,根据物理学中力的平行四边形法则与平衡定律,不难得到 AB 杆与 AC 杆的受力分别都为 10kN 。这种用静力学平衡规律能够确定其各



绪图-7

构件受力大小的结构属于静定结构。绪图-7(b)所示支架结构与(a)图相比仅多了一根 AD 杆,但该结构用静力学平衡规律确无法求出各杆受力的大小,这种结构属于超静定结构。要想完全确定超静定结构的受力,还必须在平衡条件之外考虑结构及其构件的变形与位移条件。正是基于力学研究方法的内在规律,我们将建筑力学分为如下四个篇章。

- 第一篇 静定结构的受力分析;
- 第二篇 静定结构的强度、刚度和稳定性;
- 第三篇 超静定结构;
- 第四篇 结构动力分析基本知识。

需要指出的是:第二篇的内容除了为第三篇作准备之外,尚有它的相对独立性。因为第一

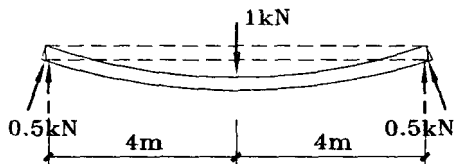
篇与第二篇的结合已经完全可以解决静定结构的强度、刚度、稳定性以及合理组成问题。第四篇主要是为建筑抗震课作准备,其中既含有静定结构,也含有超静定结构。

建筑力学在工民建专业课程中是一个起到承上启下作用的学科,前面它与数学课物理课有着紧密联系,后面它又要为各门结构课以至施工技术课服务。为了突出专科特色,本书在注意与数学课物理课加强有机联系以外,还要通过例题形式与专业课特别是结构课进行紧密联系。其目的是要做到更有效更实际的为专业课服务。

§ 绪-3 静力学基本定律

物理学中已经阐明力的本质是物体间的相互机械作用,构成力的三要素是大小、方向和作用点。就数学而言,力是一个矢量,一般用 F 表示,它在图上可以用有向线段表示。力可以使物体的运动状态发生变化,称为力的外效应;力同时可以使物体的形状发生变化,称为力的内效应。两个以上的一群力称为力系。

物理学中称一个处于相对静止或作匀速直线运动的物体为处于平衡状态(*equilibrium state*)。使物体处于平衡状态的力系称为平衡力系。使同一物体具有相同效应的力系称为等效力系。凡一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力。



绪图-8

在进行物体的受力分析时,是否考虑物体受力后的形状变化,这是一个非常重要的问题。从科学性出发,物体真实的受力状态应是变形后的状态,但是当物体变形的量值相对物体原有尺寸是很小时,是否可以忽略这种由于变形而引起的力的变化呢?以绪图-8所示简单支承梁为例(该梁与绪图-6相同),如不考虑梁的弯曲变形,

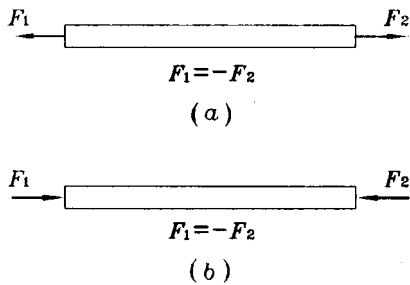
根据平衡条件和对称关系,可以迅速求出支座反力各为 0.5kN。但如果考虑梁的变形,支座处的反力首先在方向上将会发生变化,因此在数值上也要发生变化。这样就使得一个本来很简单的问题由于变形的引入变得非常复杂。如果考虑到梁的实际最大位移只有 0.1mm 左右,那么实际反力(尽管我们还不知道)与 0.5kN 之差肯定是极其微小的,从工程意义上讲是完全可以忽略不计的。为了使受力分析简化,在微小变形的前提条件下,可将这种变形对力的影响略去不计,换言之,在进行物体受力分析时视物体为不变形的物体。我们称受力后不变形的物体(科学抽象)为刚体(*rigid body*)。整个第一篇中所有研究对象都可看作刚体。刚体这一概念的形成从哲学上讲是由于研究问题时抓住主要矛盾的结果,它只是在一定条件下的产物,当条件变化了,例如梁的变形已经不是很小而是相当大了,正如力学上所说的,属于大变形条件时,当然就不能再这样简化了。

一、二力平衡定律

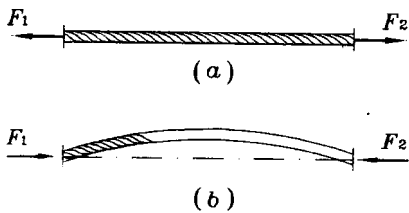
二力作用在同一刚体上,使刚体处于平衡状态的充要条件是:该二力必须等值、反向和共线。此力系称为平衡力系。

绪图-9 所示两种情况均满足二力平衡定律。其中(a)图所示的二力有使杆拉伸的趋势,称

为拉力；(b)图所示二力有使杆压缩的趋势，称为压力。



绪图-9



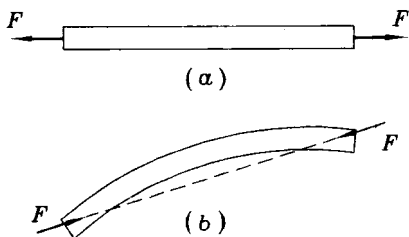
绪图-10

绪图-10 所示两种情况均为一绳索受二等值、反向力作用。(a)图所示二力显然为平衡力，而(b)图所示二力，由于此时绳索在压力下不能再视为刚体所以不能平衡。

绪图-11 所示状况，虽然二力等值，反向又共线，但由于不是作用于同一刚体，因此不能平衡。



绪图-11



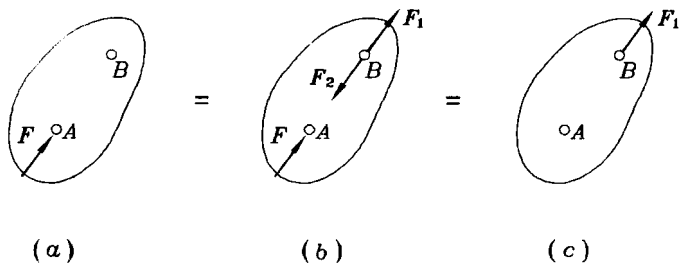
绪图-12

二力平衡是一切平衡力系的基础。建筑结构中受二力平衡的杆件很多，钢筋受拉平衡，柱子受轴向压力平衡都属于这一类。力学中将受到二力而平衡的杆件(直杆曲杆均可)称为二力杆，绪图-12 所示两种情况均为二力杆。对于只在两点上受力而平衡的杆件，应用二力平衡定律可以确定其未知力的方位。

二、加减平衡力系定律

在作用于同一刚体的某力系上增加或除去任意平衡力系，并不改变原力系对该刚体的作用。这一定律表明，加减平衡力系后，新力系与原力系等效。

根据这个定律可以导出力沿作用线的可传性。绪图-13(b)比(a)增加了一对平衡力，且有 $F_1 = F_2 = F$ (即三力的大小相同)，根据加减平



绪图-13

衡力系定律,显然图(a)与图(b)二力系为等效力系,由于图(b)中 F_2 与 F 又可视为一平衡力系,将此平衡力系减去即成图(c)所示力系,同理图(b)与图(c)力系等效,最终图(a)与图(c)力系等效,但此时力已由刚体的 A 点沿作用线移到了 B 点,而未改变原力系对它的作用效果。

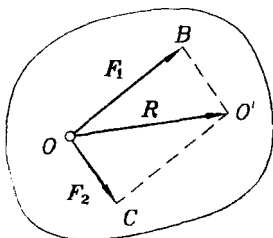
根据力的可传性,力三要素中的作用点可改为作用线。因此,力矢量(force vector)是滑移矢量。

力的可传性仍然是建立在刚体这个概念基础之上的,只有当所研究的对象可以视为一个刚体时,力的可传性才能是正确的。

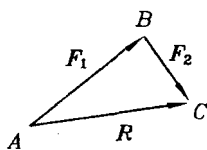
三、力的平行四边形定律

两个相交于一点的力对刚体的作用,可以用以此二力的矢量为邻边所构成的平行四边形对角线矢量所表示的力来代替。该力即为此二力的合力。这个定律表明合力是分力的几何和或矢量和。以 R 表示力 F_1 与 F_2 的合力,则由上述定律得:

$$R = F_1 + F_2$$



(a)

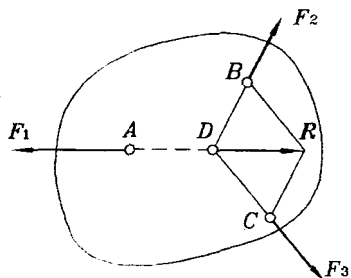


(b)

绪图-14

绪图-14(a)即为该定律的图解说明。图中平行四边形对角线 OR 矢量就是合力 R 。由于 OC 与 BO' 两线段平行又相等,因此在求 F_1 与 F_2 的合力时,只要作出如绪图-14(b)所示的三角形就可同样得到合力 R 。图中 F_2 与 F_1 是首尾相联的,这种作法称为力的三角形法则。不过这种方法只能确定合力的大小和方向,而不能确定合力的作用线位置,显然作用线必须仍然通过原二力的交点。

力的平行四边形定律是力系简化的主要依据,因为它解决了两个已知力求合力以及一个合力分解为两个已知方向的分力问题。



绪图-15

前面已经研究过二力平衡的问题,在掌握了力的平行四边形定律后我们可以得到有关三力平衡的一条重要定理,即不平行的三个力若平衡,该三力必须汇交于一点。此定理证明如下:若绪图-15 所示刚体上不平行的三个力 F_1, F_2 与 F_3 处于平衡状态,根据力的平行四边形定律,考虑到力的可传性,显然 F_2 与 F_3 可合成为一个过交点 D 的力 R ,此时三力平衡已变成为 F_1 与 R 的二力平衡。根据二力平衡的条件,显然 F_1 也必须通过 F_2 与 F_3 的交点 D ,因此三力平衡必须交于一点。由于 R 与 F_2 和 F_3 在同一平面,且 F_1 与 R 在同一直线上,所以 F_1, F_2 和 F_3 也必在同一平面内。不过需要注意的是,汇交于一点这个条件仅是三力平衡的必要条件,而不是充

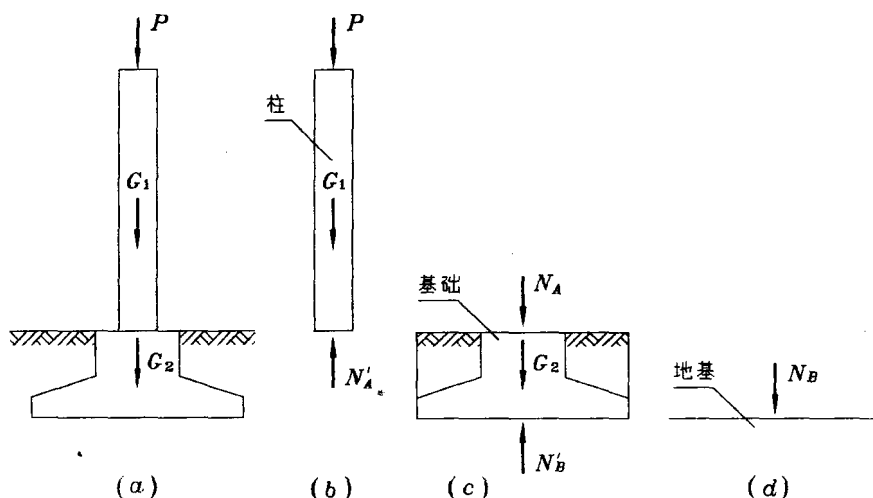
— 6 —

分条件。或者说已经汇交于一点上的三个力并不一定都处于平衡状态。

四、作用与反作用定律

两物体间相互作用的力总是大小相等,方向相反,沿同一直线,并分别作用在这两个物体上。这一定律是研究结构受力分析特别是绘制隔离体受力图的基础。该定律中需强调的是,作用力与反作用力一定是分别作用于两个物体,在研究其中任何一个物体的受力时,其上只有这两力中的一个。

研究绪图-16(a)所示柱、基础和地基受力时,可通过截面 A 与 B 将三者隔离开。柱子在上部荷载 P 与自重 G 作用下有压基础的趋势,它对基础的作用力 N_A 示于绪图-16(c)中,而基础



绪图-16

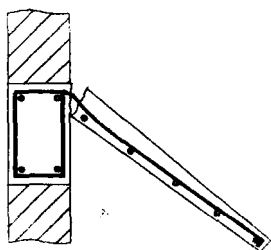
给柱子的反作用力 N'_A 示于绪图-16(b)中,基础在 N_A 与自重(包括部分土重) G_2 作用下给地基作用力 N_B 示于绪图(d)中,而地基对基础的反作用力 N'_B 示于绪图-16(c)中。以基础为对象,它受到柱子给它的作用力 N_A ,自重 G_2 和地基给它的反作用力 N'_B ,基础在这三个力作用下处于平衡状态,因此 N_A, G_2, N'_B 三力构成平衡力系。

§ 绪-4 力矩与力偶

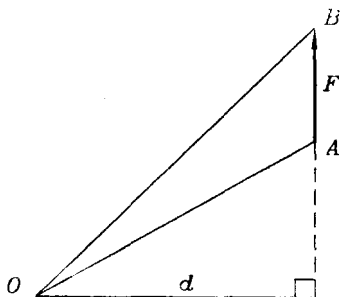
一、力对点之矩的代数量表示法

某商店第一层的橱窗上设置有挑出的 120cm 的通长雨蓬为现浇钢筋混凝土结构,根部厚度为 120mm,拆模是在砼已达设计强度时进行的。可是拆模时雨蓬却突然从根部折断,俨如门帘(见绪图-17)。使雨蓬折断的力显然是雨蓬的自重,但为什么由根部折断而不是在雨蓬的中部呢? 这里不仅需要力的知识,还需要物理学中已学过的力矩知识,正是由于雨蓬自重对根部的力矩最大才使破坏发生在根部。至于折断的内在原因是由于受力钢筋放错了位置,这点以后再讨论。

力对物体上某一点(或称转动中心)的转动效应用力对该点的力矩来度量。如绪图-18 所



绪图-17



绪图-18

示,力 F 对 O 点之矩用 $m_o(F)$ 表示,其值为一代数量,定义为:

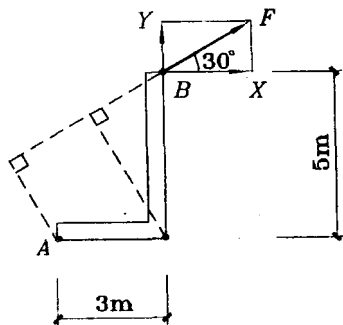
$$m_o(F) = \pm F \times d \quad (\text{绪-1a})$$

式中 F 为力 F 的大小,而 d 为 O 点到力 F 的垂直距离,称为力臂(arm of force),式(绪-1a)右端的“+、-”号分别与力 F 绕 O 点逆时针转动或顺时针转动相对应。根据几何关系,由(绪-1a)式不难得到下式:

$$m_o(F) = \pm 2\Delta OAB \text{ 面积} \quad (\text{绪-1b})$$

由于力矩含有力和力臂两个因素,因此力矩为零的条件既可以是力的值为零,也可以是力臂为零,显然后者表明此时力通过转动中心。

例 求绪图-19 中力 F 对 A 点的力矩,已知 $F = 10\text{kN}$ 。



绪图-19

解: 由于力的大小为已知,因此计算此力矩的关键是确定力臂 d ,根据图中的辅助线可以得到

$$\begin{aligned} d &= 5 \times \cos 30^\circ - 3 \times \sin 30^\circ \\ &= 5 \times 0.866 - 3 \times 0.5 = 2.83\text{m} \end{aligned}$$

因此 F 对 A 点之矩为

$$m_A(F) = -10 \times 2.83 = -28.3\text{kN} \cdot \text{m}$$

如果先将力 F 沿水平和铅垂方向分解为 X 和 Y 分别计算两分力对 A 点力矩的代数和有

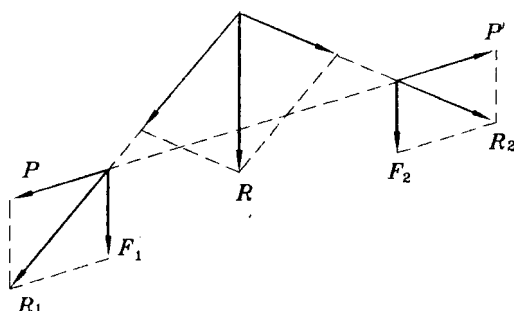
$$\begin{aligned} m_A(X) + m_A(Y) &= -F \times \cos 30^\circ \times 5 + F \sin 30^\circ \times 3 \\ &= -10 \times 0.866 \times 5 + 10 \times 0.5 \times 3 \\ &= -28.3\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

两种方法对比发现 $m_A(F) = m_A(X) + m_A(Y)$

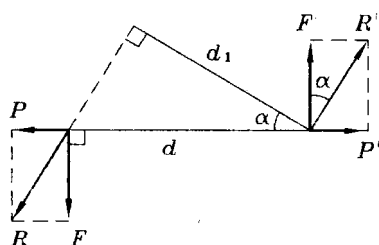
即合力对某点之矩等于分力对同一点之矩的代数和,称为合力矩定理。此处仅是力矩定理的一个说明,而非证明(证明留在以后)。通过这一例题表明,当计算力矩时如果力臂难于确定,可将力先进行分解,并与各已知力臂相乘得到两个分力力矩,然后再求力矩的代数和,这样作有时比较简便。

二、力偶及其特性

相交于一点的两个力可以利用平行四边形法则进行合成。相互平行的两个力如何进行合成？如绪图-20所示，为了求得两平行力 F_1 与 F_2 的合力 R ，可采取加上一对平衡力 P, P' 的方法使平行的 F_1 与 F_2 二力等效为相交的 R_1 与 R_2 二力，利用四边形法则不难得出合力 R ，但是当我们寻求如绪图-21所示平行、等值、反向且不在一直线上的两个力 (F, F') （称为力偶）的合力时，无论如何加平衡力系都不能使此二力化为相交的两个等效力。自绪图-21 不难发现，原



绪图-20



绪图-21

力系 (F, F') 在加入一平衡力系 (P, P') 后，新力系 (R, R') 仍为平行、等值、反向且不在一直线上的两个力，或者说仍然为一力偶。这点表明力偶是没有合力的，或者说力偶不能与一个力等效，显然也就不能与一个力平衡。因此力偶是与力有着本质区别的另一种物理量。上述过程还表明，力偶 (F, F') 与力偶 (R, R') 虽然等效，但力的大小与两力间的垂直距离均发生变化，什么量能体现这种等效性呢？仔细研究绪图-21 可以发现，如果以力偶中力的大小与两力间的垂直距离（称为力偶臂）的乘积定义为该力偶的力偶矩 (*moment of couple*)，并以力偶逆时针转为正顺时针转为负，则图中所示两力偶的力偶矩分别为

$$m(F, F') = + F \times d \quad (\text{绪-2})$$

$$m(R, R') = + R \times d_1 = + \frac{F}{\cos \alpha} \times d \times \cos \alpha = + F \times d = m(F, F')$$

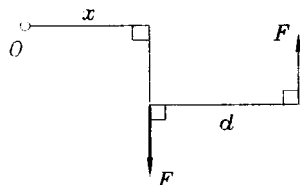
这个等式表明，两力偶的等效正是通过其力偶矩的相等而体现出来的，因此力偶矩的大小及其转向是反映力偶本质的物理量。

力矩是力对刚体某点转动效应的度量，力偶使刚体转动的效应应该用力偶对某点的力矩来度量。现在计算绪图-22 中力偶对任一点 O 的力矩，根据力矩定义及力偶矩定义有

$$m_o(F, F') = F \times (d + x) - F \cdot x = F \times d = m(F, F')$$

计算表明，力偶对任一点的力矩与 x 无关（即与点的位置无关），为一常量，且就等于该力偶的力偶矩。因此，力偶矩就是力偶对刚体转动效应的度量，且与转动中心无关。

综上所述，可将力偶的基本性质归纳如下：



绪图-22