普通高中课程标准实验教材

优质课堂1+1

高中数学

必修 1

浙江教育出版社

普通高中课程标准实验教材

优质课堂 1+1

高中数学

必修1

主　编　伊建军

编　者　高春龙　王红健　伊建军　杨建忠

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

优质课堂 1+1：人教版. 高中数学. 1：必修 / 伊建军主编. —杭州：浙江教育出版社，2009.4

ISBN 978-7-5338-7914-3

Ⅰ. 优… Ⅱ. 伊… Ⅲ. 数学课 – 高中 – 教学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 044458 号

优质课堂 1+1 高中数学

必修 1

主　　编　伊建军
出　　版　浙江教育出版社
（杭州市天目山路 40 号　邮编：310013）
发　　行　浙江省新华书店集团有限公司
总 策 划　邱连根
责任编辑　金馥菊
装帧设计　韩　波
责任校对　余晓克
责任印务　吴梦菁
图文制作　杭州富春电子印务有限公司
印刷装订　杭州长命印刷有限公司

开　　本　850 × 1168　1/16
印　　张　7.75
字　　数　240 000
版　　次　2009 年 4 月第 1 版
印　　次　2009 年 4 月第 1 次印刷
印　　数　000 1—5 000
标准书号　ISBN 978-7-5338-7914-3
定　　价　12.00元

联系电话：0571-85170300-80928
e-mail：zjjy@zjcb.com
网　　址：www.zjeph.com

出版前言

为了更好地贯彻新课改的精神，为广大师生提供有较强针对性及操作性的辅导材料，我社组织省内部分优秀教师及教研员，依据《浙江省普通高中新课程实验学科教学指导意见》以及各学科现行使用教科书的要求，根据一轮新课程的教学实际，在原《随堂纠错超级练》的基础上，精心编写了《优质课堂1+1》丛书。

这是一套涵盖高中各主要学科、包括课堂教学和阶段复习的同步实战型丛书。丛书的设计以帮助学生掌握基础知识、基本理论，提高学生的解题能力为目标，各栏目的设置注重对学生学习思路的拓展和学习方法的培养，适合课堂教学和课后训练。

《优质课堂1+1》按章节编写，每节包括“课本解读”、“典例剖析”和“同步训练”等三个板块。其中，“课本解读”板块用简练的文字，从知识和能力的角度归纳整理了教科书的主要知识点，揭示了本章的重难点，为学生指点迷津。“典例剖析”选取每节典型例题，分析思路，点拨此类习题解答的基本策略和方法。“同步训练”按课时编写，从理解巩固、发展提高和高考链接三个层面，让学生在课堂学习之后，在对所学知识进行复习巩固的基础上，适当地拓展提升，同时对高考的命题特点有一个感性的认识。

本丛书的作者均为我省各学科的骨干教师和优秀教研员。他们不仅教学经验丰富，而且在习题的编制与选择方面有着深入的研究。在编写本丛书时，他们充分根据各学科的内容特点以及新课程的教学实际，为学生们提供了科学合理的训练素材，希望学生通过本丛书的学习，能在透彻理解教科书内容的基础上，循序渐进地提高自己的学习能力，掌握良好的学习方法，在高考中立于不败之地。

浙江教育出版社

2009年4月

目
MU LU
录

第一章　集合与函数概念

1.1　集　合

1.1.1　集合的含义与表示

课本解读

1. 集合的概念

(1) 我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合(简称为集).

(2) 元素与集合的关系有且仅有两种:属于(用符号$\in$表示)和不属于(用符号$\notin$表示).

2. 集合的表示

(1) 列举法:把集合中的元素一一列举出来的方法.

(2) 描述法:用集合所含元素的共同特征表示集合的方法.一般格式是$\{x|x$所要满足的条件$\}$,其中x是集合的代表元素.

(3) 特殊集合的表示方法:正整数集——$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$,自然数集(非负整数集)——$\mathbf{N}$,整数集——$\mathbf{Z}$,有理数集——$\mathbf{Q}$,实数集——$\mathbf{R}$.

3. 集合元素的特征

(1) 确定性:集合中元素必须是确定的.

(2) 互异性:同一个集合中的元素必须是互不相同的,即重复元素只写一次.

(3) 无序性:集合中的所有元素不计顺序.

名师点拨

用列举法表示集合时,要注意元素不能重复,不遗漏,不计顺序.

典例剖析

例 1 判断下列说法是否正确:

(1) 所有老人组成一个集合.

(2) 方程$x^2-6x+9=0$的解集是$\{3,3\}$.

(3) $\{4,3,2\}$与$\{3,2,4\}$表示同一个集合.

(4) 集合$\mathbf{N}$中最小的元素是1.

(5) 若$-a\notin\mathbf{N}$,则$a\in\mathbf{N}$.

解题思路　运用集合中元素的确定性、互异性、无序性及自然数集$\mathbf{N}$的意义进行判断.

解　(1)不正确.　(2)不正确.　(3)正确.　(4)不正确.　(5)不正确.

注　意

第(1)题,"老人"是不确定的元素.第(2)题,从方程有两个相同实数根的角度看待解的个数,易忽略元素的互异性.第(3)题,元素顺序不影响集合的实质.第(4)题,易忽略$0\in\mathbf{N}$.第(5)题,易忽略a表示非整数.

例 2 用列举法表示下列集合:

(1) 方程$x^2-5x+6=0$的解组成的集合.

(2) 不大于8的非负偶数所组成的集合.

(3) $\{(x,y)|x+y=3,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

(4) $\left\{x\in\mathbf{Z}\left|\frac{6}{3-x}\in\mathbf{N}\right.\right\}$.

解题思路　正确理解用自然语言或描述法表示的集合,首先要看清元素的类别,如实数、点的坐标、几何图形等;其次要看清所含元素的范围.

解　(1) $\{2,3\}$.

(2) $\{0,2,4,6,8\}$.

(3) $\{(0,3),(1,2),(2,1),(3,0)\}$.

(4) $\{-3,0,1,2\}$.

注　意

第(2)题,易忽略0或8.第(3)题,易遗漏(0,3)与(3,0),或认为(0,3)和(3,0)表示同一元素.第(4)题,易忽略-3和0.

例 3 用适当的方法表示下列集合：

(1) 12 的正约数.

(2) 不等式 $2x+1>7$ 的整数解.

(3) 抛物线 $y=x^2$ 上的点.

(4) 所有被 3 除余 1 的数.

解题思路 当有限集中元素个数较少时宜用列举法，当元素个数较多或者是无限集时一般用描述法.

解 (1) $\{1,2,3,4,6,12\}$.

(2) $\{x\in\mathbf{N}|x>3\}$或$\{4,5,6,7,\cdots\}$.

(3) $\{(x,y)|y=x^2\}$.

(4) $\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$.

注 意

易出现错解：(1)$\{2,3,4,6\}$. (2)$\{x|x>3\}$. (3)$\{y|y=x^2\}$. (4)$\{x|x=3k+1\}$.

例 4 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$. 若 A 中元素至多只有一个，求 a 的取值范围.

解题思路 讨论方程 $ax^2+2x+1=0$ 的实数根个数的情况，从而确定 a 的取值范围.

解 依题意，方程有一个实数根，或两个相等实数根，或无实数根.

当 $a=0$ 时，$A=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$，满足题意；

当 $a\neq0$ 时，由 $\Delta=2^2-4a\leqslant0$，得 $a\geqslant1$.

$\therefore$ $a=0$，或 $a\geqslant1$.

注 意

易忽略当 $a=0$ 时，一元一次方程 $2x+1=0$ 只有一个解.

同步训练

理解巩固

1. 已知下列语句：

①0 与$\{0\}$表示同一个集合；

②方程$(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有解的集合可表示为$\{1,2\}$；

③$a\in\mathbf{N},b\in\mathbf{N}$，则 $a+b\geqslant2$；

④集合$\{x|1\leqslant x<2\}$与$\{1,2\}$表示同一个集合.

其中正确的是 ( )

(A) ①和④. (B) ②和③.

(C) ②. (D) ①和③.

2. 下列关系表述正确的是 ( )

(A) $1\notin\mathbf{Z}$. (B) $0\in\{x^2=0\}$.

(C) $0\in\{(0,1)\}$. (D) $0\in\mathbf{N}$.

3. 在下列各组集合中，M 和 P 表示同一集合的是 ( )

(A) $M=\{1,2\},P=\{(1,2)\}$.

(B) $M=\{(1,2)\},P=\{(2,1)\}$.

(C) $M=\{1,2\},P=\{2,1\}$.

(D) $M=\{1,2\},P=\{(2,1)\}$.

4. 在下列四个关系中，正确的是 ( )

(A) $a\in\{(a,b)\}$. (B) $\{a\}\in\{a,b\}$.

(C) $a\in\{a\}$. (D) $a\notin\{a,b\}$.

5. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

(1) 0 ________ $\mathbf{N}$，-1 ________ $\mathbf{Z}$，$\sqrt{3}$ ________ $\mathbf{Q}$，$\frac{1}{3}$ ________ $\mathbf{R}$.

(2) -1 ________ $\mathbf{N}$，$-\frac{1}{2}$ ________ $\mathbf{Q}$，π ________ $\mathbf{Q}$，$\sqrt{2}$ ________ $\mathbf{R}$.

(3) $\sqrt{3}$ ________ $\{x|x\leqslant2\}$，

$(2,4)$ ________ $\{(x,y)|y=x^2\}$.

6. 用列举法表示下列集合：

(1) $\{y|y=x^2-1,x<3,x\in\mathbf{N}\}=$ ________.

(2) $\{(x,y)|y=x^2-1,x<3,x\in\mathbf{N}\}=$ ________________.

7. 集合$\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}\right\}$可用描述法表示为________.

8. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a\cdot b\neq0$，求 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}$ 的可能取值组成的集合.

发展提高

9. 求数集$\{1,x,x^2-x\}$中元素 x 所应满足的条件.

10. 由元素 1,2,3 组成的集合可表示为 ( )

(A) $\{x=1,2,3\}$. (B) $\{x|1,2,3\}$.

(C) $\{x\in\mathbf{N}^*|x\leqslant3\}$. (D) $\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant3\}$.

11. 已知集合$\{a,b,c\}$中的三个元素是$\triangle ABC$的三边长,则$\triangle ABC$可能是 ( )

(A) 等边三角形. (B) 直角三角形.

(C) 等腰三角形. (D) 等腰直角三角形.

12. 按描述法用符号语言分别写出下列集合:

(1) $\{x|x$为正奇数$\}=$________.

(2) $\{x|x$为奇数$\}=$________.

(3) $\{x|x$为 3 的倍数$\}=$________.

13. 设$A=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$C=\{x\mid x=4k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$a\in A$,$b\in B$,则$a+b\in$______(选"A"、"B"或"C").

14. 已知$-3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$,求实数a的值.

15. 已知集合$A=\left\{a\left|\dfrac{x+a}{x^2-2}=1\right.\text{有唯一实数解}\right\}$,试用列举法表示集合$A$.

高考链接

16. (2008·江西卷)定义集合运算:$A*B=\{z|z=xy,x\in A,y\in B\}$.设集合$A=\{1,2\}$,$B=\{0,2\}$,则集合$A*B$的所有元素之和为 ( )

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

17. (2005·湖北卷)设P,Q为两个非空集合,定义集合$P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$,若$P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则$P+Q$中元素的个数是 ( )

(A) 9. (B) 8. (C) 7. (D) 6.

18. (2007·全国卷)设$a,b\in\mathbf{R}$,集合$\{1,a+b,a\}=\left\{0,\dfrac{b}{a},b\right\}$,则$b-a$的值为 ( )

(A) 1. (B) -1. (C) 2. (D) -2.

1.1.2 集合间的基本关系

课本解读

1. 子集的概念

一般地,对于两个集合A与B,如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素,我们就说集合A包含于集合B(或集合B包含集合A),记作$A\subseteq B$(或$B\supseteq A$),这时我们也称集合A是集合B的子集.

$A\not\subseteq B$(或$B\not\supseteq A$)表示集合A不包含于集合B(或集合B不包含集合A).

2. 集合的相等

一般地,对于两个集合A与B,如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素,同时集合B的任何一个元素都是集合A的元素,我们就说集合A与集合B相等,记作$A=B$.两个集合相等,当且仅当它们含有完全相同的元素.

3. 真子集

对于集合A,B,如果$A\subseteq B$,且$A\neq B$,我们就说集合A是集合B的真子集,记作$A\subsetneqq B$(或$B\supsetneqq A$).

A是B的真子集,说明A的所有元素都在集合B中,而B中存在元素不属于A.

4. 空集

不含任何元素的集合叫做空集,记为$\varnothing$.

规定:空集是任何集合的子集.

5. 子集的性质

(1) $A\subseteq A$,即任何一个集合是它本身的子集.

(2) 如果$A\subseteq B$,$B\subseteq C$,那么$A\subseteq C$(传递性).

(3) 如果$A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,那么$A\subsetneqq C$(传递性).

(4) $A\subseteq B$,且$B\subseteq A$,则$A=B$.

(5) $\varnothing\subseteq A$(空集是任何集合的子集).

(6) $\varnothing\subsetneqq A(A\neq\varnothing)$(空集是任何非空集合的真子集).

名师点拨

利用 Venn 图或坐标轴,可以形象、直观地展现抽象的集合或实数集的子集间的关系.

已知集合间的关系,求其中未知常量的关系时,可能有几种不同的情况,因此要注意分类讨论思想的应用.

正确区分术语"包含于($\subseteq$)"与"属于($\in$)","包含于($\subseteq$)"与"真包含于($\subsetneqq$)"的不同意义和使用范围.

典例剖析

例1 判断下列集合之间的关系,用"$\subsetneqq$"、"$\supsetneqq$"或"="填空:

(1) 已知 $A=\{x\mid x$ 是偶数$\}$,$B=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{N}\}$,则 A____B.

(2) 已知 $A=\{x\mid x$ 是正三角形$\}$,$B=\{x\mid x$ 是等腰三角形$\}$,则 A____B.

(3) 已知 $A=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$,则 A____B.

解题思路 分别考察两个集合中的所有元素,其中一个集合的元素是不是另一个集合的元素.

解 (1) $A\supsetneqq B$.

(2) $A\subsetneqq B$.

(3) 方法1:$A=\{\cdots,-5,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$,$B=\{\cdots,-5,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$,故 $A=B$.

方法2:$2n-1=\begin{cases}4k-1, & n=2k,\\ 4k+1, & n=2k+1,\end{cases}$ 故 $A=B$.

注 意

第(1)题,易误认为偶数不能为负数,而错填 $A=B$. 第(2)题,未考虑 B 中元素的所有可能情况,而填错符号.

例2 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<4\}$,$B=\{x\mid x>a\}$,满足 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围.

解题思路 借助数轴进行观察与分析.

解 如图1-1,当 $a\leqslant-2$ 时,集合 B 能完全覆盖集合 A,故 $a\leqslant-2$.

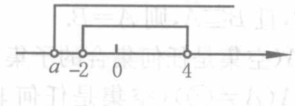


图1-1

注 意

易忽略对端点值 $a=-2$ 的考虑.

例3 已知集合 M 满足 $\{1,2\}\subsetneqq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$,则这样的集合 M 有多少个?

解题思路 由题意知,M 必须包含1和2两个元素,并且还必须包含3,4,5中至少一个元素,问题等价于求$\{3,4,5\}$的非空子集的个数,可用枚举法获解,共有7个.

解 满足条件的集合 M 有下列7个:$\{1,2,3\}$,$\{1,2,4\}$,$\{1,2,5\}$,$\{1,2,3,4\}$,$\{1,2,3,5\}$,$\{1,2,4,5\}$,$\{1,2,3,4,5\}$.

注 意

求一个有限集的子集或求子集个数的问题,通过观察归纳可以得到下列结论:含 n 个元素的集合的子集个数为 2^n 个,真子集个数为(2^n-1)个,非空真子集个数为(2^n-2)个. 罗列子集时,要注意顺序. 如按子集元素的个数从少到多,或从元素出现的先后顺序等,以免遗漏或重复.

例4 已知集合 $A=\{x\mid x^2+x-6=0\}$,$B=\{x\mid ax+1=0\}$,且 $B\subseteq A$,求由 a 的值组成的集合.

解题思路 先求得 $A=\{-3,2\}$,然后由条件 $B\subseteq A$ 知,$B=\varnothing$,或 $B=\{-3\}$,或 $B=\{2\}$.

解 易得 $A=\{-3,2\}$.

当 $a=0$ 时,$B=\varnothing$,符合题意;

当 $a\neq0$ 时,$B=\left\{-\dfrac{1}{a}\right\}$,

则 $-\dfrac{1}{a}=-3$,或 $-\dfrac{1}{a}=2$,得 $a=\dfrac{1}{3}$,或 $a=-\dfrac{1}{2}$.

综上所述,$a\in\left\{-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{1}{3}\right\}$.

注 意

易遗漏 $B=\varnothing$ 的情况.

同步训练

理解巩固

1. 已知集合 $A=\{x\mid x\leqslant7\}$,$a=4\sqrt{3}$,则下列结论正确的是 (　　)

(A) $\{a\}\subsetneqq A$.　(B) $a\subseteq A$.

(C) $\{a\}\in A$.　(D) $a\notin A$.

2. 给出下列结论:

①$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$;　②$\varnothing\in\{0\}$;

③$\varnothing\subsetneqq\{0\}$;　④$\mathbf{N}^*=\mathbf{N}$.

其中正确的是 (　　)

(A) ①②.　(B) ①③.　(C) ②③.　(D) ③④.

3. 已知集合 $P=\{x\mid x^2=1\}$,$Q=\{x\mid ax=1\}$. 若 $Q\subsetneqq P$,则由 a 的值组成的集合是 (　　)

(A) $\{1\}$.　(B) $\{-1\}$.

(C) $\{1,-1\}$.　(D) $\{1,-1,0\}$.

4. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，则集合 A 的真子集的个数是（　　）

(A) 6.　(B) 7.　(C) 8.　(D) 9.

5. 给出下列结论：

①$1\in\{0,1,2\}$；　②$\{1\}\in\{0,1,2\}$；

③$\{0,1,2\}\subseteq\{0,1,2\}$；　④$\{0,1,2\}\subsetneqq\{0,1,2\}$；

⑤$\varnothing\subsetneqq\{0,1,2\}$.

其中正确的是________.

6. 已知集合 $A=\{x|x\leqslant 1\}$，$B=\{x|x<a\}$. 若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是________.

7. 已知集合 $P=\{C|C$ 为菱形$\}$，$S=\{C|C$ 为正方形$\}$，$T=\{C|C$ 为平行四边形$\}$，则 P,S,T 之间的关系是________.

8. 已知集合 $A=\{x|x\leqslant -1$，或 $x\geqslant 5\}$，$B=\{x|a\leqslant x\leqslant a+4\}$. 若 $B\subsetneqq A$，求实数 a 的取值范围.

9. 已知 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$，试写出所有满足条件的集合 A.

发展提高

10. 已知集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，且 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是（　　）

(A) $a\leqslant 1$.　(B) $a>2$.

(C) $a\geqslant 2$.　(D) $1<a\leqslant 2$.

11. 用“$\subsetneqq$”、“$\supsetneqq$”或“$=$”填空：

(1) 已知 $A=\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，则 A________B.

(2) 已知 $A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=4k,k\in\mathbf{Z}\}$，则 A________B.

(3) 已知 $A=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=6k-2,k\in\mathbf{Z}\}$，则 A________B.

(4) 已知 $A=\left\{(x,y)\left|\dfrac{y+1}{x-2}=2\right.\right\}$，$B=\{(x,y)|y=2x-5\}$，则 A________B.

12. 已知集合 $A=\{2,a\}$，$B=\{a^2-2,2\}$. 若 $A=B$，则实数 $a=$________.

13. 已知集合 $A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x|2m-1\leqslant x\leqslant m+1\}$. 当 $B\subseteq A$ 时，求实数 m 的取值范围.

14. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2-(m+1)x+m=0\}$.

(1) 若 $B\subsetneqq A$，求 m 所有可取值组成的集合.

(2) 若 $B\subseteq A$，求 m 所有可取值组成的集合.

15. 已知集合 $A=\{a,a+b,a+2b\}$，$B=\{a,ax,ax^2\}$. 若 $A=B$，求实数 x 的值.

高考链接

16. (2006·辽宁卷)设$\oplus$是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算，A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集，若对任意的 $a,b\in A$，有 $a\oplus b\in A$，则称 A 对运算$\oplus$封闭. 下列数集对加法、减法、乘法和除法(除数不等于零)四则运算都封闭的是（　　）

(A) 自然数集.　(B) 整数集.

(C) 有理数集.　(D) 无理数集.

17. (2008·福建卷)设 P 是一个数集，且至少含有 2 个数. 若对任意 $a,b\in\mathbf{R}$，都有 $a+b,a-b,ab,\dfrac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$)，则称 P 是一个数域. 如：有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域；数集 $F=\{a+b\sqrt{2}|a,b\in\mathbf{Q}\}$ 也是数域. 现给出下列命题：

①整数集是数域；

②若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$，则数集 M 必为数域；

③数域必为无限集；

④存在无穷多个数域.

其中真命题是________.

18. (2008·山东卷)若不等式 $|3x-b|<4$ 的解集中的整数有且仅有 1,2,3，则实数 b 的取值范围是________.

1.1.3 并集与交集

课本解读

1. 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B=\{x|x\in A$，或 $x\in B\}$，它可以理解为 A 和 B 的所有元素组成的集合.

2. 交集

由集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B=\{x|x\in A$，且 $x\in B\}$.

名师点拨

集合 A,B 的交集、并集的定义中，要注意关键词"且"、"并"的含义."且"字说明 $A\cap B$ 的任一元素 x 都是 A 与 B 的公共元素，由此可知 $A\cap B\subseteq A$(或 B)."并"字连接的不一定是互相排斥的."$x\in A$，或 $x\in B$"这一条件，包括下列三种情况：$x\in A$，但 $x\notin B$；$x\in B$，但 $x\notin A$；$x\in A$，且 $x\in B$. 易知，$A(B)\subseteq A\cup B$.

典例剖析

例 1 已知集合 $A=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$B=\{x|x-k\leqslant 0\}$. 若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 k 的取值范围是 （　）

(A) $k\leqslant 2$.　　(B) $k\leqslant -1$.

(C) $k<-1$.　　(D) $-1\leqslant k\leqslant 2$.

解题思路 由 $A\cap B\neq\varnothing$ 知，集合 A,B 必有公共元素，可借助数轴直观写出 k 应满足的要求.

解 选 B.

思考 若 $A\cap B=\varnothing$，则 k 的取值范围是什么？**($k<-1$)**

若 $A\cap B=A$，则 k 的取值范围是什么？**($k\leqslant 2$)**

例 2 求满足条件 $\{a,b\}\cup A=\{a,b,c\}$ 的集合 A.

解题思路 由条件知 A 中必有元素 c. 只要求出 $\{c\}$ 与 $\{a,b\}$ 的子集的并集即可.

解 由题意知集合 A 中必含有元素 c，$\{a,b\}$ 的子集有 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，故结果为 $\{c\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$，$\{a,b,c\}$.

注 意

易将并集混同于两个集合元素直接合并，而错填 $\{c\}$，遗漏了其他结果.

例 3 (1) 已知集合 $A=\{x|x^2+x-2=0\}$，$B=\{x|x^2-2x-8=0\}$，求 $A\cup B$.

(2) 已知集合 $A=\{y|y=-x^2+2\}$，$B=\{y|y=x^2-2x\}$，求 $A\cap B$.

(3) 已知集合 $A=\{(x,y)|y=2x+1\}$，$B=\{(x,y)|y=3x\}$，求 $A\cap B$.

(4) 已知集合 $A=\{a|a$ 为等腰三角形$\}$，$B=\{a|a$ 为直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解题思路 四个小题分别代表了方程的解集、函数值的集合、点集及几何图形的集合等的并集和交集的求解. 关键要正确理解所给集合的意义.

解 (1) $A=\{-2,1\}$，$B=\{-2,4\}$，

$\therefore$ $A\cup B=\{-2,1,4\}$.

(2) $\because$ $y=-x^2+2\leqslant 2$，　$\therefore$ $A=\{y|y\leqslant 2\}$.

同理，$B=\{y|y\geqslant -1\}$.

$\therefore$ $A\cap B=\{y|-1\leqslant y\leqslant 2\}$.

(3) $A\cap B$ 即是一次函数 $y=2x+1$ 与 $y=3x$ 图象的公共点组成的集合，

$\therefore$ $A\cap B=\{(1,3)\}$.

(4) $A\cap B=\{a|a$ 为等腰直角三角形$\}$.

思考 若将第(2)、(4)题改为求 $A\cup B$，结果又如何？**($\mathbf{R}$，$\{a|a$ 为等腰三角形，或直角三角形$\}$)**

例 4 集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求实数 a 的值.

解题思路 由集合 B,C 已知及 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$ 可确定 A 中的一个元素，从而求出 a 的值.

解 $B=\{2,3\}$，$C=\{2,-4\}$.

$\because$ $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，　$\therefore$ $2\notin A$，

$\therefore$ $3\in A$.

$\therefore$ $9-3a+a^2-19=0$，　$\therefore$ $a=5$，或 $a=-2$.

当 $a=5$ 时，$A=\{2,3\}$，$A\cap C\neq\varnothing$，不合题意，舍去；

当 $a=-2$ 时，$A=\{3,-5\}$，满足条件.

$\therefore$ $a=-2$.

注 意

(1) 若仅由 $3\in A$ 解得 a 而不检验，则易得出错误结果.

(2) 解决已知两个集合的交集或并集，求其中未知常量的值或取值范围的问题，需将已知条件等价转换. 常用的有：$A\cap B=A$ 等价于 $A\subseteq B$，$A\cup B=A$ 等价于 $B\subseteq A$，$A\cup B=\varnothing$ 等价于 $A=B=\varnothing$.

同步训练

理解巩固

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}|-10\leqslant x\leqslant -1\}$,$B=\{x\in\mathbf{Z}|-5\leqslant x\leqslant 5\}$,则 $A\cup B$ 中的元素个数是 ( )
   (A) 21. (B) 20. (C) 16. (D) 15.

2. 已知集合 $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$,$B=\{x|-1<x\leqslant 4\}$,则 $A\cap B=$ ( )
   (A) $\{-1,0,1,2,3,4\}$. (B) $\{0,1,2,3\}$.
   (C) $\{0,1,2,3,4\}$. (D) $\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$.

3. 已知集合 $A=\{x|2x+1>0\}$,$B=\{x|x-3<0\}$,则 $A\cup B=$ ( )
   (A) $\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<3\right\}$. (B) $\mathbf{R}$.
   (C) $\{x|x<3\}$. (D) $\left\{x\middle|x>-\frac{1}{2}\right\}$.

4. 已知集合 $P=\{x|x=n,n\in\mathbf{N}\}$,$S=\left\{x\middle|x=\frac{n}{2},n\in\mathbf{N}\right\}$,$T=\left\{x\middle|x=n-\frac{1}{2},n\in\mathbf{N}^*\right\}$,则下列关系式正确的是 ( )
   (A) $S\subseteq P$. (B) $S\subseteq T$.
   (C) $S=P\cap T$. (D) $S=P\cup T$.

5. 已知集合 $A=\{0,1,3,4,5,9\}$,$B=\{1,3,6,8,9\}$,$C=\{3,7,8\}$,则集合 $(A\cap B)\cup C=$________,$A\cap(B\cup C)=$________.

6. 已知集合 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{x|x<0$,或 $x\geqslant 2\}$,则 $A\cup B=$________.

7. 已知集合 $A=\{x|x\leqslant -1$,或 $x\geqslant 3\}$,$B=\{x|a<x<4\}$.若 $A\cup B=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围是________.

8. 已知集合 $A=\{2,5\}$,$B=\{x|x^2+px+q=0\}$,$A\cup B=A$,$A\cap B=\{5\}$,求 p,q 的值.

9. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$,$B=\{x|x>a\}$.若 $A\cap B\neq A$,求实数 a 的取值范围.

发展提高

10. 已知集合 $M=\{x|x\leqslant m\}$,$P=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$.若 $M\cap P=\varnothing$,则实数 m 的取值范围是 ( )
    (A) $m\geqslant -1$. (B) $m>-1$.
    (C) $m\leqslant -1$. (D) $m<-1$.

11. 已知集合 $A=\{1,3,x\}$,$B=\{x^2,1\}$,且 $A\cup B=\{1,3,x\}$,则满足条件的实数 x 的个数是 ( )
    (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

12. 已知集合 $A=\{x|-1<x<0$,或 $x>1\}$,$B=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$.若 $A\cup B=\{x|x>-1\}$,$A\cap B=\{x|1<x\leqslant 2\}$,则 $a=$________,$b=$________.

13. 已知集合 $A=\{x|x^2+px+q=0\}$,$B=\{x|x^2-px-2q=0\}$,且 $A\cap B=\{-1\}$,求 $A\cup B$.

14. 已知数集 $A=\{1,3,a\}$,$B=\{1,a^2\}$.问:是否存在实数 a,使得 $A\cup B=\{1,a,a^2\}$ 与 $A\cap B=\{1,a\}$ 同时成立?

15. 已知集合 $A=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$,$B=\{x|x<-1$,或 $x>5\}$,分别求满足下列条件的实数 a 的取值范围:
    (1) $A\cap B=\varnothing$. (2) $A\cap B=A$.

高考链接

16. (2008·山东卷)满足 $M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,且 $M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$ 的集合 M 的个数是 ( )
    (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

17. (2008·江苏卷)已知集合 $A=\{x\mid(x-1)^2<3x-7\}$,则 $A\cap\mathbf{Z}$ 的元素的个数是________.

18. (2007·北京卷)已知集合 $A=\{x\mid |x-a|\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid x^2-5x+4\geqslant 0\}$.若 $A\cap B=\varnothing$,则实数 a 的取值范围是________.

1.1.4 补 集

课本解读

1. 全集

如果某集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就称为全集,用 U 表示.

2. 补集

设 S 是一个集合,$A\subseteq S$,由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A=\{x\mid x\in S$,且 $x\notin A\}$.

3. 补集的性质

(1) $\complement_U A\subseteq U$.

(2) $A\cup(\complement_U A)=U$.

(3) $A\cap(\complement_U A)=\varnothing$.

(4) $\complement_U U=\varnothing$.

(5) $\complement_U\varnothing=U$.

(6) $\complement_U(\complement_U A)=A$.

(7) $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$.

(8) $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$.

名师点拨

补集是从问题的反面去考虑,这种方法是数学中的一种重要思维方法.

学习本节内容时要特别注意集合与其他数学知识的联系,如数集或点集与函数、不等式、方程.在解题时,要渗透数形结合、分类讨论、等价转化等思想方法.

典例剖析

例1 设 U 为全集,集合 $M,N\subsetneqq U$,且 $N\subseteq M$,则 ( )

(A) $\complement_U M\supseteq\complement_U N$. (B) $\complement_U M\subsetneqq\complement_U N$.

(C) $\complement_U M\subseteq\complement_U N$. (D) $M\subsetneqq\complement_U N$.

解题思路 作 Venn 图(如图 1-2)直观求解.

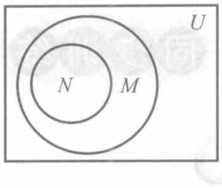


图 1-2

解 选 C.

注 意

易忽略 $N=M$,而错选 B.

例2 已知全集 $U=\{x\mid x$ 取不大于 30 的素数$\}$,A,B 是 U 的两个子集,且 $A\cap(\complement_U B)=\{5,13,23\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{11,19,29\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{3,7\}$,求集合 A,B.

解题思路 作 Venn 图(如图 1-3)直观求解.

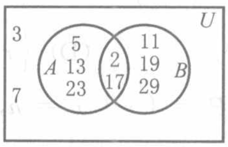


图 1-3

解 ∵ $U=\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$,用 Venn 图表示 $A\cap(\complement_U B)$,$(\complement_U A)\cap B$ 和 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$,则 $A\cap B=\{2,17\}$.

由图 1-3,得 $A=\{2,5,13,17,23\}$,$B=\{2,11,17,19,29\}$.

注 意

(1) 解决集合的交集、并集和补集混合运算的问题,可利用补集的性质:$\complement_U A\subseteq U$,$A\cup(\complement_U A)=U$,$A\cap(\complement_U A)=\varnothing$,$\complement_U U=\varnothing$,$\complement_U\varnothing=U$,$\complement_U(\complement_U A)=A$ 求解;还可利用 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)$,$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$ 简化计算.

(2) 考查集合间的关系或求集合的元素个数时,对于抽象的集合或元素个数较多的有限集,可利用 Venn 图将问题形象化.

例3 设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 的值.

解题思路 以 $\complement_U A=\{5\}$ 作为突破口,得出 $5\in U$,$3\in A$.

解 由 $\complement_U A=\{5\}$ 知,$5\in U$,且 $A\subseteq U$,

∴ $U=\{2,3,5\}$,$A=\{3,2\}$.

∴ $\begin{cases}a^2+2a-3=5,\\|2a-1|=3,\end{cases}$ 解得 $a=2$.

注 意

易忽略 $A\subseteq U$ 这个隐含条件，而遗漏等式 $|2a-1|=3$.

例 4 已知某班共有学生 50 名，其中参加数学课外小组的学生有 22 人，参加物理课外小组的学生有 18 人，同时参加数学、物理两个课外小组的有 13 人. 问：

（1）数学和物理两个课外小组至少参加一个的有多少人？

（2）数学和物理两个课外小组都不参加的有多少人？

解题思路 设全班学生为全集 U，参加数学课外小组的学生组成集合 A，参加物理课外小组的学生组成集合 B. 由题意知，$\mathrm{card}(A)$，$\mathrm{card}(B)$ 和 $\mathrm{card}(A\cap B)$，两个小题分别求 $\mathrm{card}(A\cup B)$ 和 $\mathrm{card}(\complement_U(A\cup B))$，可通过在 Venn 图（如图 1－4）相应区域中填写元素得解.

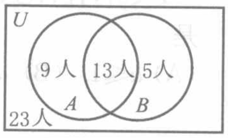


图 1－4

解 设全班学生为全集 U，参加数学课外小组的学生组成集合 A，参加物理课外小组的学生组成集合 B.

由题意知，$\mathrm{card}(A)=22$，$\mathrm{card}(B)=18$，

$\mathrm{card}(A\cap B)=13$，

从而 $\mathrm{card}(A\cap(\complement_U B))=22-13=9$，

$\mathrm{card}((\complement_U A)\cap B)=18-13=5$，如图 1－4.

显然，至少参加一个课外小组的人数为

$\mathrm{card}(A\cup B)=9+13+5=27$（人），

两个课外小组都不参加的有 $50-27=23$（人）.

注 意

易出现错解：(1) 至少参加一个课外小组的有 $22+18=40$（人）. (2) 两个课外小组都不参加的有 $50-40=10$（人）.

同步训练

理解巩固

1. 已知集合 $S=\{x\in\mathbf{N}\mid x<9\}$，$A=\{1,3,5,7\}$，则 $\complement_S A=$ （　　）

(A) $\{1,3,5,7\}$.　(B) $\{0,2,4,6,8\}$.

(C) $\{2,4,6,8\}$.　(D) $\{2,4,6,8,9\}$.

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid -1<x<1\}$，$B=\{x\mid 0<x<2\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ （　　）

(A) $\{x\mid x\leqslant -1$，或 $x\geqslant 2\}$.

(B) $\{x\mid x\leqslant 0$，或 $x\geqslant 1\}$.

(C) $\varnothing$.

(D) $\mathbf{R}$.

3. 已知全集 $U=\{0,1,2\}$，且 $\complement_U A=\{2\}$，则集合 A 的子集共有 （　　）

(A) 3 个.　(B) 4 个.　(C) 5 个.　(D) 6 个.

4. 已知集合 $M=\{x\mid -2\leqslant x<1\}$，$N=\{x\mid x\geqslant 3\}$，则 $M\cap(\complement_{\mathbf{R}} N)=$ （　　）

(A) $\varnothing$.　(B) $\{x\mid -2\leqslant x<3\}$.

(C) $\{x\mid x<3\}$.　(D) $\{x\mid -2\leqslant x<1\}$.

5. 已知全集 $U=\mathbf{Z}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x\leqslant 1\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$________.

6. 已知下列四个命题：

① $\complement_U A=\{x\mid x\notin A\}$；

② $\complement_U\varnothing=U$；

③若 $S=\{C\mid C$ 为三角形$\}$，$A=\{C\mid C$ 为钝角三角形$\}$，则 $\complement_S A=\{C\mid C$ 为锐角三角形$\}$；

④若 $U=\{1,2,3\}$，$A=\{2,3,4\}$，则 $\complement_U A=\{1\}$.

其中真命题是________.

7. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，且 $A=\{2,3,4\}$，$B=\{1,2\}$，则 $A\cup(\complement_U B)=$________.

8. 若集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，当全集 U 分别取下列集合时，求 $\complement_U A$.

（1）$U=\mathbf{R}$.

（2）$U=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$.

9. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x>1\}$，$B=\{x\mid x+a<0\}$，$B\subsetneqq\complement_U A$，求实数 a 的取值范围.

发展提高

10. 已知全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$，$A=\{a,b\}$，$B\subsetneqq\complement_U A$，则满足条件的集合 B 的个数是 （　　）

(A) 5.　(B) 6.　(C) 7.　(D) 8.

11. 设全集$U=\{0,1,2,3,4\}$,集合$A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ (　　)
(A) $\{0\}$.　(B) $\{0,1\}$.
(C) $\{0,1,4\}$.　(D) $\{0,1,2,3,4\}$.

12. 已知全集$U=\mathbf{R}$,$A=\{x|-4\leqslant x<1\}$,$B=\{x|-1<x\leqslant 3\}$,$C=\{x|x\leqslant 0$,或$x\geqslant 2\}$,则$A\cap B=$________,$A\cap B\cap(\complement_U C)=$________.

13. 已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A\cap B=\{3\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,4\}$,求集合$A$和集合$B$.

14. 已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{x|x^2-5x+q=0\}$,$A\subseteq U$,求$\complement_U A$及q的值.

高考链接

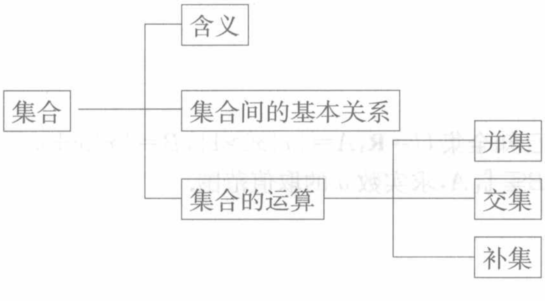
15. (2008·浙江卷)已知全集$U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x>0\}$,$B=\{x|x\leqslant -1\}$,则$(A\cap\complement_U B)\cup(B\cap\complement_U A)=$ (　　)
(A) $\varnothing$.
(B) $\{x|x\leqslant 0\}$.
(C) $\{x|x>-1\}$.
(D) $\{x|x>0$或$x\leqslant -1\}$.

16. (2008·陕西卷)已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$,集合$A=\{x|x^2-3x+2=0\}$,$B=\{x|x=2a,a\in A\}$,则集合$\complement_U(A\cup B)$中元素的个数为 (　　)
(A) 1.　(B) 2.　(C) 3.　(D) 4.

17. (2007·福建卷)已知集合$A=\{x|x<a\}$,$B=\{x|1<x<2\}$,且$A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$,则实数$a$的取值范围是 (　　)
(A) $a\leqslant 1$.　(B) $a<1$.　(C) $a\geqslant 2$.　(D) $a>2$.

复习小结(1)

知识网络



名师点拨

与集合有关的问题应注意以下几点:

(1) 掌握构成集合的两个必要条件:一是研究对象是具体的;二是其属性是确定的.

(2) 在判断给定对象能否构成集合时,注意它的"确定性".在表示一个集合时,注意它的"互异性".

(3) 集合运算的常用方法是充分利用数轴和Venn图.

(4) 理解集合中代表元素的含义,若代表元素是用坐标形式表示的,要认清满足条件的点集所构成的图形.

(5) 若集合中有参数,需对参数进行分类讨论,不要遗漏空集的情形.

典例剖析

例1 已知全集$U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x^2+px+12=0\}$,$B=\{x|x^2-5x+q=0\}$.若$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$,$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$,求$A\cup B$.

解题思路 集合A,B均为方程的解集,可从$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$和$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$求出$p$,$q$,从而求出集合$A$,$B$,即可求出$A\cup B$.

解 由$(\complement_U A)\cap B=\{2\}$,得$2\in B$,且$2\notin A$.由$(\complement_U B)\cap A=\{4\}$,得$4\in A$,且$4\notin B$.

从而可得$\begin{cases}4^2+4p+12=0,\\2^2-5\times2+q=0.\end{cases}$ ∴ $p=-7,q=6$.

∴ $A=\{3,4\},B=\{2,3\}$. ∴ $A\cup B=\{2,3,4\}$.

例 2 设集合$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+2=0\}$. 若$A\cup B=A$，求实数a的值组成的集合.

解题思路 易知$A=\{1,2\}$. 由$A\cup B=A$，得$B\subseteq A$. 对B分四种可能的情况进行讨论.

解 $A=\{1,2\}$.

∵ $A\cup B=A$， ∴ $B\subseteq A$，

∴ B可能为$\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\}$.

(1) 若$B=\{1,2\}$，则易得$a=3$.

(2) 若$B=\{1\}$，则方程$x^2-ax+2=0$有两个相等的实数根1，不合题意，舍去.

(3) 若$B=\{2\}$，则方程$x^2-ax+2=0$有两个相等的实数根2，不合题意，舍去.

(4) 若$B=\varnothing$，则$\Delta<0$， ∴ $-2\sqrt{2}<a<2\sqrt{2}$.

综上所述，实数a的值组成的集合为

$\{a\mid -2\sqrt{2}<a<2\sqrt{2}$，或$a=3\}$.

注 意

易忽略对$B=\varnothing$的特殊情况的讨论.

例 3 已知集合$M=\left\{x\,\middle|\,x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}$，$P=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}$，求$M,N,P$之间的关系.

解题思路 先把集合中的表达式转化成同一种形式，然后从中寻找它们之间的关系.

解 对于集合M，$x=m+\frac{1}{6}=\frac{6m+1}{6}$，$m\in\mathbf{Z}$；

对于集合N，$x=\frac{3n-2}{6}=\frac{3(n-1)+1}{6}$，$n\in\mathbf{Z}$；

对于集合P，$x=\frac{3p+1}{6}$，$p\in\mathbf{Z}$.

由于$3(n-1)+1$和$3p+1$均表示被3除余1的整数，而$6m+1$表示被6除余1的整数，从而有$M\subsetneqq N=P$.

例 4 (1) 已知集合$P=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，求$P\cap Q$.

(2) 已知集合$P=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{x\mid x=y^2+1,y\in\mathbf{R}\}$，求$P\cap Q$.

(3) 已知集合$P=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\mid y=x+2,x\in\mathbf{R}\}$，求$P\cap Q$.

(4) 已知集合$P=\{(x,y)\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{(x,y)\mid y=x+2,x\in\mathbf{R}\}$，求$P\cap Q$.

解题思路 (1)、(2)、(3)均表示数集，即为函数的值域，(4)表示点集.

解 (1) $P=\{y\mid y\geqslant0\}$，$Q=\{y\mid y\geqslant1\}$，

故$P\cap Q=\{y\mid y\geqslant1\}$.

(2) $P=\{y\mid y\geqslant0\}$，$Q=\{y\mid y\geqslant1\}$，

故$P\cap Q=\{y\mid y\geqslant1\}$.

(3) $P=\{y\mid y\geqslant0\}$，$Q\in\mathbf{R}$，

故$P\cap Q=\{y\mid y\geqslant0\}$.

(4) 由$\begin{cases}y=x^2,\\y=x+2,\end{cases}$解得$\begin{cases}x_1=2,\\y_1=4,\end{cases}$或$\begin{cases}x_2=-1,\\y_2=1.\end{cases}$

∴ $P\cap Q=\{(2,4),(-1,1)\}$.

同步训练

理解巩固

1. 已知集合$A=\{x\mid 2x<3\}$，$B=\{x\mid -3<x<2\}$，则$A\cap B=$ ( )

(A) $\left\{x\,\middle|\,-3<x<\frac{3}{2}\right\}$. (B) $\{x\mid 2<x<3\}$.

(C) $\{x\mid -3<x<3\}$. (D) $\{x\mid x<2\}$.

2. 已知集合$M=\{1,3,t\}$，$N=\{t^2-t+1\}$. 若$M\cap N=N$，则t的可能值是 ( )

(A) $t=2$. (B) $t=1$.

(C) $t=2$，或$t=\pm1$. (D) $t=\pm1$.

3. 定义集合的一种运算：$A-B=\{x\mid x\in A$，且$x\notin B\}$. 若$M=\{1,2,3,4,5\}$，$N=\{2,3,6\}$，则$N-M=$ ( )

(A) M. (B) N.

(C) $\{1,4,5\}$. (D) $\{6\}$.

4. 已知集合$A=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，又$a\in A$，$b\in B$，则有 ( )

(A) $a+b\in A$.

(B) $a+b\in B$.

(C) $a+b\in C$.

(D) $a+b\notin A,B,C$中任一个.

5. 设集合$A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$只有一个元素，则$a=$________.

6. 已知集合$A=\{1,4,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且$A\cap B=B$，则$x=$________.