

· 动感地带中学生学习指导丛书 ·

五味数学

初二

M-ZONE
动感地带
我的地盘 听我的

课堂内外
OPEN CLASS

课堂内外杂志社 编



· 动感地带中学生学习指导丛书 ·

五味数学

初二



课堂内外
Open Class

课堂内外杂志社 编



重庆出版集团  重庆出版社

图书在版编目(CIP)数据

五味数学·初二/课堂内外杂志社编. —重庆: 重庆出版社, 2008.8

(动感地带中学生学习指导丛书)

ISBN 978-7-5366-9993-9

I. 五… II. 课… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 126953 号

五味数学·初二

WUWEI SHUXUE·CHUER

课堂内外杂志社 编

出 版 人: 罗小卫

责任编辑: 鲁 黎

封面设计: 唐小慧 李 妮

版式设计: 万娇娇



重庆出版集团 出版
重庆出版社

重庆市长江二路 205 号 邮政编码: 400016 <http://www.cqph.com>

重庆华林印务有限公司印刷

重庆市天下图书有限责任公司发行

重庆市渝中区双钢路 3 号科协大厦 14 楼 邮政编码: 400013

全国新华书店经销

开本: 787mm × 1 092mm 1/16 印张: 13 字数: 402 千字

版次: 2008 年 8 月第 1 版 印次: 2008 年 8 月第 1 次印刷

书号: ISBN 978-7-5366-9993-9

定价: 120.00 元(全四册)

如有印装质量问题, 请向重庆市天下图书有限责任公司调换: 023-63658950

版权所有, 侵权必究



前 言

为了帮助中学生学好各科知识,全面提升中学生的综合素质和综合能力,反映时尚的校园生活,我们专门为中学生量身打造了一套“动感地带中学生学习指导丛书”。

丛书从初中到高中按年级编排,适合每个年级的中学生阅读和使用。我们邀请了数十名多年战斗在一线的、具有丰富教学经验的重点中学高级教师,按照每个年级学科新课标的要求,根据学科知识点的重点和难点来进行编写。讲解精辟,例题经典,对学生学好学科知识有很大的帮助。

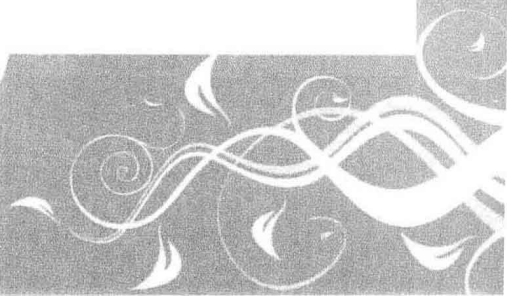
丛书是专门为中学生打造的一套学习指导丛书,每个年级主要包括《三味语文》《五味数学》《七味英语》,以及反映校园生活的《时尚校园》。《三味语文》着重对学生进行人文素养、阅读素养、写作素养三个方面的训练和培养;《五味数学》着重对学生进行分析、理解、演算、推理、应用五种数学思维能力的训练;《七味英语》主要提高中学生英语的读、写、听、说、记、译、灵活运用七个方面的能力;《时尚校园》主要包括“奇思妙想”“快乐大本营”“同龄生态”“心灵氧吧”等内容。

初二年级学生适应了校园生活,又没有初三的升学压力。初二年级套书着重培养学生的学习兴趣,强化他们的动手动脑能力。

“动感地带中学生学习指导丛书”在注重对中学生进行学科指导的基础上,还注重对中学生进行各方面能力的培养和训练,是一套内容丰富有趣、形式生动活泼,指导性和实用性都很强的图书,对全面提高中学生的综合素质和综合能力有很大的帮助。

编 者

2008年7月





目 录

第 11 章 全等三角形	1	第 1 节 整式的乘除	98
第 1 节 全等三角形	1	第 2 节 因式分解	108
第 2 节 三角形全等的判定	6	参考答案	116
第 3 节 角的平分线的性质	14	第 16 章 分 式	119
参考答案	19	第 1 节 分式及运算	119
第 12 章 轴对称	26	第 2 节 分式方程	129
第 1 节 轴对称及轴对称变换	26	参考答案	135
第 2 节 等腰三角形	38	第 17 章 反比例函数	139
参考答案	48	参考答案	148
第 13 章 实 数	55	第 18 章 勾股定理	151
第 1 节 平方根和立方根	55	参考答案	159
第 2 节 实数和二次根式	65	第 19 章 四边形	161
参考答案	74	第 1 节 平行四边形	161
第 14 章 一次函数	77	第 2 节 特殊的平行四边形	168
第 1 节 一次函数	77	第 3 节 梯形	175
第 2 节 用函数的观点看方程(组)		参考答案	183
与不等式	88	第 20 章 数据的分析	190
参考答案	95	参考答案	200
第 15 章 整式的乘除与因式分解	98		



第11章 全等三角形

笔记



新课标要求

1. 明确全等形、全等三角形的概念.
2. 能够准确辨认全等三角形的对应顶点、对应角、对应边.
3. 掌握判定三角形全等的五个方法(SSS、SAS、ASA、AAS、HL), 会用它们判断两个三角形全等.
4. 掌握角平分线的性质, 会用尺规作图的方法画一个角的平分线.
5. 通过本章的学习, 逐步学会分析证明几何命题的思路, 认识特殊与一般的关系, 提高逻辑思维能力及分析问题、解决问题的能力.

第1节 全等三角形



知识要点

1. 全等形

能够完全重合的两个图形叫做全等形.

2. 全等三角形

能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

(1) 互相重合的顶点叫做对应顶点, 互相重合的边叫做对应边, 互相重合的角叫做对应角.

(2) 在书写两个三角形全等时, 通常把对应顶点的字母写在对应位置上, 这样容易写出对应边、对应角. 例如, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等, 点 A 与点 D , 点 B 与点 E , 点 C 与点 F 是对应顶点, 记作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 而不是写作 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ 等



其他形式.

3. 全等三角形的性质

全等三角形的对应边相等、对应角相等.



巧思妙解

例 1 如图 11-1-1 是 5 个全等的正六边形 A、B、C、D、E, 仔细观察 A、B、C、D 四个图案, 其中与 E 图案完全相同的是()

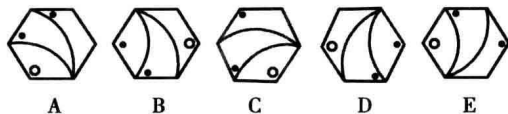


图 11-1-1

答案:C.

点评: 观察图形, 主要观察“。”与“·”的分布是否一致, 从“形”上判断是否为全等图形.

例 2 下列判断中错误的是()

- A. 有两角和一边对应相等的两个三角形全等
- B. 有两边和一角对应相等的两个三角形全等
- C. 有两边和其中一边上的中线对应相等的两个三角形全等
- D. 有一边对应相等的两个等边三角形全等

答案:B.

点评: 由三角形全等的判定方法知: 有两边和一角对应相等的两个三角形不一定全等.

例 3 如图 11-1-2 所示, $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转, 若 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 问:

(1) 顺时针旋转多少度时, 旋转后的 $\triangle A'B'C'$ 的顶点 C' 与原三角形 ABC 的顶点 B 和 A 在同一直线上?

(2) 再继续旋转多少度时, 旋转后的 $\triangle A'B'C'$ 的顶点 C' 与原三角形 ABC 的顶点 C、A 在同一直线上(原 $\triangle ABC$ 是指开始的位置)?

答案: (1) 旋转角 $= \angle CAB = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$ 时, A、C'、B 在同一直线上.

(2) 再继续旋转 $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, C、A、C' 在同一直线上.

点评: 旋转前后的两个三角形全等是解答本题的要点, 解答本题的关键是找出旋转的角与哪个角相等.

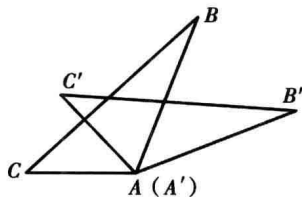


图 11-1-2





例 4 如图 11-1-3, 已知 $CD \perp AB$, $BE \perp AC$, 垂足分别为 D, E , BE, CD 交于点 O , 且 AO 平分 $\angle BAC$, 那么图中全等三角形共有 _____ 对.

答案: 4.

点评: 在图 11-1-3 中, 全等三角形有 ① $\triangle AOD \cong \triangle AOE$; ② $\triangle AOB \cong \triangle AOC$; ③ $\triangle OBD \cong \triangle OCE$; ④ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 共 4 对.

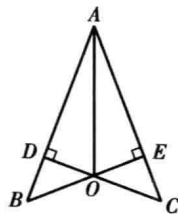


图 11-1-3

例 5 如果 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle DEF$ 的周长是 32 cm, $DE = 9$ cm, $EF = 12$ cm, 求 AB, BC, AC 及 $\triangle ABC$ 的周长.

解: $\because \triangle DEF$ 的周长是 32 cm, $\therefore DE + EF + DF = 32$ cm.

又 $\because DE = 9$ cm, $EF = 12$ cm. $\therefore 9 + 12 + DF = 32$, $\therefore DF = 11$ cm.

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\therefore AB = DE = 9$ cm, $BC = EF = 12$ cm, $AC = DF = 11$ cm.

$\therefore \triangle ABC$ 的周长 $= AB + BC + AC = 9 + 12 + 11 = 32$ (cm).

点评: 此题考查全等三角形的性质. 全等三角形的性质包括: (1) 全等三角形的对应边相等; (2) 全等三角形的对应角相等; (3) 全等三角形的周长相等; (4) 全等三角形的面积相等; (5) 全等三角形中, 对应边上的中线、高线、对应角的角平分线也分别相等.

例 6 如图 11-1-4 所示, $\triangle ABC \cong \triangle BAD$, 点 A 和点 B 、点 C 和点 D 分别是对应顶点, 如果 $AB = 6$ cm, $BD = 7$ cm, $AD = 4$ cm, 那么 BC 的长为 ()

A. 6 cm

B. 5 cm

C. 4 cm

D. 不能确定

答案: C.

点评: 求线段长度可根据全等三角形的性质解决, 找准全等三角形的对应边.

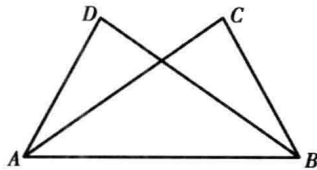


图 11-1-4



明辨是非

例 1 如图 11-1-5 所示, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle C$, 写出其他的对应边和对应角.

解题思路: 根据全等三角形的定义和性质确定对应顶点, 再根据对应顶点找对应边和对应角.

正确解答: AB 与 AC , BE 与 CD , AE 与 AD 是对应边, $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 是对应角.

易错警示: 本题涉及全等三角形的对应点, 对应边, 对应角. 在本题中, 对应点的确定由已知条件 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 即可分析入手, 不能将对应点错解成: B —

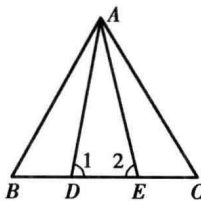


图 11-1-5

$D, E - C$.

例 2 如图 11-1-6 所示, 用 8 块相同的长方形地砖拼成一个矩形, 则每个长方形地砖的面积是()

- A. 200 cm^2 B. 300 cm^2
C. 600 cm^2 D. $2\,400 \text{ cm}^2$

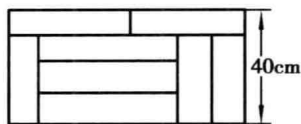


图 11-1-6

解题思路: 图中有 8 个相同的长方形. 因为全等图形的对应边相等, 所以, 8 个长方形的宽相等. 设长方形的宽为 $x \text{ cm}$, 由图 11-1-6 可知矩形的宽等于 4 个长方形的宽. 即 $4x = 40, x = 10$, 矩形的宽等于长方形的宽加上长.

设长方形的长为 $y \text{ cm}$, $\therefore x + y = 40, \therefore y = 30$.

故长方形的面积 $= 30 \times 10 = 300 (\text{cm}^2)$.

正确解答: B.

易错警示: 在图形中找出长方形的长、宽和矩形的宽之间的数量关系是解决本题关键.



1. 下列说法中正确的个数有()

- ①全等三角形的对应边相等. ②全等三角形对应角相等.
③全等三角形的周长相等. ④周长相等的两个三角形全等.
⑤全等三角形的面积相等. ⑥面积相等的两个三角形全等.

- A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

2. 如图 11-1-7 所示, $\triangle ABC \cong \triangle AEF$, AB 与 AE , AC 与 AF 是对应边, 那么 $\angle EAC$ 等于().

- A. $\angle ACB$ B. $\angle BAF$ C. $\angle CAF$ D. $\angle BAC$

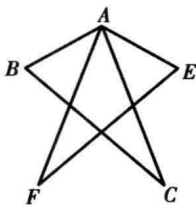


图 11-1-7

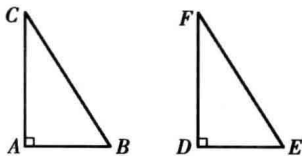


图 11-1-8

3. 已知, 如图 11-1-9, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 若 $\angle A = 90^\circ, AB = 3, AC = 4$, 则 $\triangle EDF$ 的面积为()

- A. 3 B. 12 C. 6 D. 8

4. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 全等, $\angle B$ 与 $\angle C'$, $\angle C$ 与 $\angle B'$ 是对应角. 有下列四个命题: ① $BC = C'B'$; ② $\angle C$ 的平分线与 $\angle B'$ 的平分线相等; ③ AC 边上的高与 $A'B'$ 边上的高相等; ④ AB 边上的中线与 $A'B'$ 边上的中线相等. 其中正确的个数有()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 如图 11-1-9, $\text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle EFC$, 并且 $CF = 5\text{cm}$, $\angle EFC = 52^\circ$, 则 $BC =$ _____, $\angle A =$ _____.

6. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 若 $\triangle ABC$ 的周长为 22, $AB = 8$, $BC = 7$, 则 $DE =$ _____, $EF =$ _____, $DF =$ _____.

7. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 48^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $EF = 13$, 则 $\angle F =$ _____, $BC =$ _____.

8. 已知 $\triangle DEF \cong \triangle MNP$, 且 $EF = NP$, $\angle F = \angle P$, $\angle D = 48^\circ$, $\angle E = 52^\circ$, $MN = 12\text{cm}$, 求 $\angle P$ 的度数及 DE 的长.

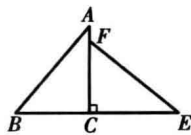


图 11-1-9



9. 如图 11-1-10, $\triangle BEF \cong \triangle MEF$, E 点为 BC 上一点, EN 是 $\angle MEC$ 的平分线, 试求 $\angle FEN$ 的度数.

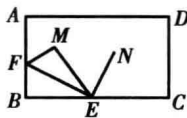


图 11-1-10

10. 如图 11-1-11 所示, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, BC 的延长线交 AD 于 F , 交 DE 于 G . $\angle CAD = 10^\circ$, $\angle B = \angle D = 25^\circ$, $\angle EAB = 120^\circ$, 求 $\angle DFB$ 和 $\angle DGB$ 的度数.

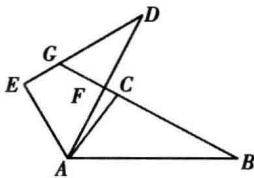


图 11-1-11

11. 如图 11-1-12 所示, $\triangle ABF \cong \triangle CDE$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle BAE = \angle CDF = 20^\circ$, 求 $\angle EFC$ 的度数.

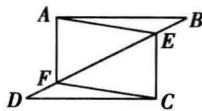


图 11-1-12



1. 如图 11-1-13 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, 以点 C 为中心, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转 θ 角到 $\triangle A_1B_1C$ 的位置(旋转过程中, 保持 $\triangle ABC$ 的形状、大

小不变),使 B 点恰好落在 A_1B_1 上. 求旋转角 θ (用 α 表示).

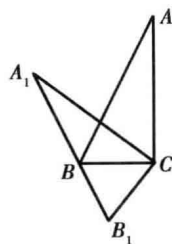


图 11-1-13

2. 如图 11-1-14, 你能否通过全等变换, 得到图①、②、③、④、⑤? 并指明如何变换.

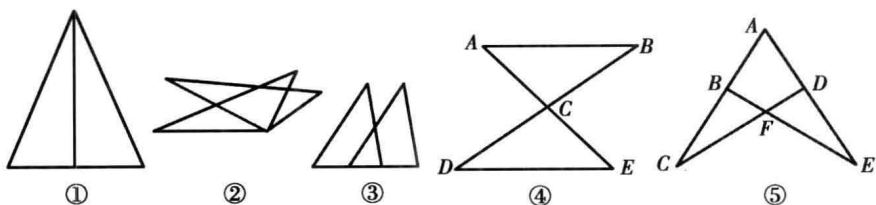


图 11-1-14

第 2 节 三角形全等的判定



1. 全等三角形的性质

全等三角形的对应边相等、对应角相等.

2. 全等三角形的定理

(1) 边角边公理: 有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等 (可以简写成“边角边”或“SAS”).

(2) 角边角公理: 有两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等 (可以简写成“角边角”或“ASA”).

(3) 边边边公理: 三边对应相等的两个三角形全等 (可以简写成“边边边”或“SSS”).



3. 如何选定判定方法

(1) 条件是一边、一角对应相等时,可选定 SAS、AAS、ASA.

(2) 条件是两角对应相等时,可选定 ASA、AAS.

(3) 条件是两边对应相等时,可选定 SAS、SSS.



巧思妙解

例 1 如图 11-2-1 所示,已知 $AC = BD$,要使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$,只需增加的一个条件是_____.

解析:根据三角形全等判定条件“SSS”,可推知应增加一条边对应相等.

答案:只需增加 $AB = DC$.

点评:一定要弄清判定三角形全等的条件.

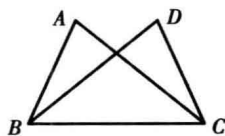


图 11-2-1

例 2 已知,如图 11-2-2 所示, $AD \parallel BC$, $AD = BC$, $AE = CF$,求证: $DE \parallel BF$.

解析:欲证 $DE \parallel BF$,需证 $\angle E = \angle F$,而 $\angle E$ 和 $\angle F$,既分别在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,又分别在 $\triangle ECD$ 和 $\triangle FAB$ 中.因此我们可以先证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$.

证明: $\because AD \parallel BC$ (已知)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行,内错角相等)

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ (等角的补角相等)

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \text{ (已知)} \\ \angle 3 = \angle 4 \text{ (已知)} \\ AE = CF \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (SAS)

$\therefore DE \parallel BF$ (内错角相等,两直线平行)

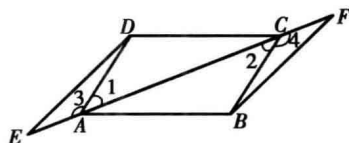


图 11-2-2

点评:要证明相等的线段或角分别在两组以上的可能全等的三角形中,就应分析在哪对三角形中最好,一般我们选用具备条件多的一对三角形进行证明.

例 3 如图 11-2-3 所示,在 $\triangle ABC$ 中, BE 、 CF 分别是 AC 、 AB 边上的高,在 BE 的延长线上截取 $BM = AC$,在 CF 延长线上截取 $CN = AB$,求证:(1) $AM = AN$;
(2) $AM \perp AN$.

解析: $\because BM \perp AC$, $CN \perp AB$, $\therefore \angle ABM$ 和 $\angle ACN$ 同是 $\angle BAC$ 的余角,即 $\angle ABM = \angle ACN$,由已知条件可证 $\triangle ABM \cong \triangle NCA$,从而证明 $AM = AN$,利用余角证: $AM \perp AN$.

解:证明(1) $\because BE$ 、 CF 为 $\triangle ABC$ 的两条高,

$\therefore \angle AFC = \angle AEB = 90^\circ$ (垂直定义)

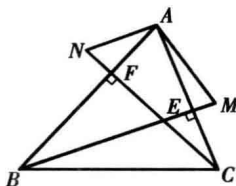


图 11-2-3

$$\therefore \angle BAC + \angle ABE = \angle BAC + \angle ACF = 90^\circ$$

即 $\angle ABE = \angle ACF$, 在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle NCA$ 中,

$$\begin{cases} AB = NC (\text{已知}) \\ \angle ABM = \angle NCA (\text{已知}) \therefore \triangle ABM \cong \triangle NCA (\text{SAS}) \\ MB = AC (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore AM = AN$ (全等三角形对应边相等)

$$(2) \because \angle N + \angle NAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM + \angle NAF = 90^\circ, \therefore \angle NAM = 90^\circ$$

即 $AM \perp AN$.

点评:在证明 $AM = AN$ 时要找准 AM 、 AN 所在三角形,在证明时要注意垂直条件的应用.



例 4 某工厂在一种机械上安装一种零件,其路线图大致如图 11-2-4 所示,已知 A 、 B 距离与 A 、 C 距离相等, $\angle BAC = 90^\circ$, $EC \perp BC$, $EC = BD$, $DE = FE$,试说明装完零件后所形成的 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

解析:由已知得到 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,即 $\angle B = \angle ACB = 45^\circ$,又由 $CE \perp BC$,所以 $\angle ACE = 45^\circ$,再由 $BD = CE$,即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$.

证明: $\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC$,

又 $\because EC \perp BC$,

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC (\text{已知}), \\ \angle B = \angle ACE = 45^\circ (\text{已证}), \\ BD = CE (\text{已知}), \end{cases}$$

故 $\triangle ADB \cong \triangle ACE (\text{SAS})$.

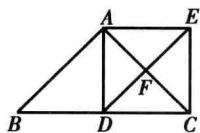


图 11-2-4

例 5 如图 11-2-5 所示,点 C 在直线 MN 上, $\angle ACB = 90^\circ$, $AM \perp MN$, $BN \perp MN$, $AC = BC$,求证: $MN = AM + BN$.

解析:要使 $MN = AM + BN$,应证出 $\triangle AMC \cong \triangle CNB$,再利用“角角边”证明.

证明: $\because AM \perp MN$,

$$\therefore \angle MAC + \angle ACM = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle BCN = 90^\circ.$$

则有 $\angle MAC = \angle NCB$.

在 $\triangle AMC$ 和 $\triangle CNB$ 中,

$$\begin{cases} \angle MAC = \angle NCB (\text{已证}), \\ AM \perp MN, BN \perp MN, \text{即} \angle AMC = \angle CNB = 90^\circ, \\ AC = BC (\text{已知}), \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMC \cong \triangle CNB (\text{AAS})$.

则有 $AM = CN$, $MC = BN$ (全等三角形的对应边相等).

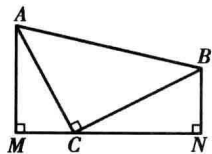


图 11-2-5



则 $NC + CM = AM + BN$,

即 $MN = AM + BN$,

例 6 如图 11-2-6 所示, AD 、 BC 相交于点 O , 且 $OA = OC$, $OB = OD$, EF 过点 O , 分别交 AB 、 CD 于 E 、 F , 且 $\angle AOE = \angle COF$, 求证: $OE = OF$.

解析: 如果 $OE = OF$, 则应有 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ 或 $\triangle EOB \cong \triangle FOD$.

证明: $\because OA = OC, \angle AOB = \angle COD, OB = OD$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ (SAS).

则 $\angle A = \angle C$ (全等三角形的对应角相等).

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \text{ (已证)}, \\ OA = OC \text{ (已知)}, \\ \angle EOA = \angle FOC \text{ (已知)}, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA).

故 $OE = OF$ (全等三角形对应边相等).

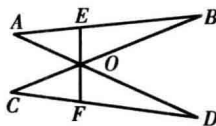


图 11-2-6

例 7 已知, 如图 11-2-7, 点 B 、 F 、 C 、 E 在同一直线上, AC 、 DF 相交于点 G , $AB \perp BE$, 垂足为 B , $DE \perp BE$, 垂足为 E , 且 $AB = DE$, $BF = CE$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 求证: $GF = GC$.

证明: (1) $\because BF = CE, \therefore BF + FC = CE + FC$, 即 $BC = EF$

又 $\because AB \perp BE, DE \perp BE, \therefore \angle B = \angle E = 90^\circ$

又 $\because AB = DE, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$.

(2) $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF, \therefore \angle ACB = \angle DFE$

$\therefore GF = GC$.

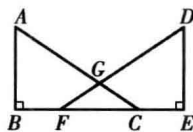


图 11-2-7



例 1 如图 11-2-8, D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上一点, E 是 AD 上一点, $EB = EC$, $\angle ABE = \angle ACE$, 试证明 $\angle BAE = \angle CAE$.

错解: 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AEC$ 中, $\begin{cases} EB = EC, \\ \angle ABE = \angle ACE, \\ AE = AE \end{cases}$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AEC$. 即 $\angle BAE = \angle CAE$.

正确解答: 在 $\triangle BEC$ 中, $\because BE = CE, \therefore \angle EBC = \angle ECB$. 又 $\because \angle ABE =$

$\angle ACE, \therefore \angle ABC = \angle ACB. \therefore AB = AC$. 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AEC$ 中, $\begin{cases} AE = AE, \\ BE = CE, \\ AB = AC \end{cases}$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AEC. \therefore \angle BAE = \angle CAE$.

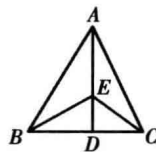


图 11-2-8

易错警示:本题错在两个三角形全等用了“边边角”的条件来判定,这是不正确的.因为有两边及其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等.

例 2 如图 11-2-9 所示,若 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $AC = 17$ cm; 如图 11-2-10 所示,若 $\triangle DEF$ 的 $\angle D = 70^\circ$, $\angle E = 80^\circ$, $DE = 17$ cm,那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等吗?为什么?

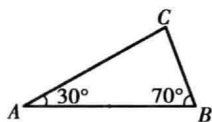


图 11-2-9

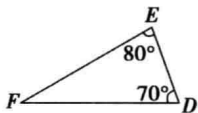


图 11-2-10

解题思路: AC 是 $\angle B$ 的对边, DE 是 $\angle F$ 的对边,而 $\angle B \neq \angle F$,所以这两个三角形不全等.

正确解答: $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 不全等,因为相等的两边不是相等的两角的对边,不符合全等三角形的识别法.

例 3 已知:如图 11-2-11 所示, $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$,

求证: $\triangle ABC \cong \triangle BAD$.

解题思路:在待证的两个三角形中,已知条件已经给出一对边,一对角相等,由图形已知可得一组公共边对应相等,并且恰好是 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 所夹的边,满足 SAS,故可证.

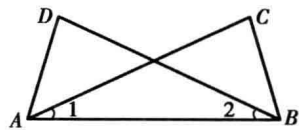
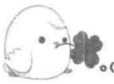


图 11-2-11

正确解答:证明:在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BAD$ 中
$$\begin{cases} AC = BD \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AB = BA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD$ (SAS)

易错警示:在书写证明过程时,注意不要把条件写混了,等式左边的三个元素应在一个三角形中,如: AC , $\angle 1$, AB , 右边三个元素在第二个三角形中,如: BD , $\angle 2$, BA 等.



能力提升

1. 如图 11-2-12 所示, $\angle C = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$, AC 与 BD 交于 E 点,则有下列结论: (1) $\angle DAE = \angle CBE$; (2) $CE = DE$; (3) $\triangle DAE$ 与 $\triangle CBE$ 不全等; (4) $\triangle AEB$ 是等腰三角形,其中正确的有().

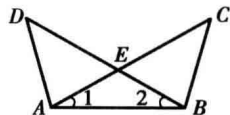


图 11-2-12

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 如图 11-2-13 所示, D 在 AB 上, E 在 AC 上,且 $\angle B = \angle C$,那么补充下面一个条件后,仍无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是().

- A. $AD = AE$ B. $\angle AEB = \angle ADC$ C. $BE = CD$ D. $AB = AC$

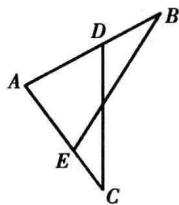


图 11-2-13

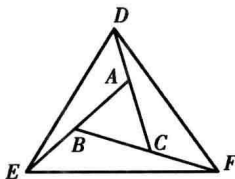


图 11-2-14

3. 如图 11-2-14, 在正 $\triangle ABC$ 中, 将各边长分别延长一段且 $AD = BE = CF$, 则 (1) 在 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BEF$ 与 $\triangle CFD$ 中.

$\because AD = BE = CF$. 而 $AE = AB + BF$, $BF = BC + CF$, $CD = AC + AD$

$\therefore$ _____

$\therefore \angle DAE = \angle EBF = \angle FCD =$ _____

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BEF \cong \triangle CFD$ ().

(2) $\triangle DEF$ 是何种三角形? _____.

4. 如图 11-2-15 所示, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, $\angle 3 =$ _____.

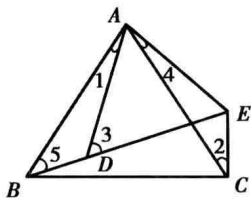


图 11-2-15

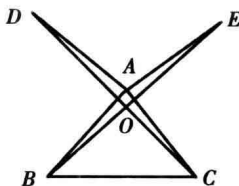


图 11-2-16

5. 如图 11-2-16 所示, $DA \perp AB$, $EA \perp AC$, $AB = AD$, $AC = AE$, BE 和 CD 相交于 O , 则 $\angle DOE$ 的度数是 _____.

6. 已知, 如图 11-2-17, $AB \parallel ED$, 点 F 、 C 在 AD 上, $AB = DE$, $AF = DC$. 求证: $BC = EF$.

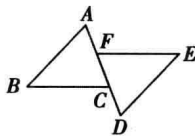


图 11-2-17

7. 已知: 如图 11-2-18, OP 是 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 的平分线, $OA = OC$, $OB = OD$. 求证: $AB = CD$.

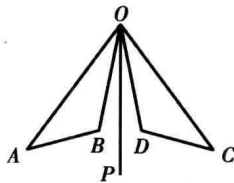


图 11-2-18



8. 如图 11-2-19 所示,太阳光线 AC 和 $A'C'$ 是平行的,同一时刻两个建筑物在太阳下的影子一样长,那建筑物是否一样高? 说明理由.

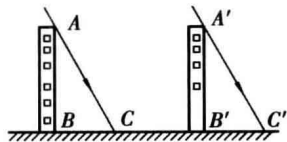


图 11-2-19

9. 已知如图 11-2-20 所示, $\angle B = \angle ACB$, E 为 AB 上的一点, F 是 AC 延长线上的一点,且 $BE = CF$, EF 交 BC 于点 D . 求证: $DE = DF$.

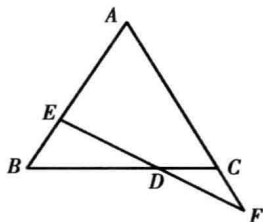


图 11-2-20

10. 已知如图 11-2-21 所示,已知 $AB = AC$, E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点,且 $AF \perp BD$ 交 BD 的延长线于 F , $AG \perp CE$ 交 CE 的延长线于 G . 试判断 AF 和 AG 是否相等,并说明理由.

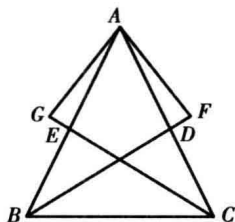


图 11-2-21

11. 已知如图 11-2-22 所示, $AB = AC$, 点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上, $AG \perp BD$, $AF \perp CE$, 垂足分别为 G 、 F , 且 $AG = AF$, EC 、 BD 交于 O . 求证 $BO = CO$.

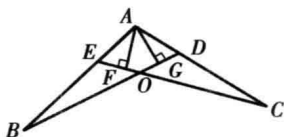


图 11-2-22

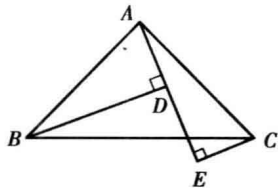


图 11-2-23

12. 已知如图 11-2-23 所示, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, AE 是过 A 点的一条直线, 且 B 、 C 在 AE 的两侧, $BD \perp AE$ 于 D , $CE \perp AE$ 于 E . 求证: $BD = DE + CE$.

