

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



# 图解 新教材

九年级数学(下)

上海科技版

总主编 钟山

读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司



辽海出版社



# 《图解新教材》的学习与考试原理

## ——引导一场学习的新革命

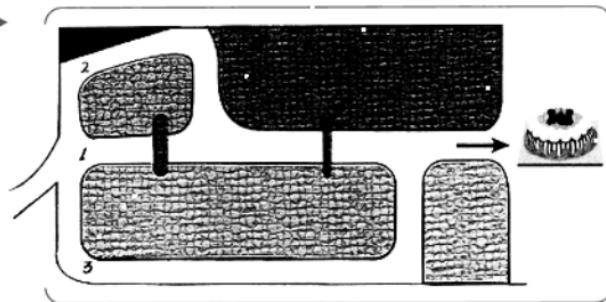
每一个孩子的成长都是在学习中完成的，但是，很少有学生能够真正理解什么是学习。心理学家加涅把学习概括为学什么、为什么学和怎样学。加涅指出，只有明确了学习的原理，才能够达到预期的学习效果。

### 学什么？

#### 认知地图与目标学习

心理学家托尔曼对几只小白鼠做过这样一个迷津试验

(如图) ▶



#### 试验

托尔曼把小白鼠分为三组，共同训练它们走迷津。

1. A组在正常条件下训练，每次到达目的地都能得到食物。
2. B组在训练的前期没有得到食物，到训练的后期得到食物。
3. C组始终没有得到食物。

#### 结果

1. A组学习效果稳步提升。
2. B组学习效果在获得食物的奖励后突然提升。
3. C组学习效果始终没有变化。

#### 表明

三组小白鼠的学习情境相同，差别是有没有食物强化。C组小白鼠没有受到强化的时候也在学习，但学习结果没有表现出来，是“潜在学习”。

#### 得出

强化不是学习所必需的，但目标对于学习格外重要。没有目标，学习的结果就不能明显地体现在外现的行为中。



《图解新教材》将目标作为每一章节体系的重  
点，帮助学生树立目标意识。

# 为什么学?

## 建构主义：我们与知识的互动关系



### 学习能够促进大脑发育

罗森·茨威格(Rosenzweig, M. R.)研究表明，接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比，在4~10周中，前者大脑皮层的重量与厚度增加，神经胶质细胞数量增多，神经突触增大或增多，乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高，核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响，瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为，学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

《图解新教材》沿用建构的学习理论，在编写过程中，不是单一地对学生灌输知识，而是注重学生自身的知识经验，注重知识的相互作用和转换的过程，引导学生自发学习。

### 学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间反复的、双向的交互作用，不断地调整和形成自己的新知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明：人与知识之间是一个双向互动的关系，即学习是人的一种需要。

### 学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断的学习过程之中，不管这种学习过程是显性的还是隐性的。教育学家认为，个体存在有两个基本条件：一是个体对知识的持续积累；二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以，人要在社会群体中生存，必须不断学习，只是这种学习的表现形式有所不同而已。

# 怎样学?

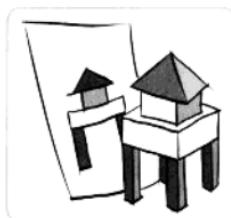
## 学习就像搭积木

### 《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



2

学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



3

利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



怎样学习才能举一反三？

要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



### 学习要举一反三

#### 学习迁移发生的主要条件

##### ① 条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

##### ② 条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘除法产生干扰。

##### ③ 条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学习共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

##### ④ 条件：学习的理解和巩固程度

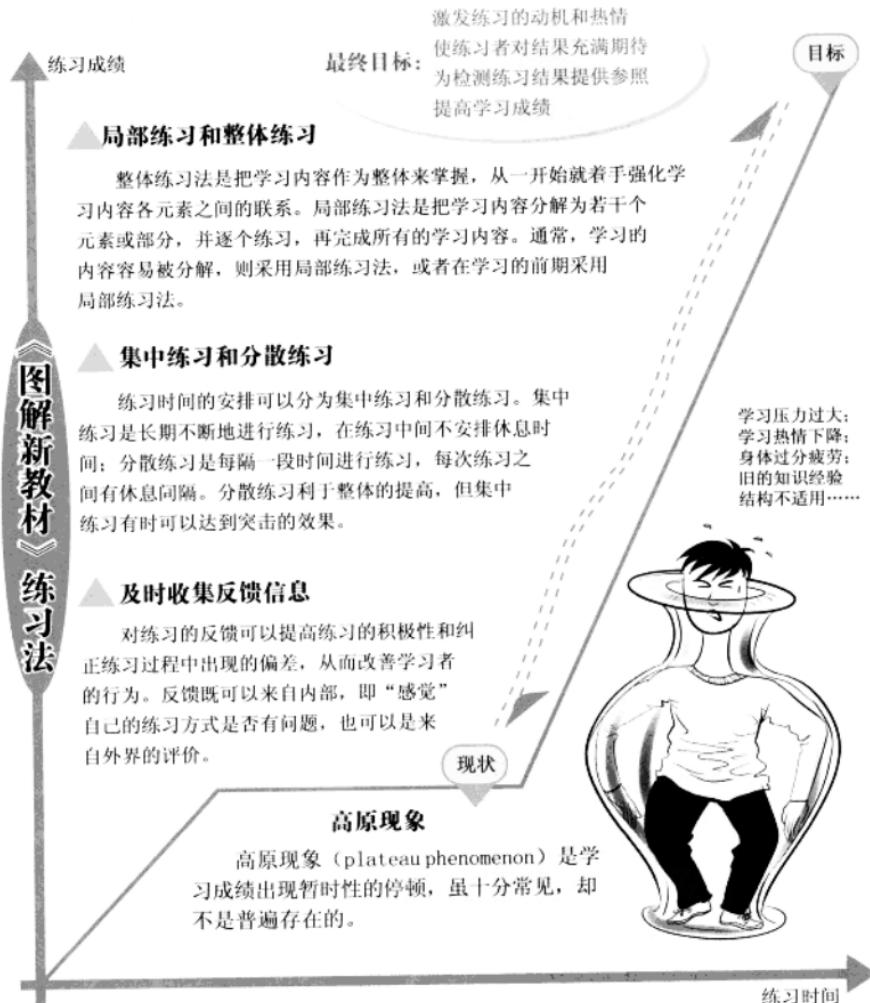
如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

##### ⑤ 条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

# 突破学习的瓶颈——高原现象

目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。



## 发掘学习潜力

### 学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习除有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。



《图解新教材》的魅力就在于能够在学习思路上挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，最大程度地保证学习效果。

## 学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

### 本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅，化繁为简，化抽象为形象，化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松，更快捷。

### 本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上，知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔、举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进、系统提升。

### 本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效学习方法，  
你不想试一试吗？**



# 目 录



<b>第25章 圆</b>	.....	( 1 )
<b>25.1 旋 转</b>	.....	( 2 )
本节知识方法能力图解	.....	( 3 )
多元智能 知识点击	.....	( 3 )
发散思维 题型方法	.....	( 6 )
知识激活 学考相联	.....	( 8 )
考场报告 误区警示	.....	( 9 )
自主限时 精题精练	.....	( 9 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 10 )
教材问题 详尽解答	.....	( 10 )
<b>25.2 圆的对称性</b>	.....	( 12 )
本节知识方法能力图解	.....	( 12 )
多元智能 知识点击	.....	( 13 )
发散思维 题型方法	.....	( 16 )
知识激活 学考相联	.....	( 19 )
考场报告 误区警示	.....	( 19 )
自主限时 精题精练	.....	( 20 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 21 )
教材问题 详尽解答	.....	( 23 )
<b>25.3 圆的确定</b>	.....	( 25 )
本节知识方法能力图解	.....	( 25 )
多元智能 知识点击	.....	( 25 )
发散思维 题型方法	.....	( 27 )
知识激活 学考相联	.....	( 29 )
考场报告 误区警示	.....	( 29 )
自主限时 精题精练	.....	( 29 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 30 )
教材问题 详尽解答	.....	( 32 )
<b>25.4 圆周角</b>	.....	( 32 )
本节知识方法能力图解	.....	( 32 )
多元智能 知识点击	.....	( 32 )
发散思维 题型方法	.....	( 34 )
知识激活 学考相联	.....	( 36 )
考场报告 误区警示	.....	( 37 )
自主限时 精题精练	.....	( 37 )
<b>25.5 直线与圆的位置关系</b>	.....	( 42 )
本节知识方法能力图解	.....	( 42 )
第1课时 切线的性质与判定	.....	( 42 )
多元智能 知识点击	.....	( 42 )
发散思维 题型方法	.....	( 44 )
知识激活 学考相联	.....	( 47 )
自主限时 精题精练	.....	( 48 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 48 )
第2课时 切线长的性质	.....	( 50 )
多元智能 知识点击	.....	( 50 )
发散思维 题型方法	.....	( 50 )
知识激活 学考相联	.....	( 51 )
考场报告 误区警示	.....	( 52 )
自主限时 精题精练	.....	( 52 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 53 )
教材问题 详尽解答	.....	( 53 )
<b>25.6 三角形的内切圆</b>	.....	( 55 )
本节知识方法能力图解	.....	( 55 )
多元智能 知识点击	.....	( 56 )
发散思维 题型方法	.....	( 57 )
知识激活 学考相联	.....	( 59 )
考场报告 误区警示	.....	( 59 )
自主限时 精题精练	.....	( 60 )
练后反思 / 答案详解	.....	( 61 )
教材问题 详尽解答	.....	( 61 )
<b>25.7 圆与圆的位置关系</b>	.....	( 63 )
本节知识方法能力图解	.....	( 63 )
多元智能 知识点击	.....	( 63 )
发散思维 题型方法	.....	( 66 )
知识激活 学考相联	.....	( 69 )
考场报告 误区警示	.....	( 70 )
自主限时 精题精练	.....	( 70 )



左脑 + 右脑 >> 左脑

学会用大脑的语言思考, 图解是一种高效的方法, 更是一种成功的习惯。





练习反思 / 答案详解	(71)
教材问题 详尽解答	(73)

## 25.8 正多边形与圆 ..... (74)

本节知识方法能力图解	(74)
第1课时 正多边形与圆	(75)
多元智能 知识点击	(75)
发散思维 题型方法	(77)
知识激活 学考相联	(79)
自主限时 精题精练	(79)
练习反思 / 答案详解	(80)

第2课时 正多边形的性质	(81)
多元智能 知识点击	(81)
发散思维 题型方法	(82)
知识激活 学考相联	(85)
考场报告 误区警示	(85)
自主限时 精题精练	(86)
练习反思 / 答案详解	(87)
教材问题 详尽解答	(87)

## 25.9 弧长与扇形面积 ..... (89)

本节知识方法能力图解	(89)
多元智能 知识点击	(89)
发散思维 题型方法	(91)
知识激活 学考相联	(96)
考场报告 误区警示	(97)
自主限时 精题精练	(97)
练习反思 / 答案详解	(98)
教材问题 详尽解答	(99)

## 章末复习课 ..... (102)

构建体系 知识网络	(102)
综合拓展 专题专项	(102)
教材问题 详尽解答	(105)

## 第26章 投影与视图 ..... (109)

### 26.1 投影 ..... (111)

本节知识方法能力图解	(111)
第1课时 平行投影与中心投影	(111)
多元智能 知识点击	(111)
发散思维 题型方法	(114)

知识激活 学考相联	(116)
自主限时 精题精练	(117)
练习反思 / 答案详解	(118)

## 第2课时 正投影及其性质

多元智能 知识点击	(120)
发散思维 题型方法	(121)
知识激活 学考相联	(122)
考场报告 误区警示	(123)
自主限时 精题精练	(123)
练习反思 / 答案详解	(125)
教材问题 详尽解答	(126)

## 26.2 三视图 ..... (126)

本节知识方法能力图解	(126)
第1课时 几何体的三视图	(127)
多元智能 知识点击	(127)
发散思维 题型方法	(128)
知识激活 学考相联	(129)
自主限时 精题精练	(130)
练习反思 / 答案详解	(131)

第2课时 三视图的应用	(132)
多元智能 知识点击	(132)
发散思维 题型方法	(134)
知识激活 学考相联	(135)
考场报告 误区警示	(136)
自主限时 精题精练	(137)
练习反思 / 答案详解	(138)
教材问题 详尽解答	(140)

## 章末复习课 ..... (141)

构建体系 知识网络	(141)
综合拓展 专题专项	(141)
教材问题 详尽解答	(143)

## 第27章 概率初步 ..... (145)

### 27.1 随机事件 ..... (146)

本节知识方法能力图解	(147)
多元智能 知识点击	(147)
发散思维 题型方法	(148)
知识激活 学考相联	(149)
考场报告 误区警示	(150)



革命你的思维，改变你的世界。迈出思维一小步，导向人生远景图。





- 自主限时 精题精练 ..... (150)  
练后反思 / 答案详解 ..... (151)  
教材问题 详尽解答 ..... (151)

## 27.2 等可能情形下的概率计算 ..... (152)

本节知识方法能力图解 ..... (152)

- 第1课时 运用公式  $P(A) = \frac{m}{n}$  求概率  
..... (153)

多元智能 知识点击 ..... (153)

发散思维 题型方法 ..... (155)

知识激活 学考相联 ..... (158)

自主限时 精题精练 ..... (158)

练后反思 / 答案详解 ..... (159)

## 第2课时 用“树状图”、“列表法”

求概率 ..... (159)

多元智能 知识点击 ..... (159)

发散思维 题型方法 ..... (161)

知识激活 学考相联 ..... (163)

自主限时 精题精练 ..... (165)

练后反思 / 答案详解 ..... (166)

## 第3课时 概率的应用 ..... (168)

多元智能 知识点击 ..... (168)

发散思维 题型方法 ..... (169)

- 知识激活 学考相联 ..... (173)

考场报告 误区警示 ..... (174)

自主限时 精题精练 ..... (175)

练后反思 / 答案详解 ..... (176)

教材问题 详尽解答 ..... (177)

## 27.3 用频率估计概率 ..... (179)

本节知识方法能力图解 ..... (179)

多元智能 知识点击 ..... (180)

发散思维 题型方法 ..... (182)

知识激活 学考相联 ..... (185)

考场报告 误区警示 ..... (186)

自主限时 精题精练 ..... (187)

练后反思 / 答案详解 ..... (188)

教材问题 详尽解答 ..... (188)

## 章末复习课 ..... (189)

构建体系 知识网络 ..... (189)

综合拓展 专题专项 ..... (189)

教材问题 详尽解答 ..... (194)

## 本册重点大归纳 ..... (196)

本册必记知识完全表解 ..... (196)

最易错的 15 个问题归纳 ..... (198)

常考热点综合问题归纳 ..... (198)



左脑 + 右脑 >> 左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。





# 走进

## 第 25 章 圆

古希腊的数学家认为：“一切立体图形中最美的事球形，一切平面图形中最美的事圆形”。它的完美来自于中心对称，无论处于哪个位置，都具有同一形状，它最谐调、最匀称。

与圆的对称性有关联的还有哪些性质呢？你想知道吗？请打开本章吧！

本章将带我们走进圆的世界，去了解圆的性质。

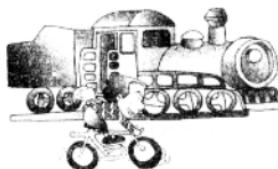


图 25-0-1



## 25.1 旋 转

在日常生活中,除了物体的平行移动外,我们还可以看到许多如图 25-1-1 所示的物体的旋转现象:

时钟上的秒针在不停地转动,大风车的转动给人们带来快乐,飞速转动的电风扇叶片给人们带来一丝丝的凉意。



图 25-1-1

这些图形有何特征呢? 让我们通过本节的学习来了解旋转的一般性质吧!



## 本节知识方法能力图解



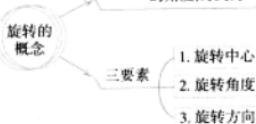
### 多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

#### 探究一 ○ 旋转的概念

##### 智能导航

定义:在平面内,一个图形绕着一个定点旋转一定的角度,得到另一个图形的变换,叫做旋转。



##### 各个击破

###### 旋转中心的位置

旋转中心可以在图形的内部,可以在图形的外部,也可以在图形上。

**例1** 如图25-1-2,可以看到点A旋转到点A',OA旋转到OA', $\angle AOB$ 旋转到 $\angle A'OB'$ ,这些都是互相对应的点、线与角。那么点B的对应点是点\_\_\_\_\_，线段OB的对应线段是线段\_\_\_\_\_，线段AB的对应线段是线段\_\_\_\_\_， $\angle A$ 的对应角是\_\_\_\_\_， $\angle B$ 的对应角是\_\_\_\_\_，旋转中心是点\_\_\_\_\_，旋转的角度是\_\_\_\_\_。

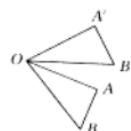
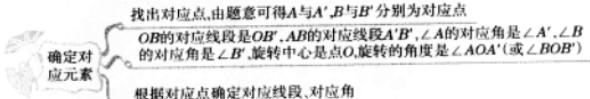


图25-1-2

###### 思路图解



根据对应点确定对应线段、对应角

答案:  $B'$ ,  $OB'$ ,  $A'B'$ ,  $\angle A'$ ,  $\angle B'$ ,  $O$ ,  $\angle AOA'$ (或 $\angle BOB'$ )

**题后小结** 解决此题的关键是弄清旋转的概念及三要素.

## 探究二 ○ 旋转的特征

### 智能导航

#### 旋转的特征

旋转变化前后, 对应线段、对应角相等, 图形的大小、形状都不改变  
在旋转中, 每一个点都绕旋转中心沿相同的方向旋转相同的角度  
任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角相等, 都等于旋转角  
对应点到旋转中心的距离相等  
旋转中心是唯一不动的点

### 各个击破

轴对称、平移、旋转的共同点

与轴对称、平移相同, 旋转只改变图形的位置, 不改变图形的形状和大小.

**例 2** 如图 25-1-3, 图形  $A'B'C'D'E'$  是由图形  $ABCDE$  绕点  $P$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到的.

(1) 你能说出相等的线段、相等的角吗?

(2) 你能说出  $\angle APA'$  是多少度吗?  $\angle BPB'$  与  $\angle APA'$  具有什么关系?

思路图解

#### 旋转特征的应用

分析变化前后的图形, 找出对应点

再由对应点确定对应线段、对应角

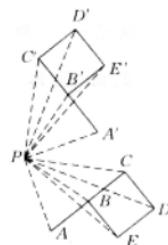


图 25-1-3

解:(1) 相等的线段有两组:

第一组: 由对应线段得  $AB=A'B'$ ,  $AC=A'C'$ ,  $BC=B'C'$ ,  $BE=B'E'$ ,  $CD=C'D'$ ,  $DE=D'E'$ . 若四边形  $BEDC$  是平行四边形, 则有  $BC=DE=D'E'=B'C'$ ,  $BE=DC=B'E'=D'C'$ .

第二组: 由对应点到旋转中心的距离得  $AP=A'P$ ,  $BP=B'P$ ,  $CP=C'P$ ,  $EP=E'P$ ,  $DP=D'P$ . 相等的角也有两组:

第一组: 由对应角得  $\angle E=\angle E'$ ,  $\angle D=\angle D'$ ,  $\angle C=\angle C'$ ,  $\angle EBC=\angle E'B'C'$ ,  $\angle EBA=\angle E'B'A'$ . 若四边形  $BCDE$  是矩形, 则有  $\angle E=\angle E'=\angle D=\angle D'=\angle C=\angle C'=\angle EBC=\angle E'B'C'$ .

第二组: 由旋转角得  $\angle APA'=\angle BPB'=\angle CPC'=\angle DPD'=\angle EPE'$ . 若四边形  $BCDE$  是矩形, 则有  $\angle E=\angle E'=\angle D=\angle D'=\angle C=\angle C'=\angle EBC=\angle E'B'C'=\angle APA'=\angle BPB'=\angle CPC'=\angle DPD'=\angle EPE'$ .

(2)  $\angle APA'$  是  $90^\circ$ ,  $\angle BPB'=\angle APA'$ .

**题后小结** 在平移问题或旋转问题中, 相等的线段与相等的角都是很重要的等量关系, 但并不是全等的等量关系. 如在平移中的对应点的连线是平行(或在同一直线上)且相等的. 在旋转中, 对应点与旋转中心的距离是相等的, 各组对应点与旋转中心连线所成的角是相等的. 在(2)中,  $\angle APA'$  的度数就是旋转的角度, 而  $\angle BPB'$  也等于旋转的角度, 故  $\angle BPB'=\angle APA'$ .

### 探究三 ○ 旋转对称图形

#### 智能导航

定义:在平面内,一个图形绕着一个定点旋转一定的角度后,能够与原图形重合,这样的图形叫做旋转对称图形

#### 旋转对称图形

#### 与旋转的区别

旋转对称图形是指具有某种特征的图形,而旋转是图形的一种变换方式

旋转中的旋转中心位置可以是任意的,而旋转对称图形的旋转中心位置一定在图形上或图形内

旋转中的旋转角度可以是任意的,一次旋转中只有一个角度,而旋转对称图形旋转重合的角度小于周角,可以是一个,也可以是多个

任意一个图形都可以做旋转变换,而任意一个图形不一定是旋转对称图形

#### 各个击破

中心对称图形与旋转对称图形的联系

中心对称图形是旋转对称图形的特例,绕旋转中心旋转 $180^\circ$ 时能与原图形重合的旋转对称图形才是中心对称图形.

**例3** 下列图形中,是旋转对称图形的有( )

①等腰三角形;②等边三角形;③矩形;④等腰梯形.

A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个

#### 思路图解

#### 旋转对称图形的识别

#### 方法

#### 1. 定义

#### 2. 实际操作

#### ①不是旋转对称图形

#### ②是旋转对称图形

#### ③是旋转对称图形

#### ④不是旋转对称图形

答案:B

### 探究四 ○ 简单的旋转作图

#### 智能导航

#### 依据 旋转的特征

#### 简单的旋转作图

#### 步骤

分析题目要求,找出旋转中心、旋转角

分析所作图形,找出构成图形的关键点

沿一定的方向,按一定的角度,通过截取线段的方法,旋转各个关键点

连接所作的各个关键点,并标上相应字母

写出结论

**例4** 画一个四边形ABCD,并绕点A沿逆时针方向旋转 $50^\circ$ ,请画出旋转后的图形.

## 思路图解

旋转作图

先确定旋转中心、旋转方向与旋转角度

再找出关键点(旋转后的对称点)连接即可

作法:如图 25-1-4,

(1)画四边形 ABCD.

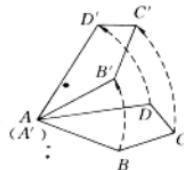
(2)以点 A 为圆心,分别以 AB、AC、AD 的长为半径沿逆时针方向画  $50^\circ$  的弧,得到点  $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ .依次连接  $AB'$ 、 $B'C'$ 、 $C'D'$ 、 $D'A$ ,则四边形  $AB'C'D'$  就是四边形 ABCD 绕点 A 沿逆时针方向旋转  $50^\circ$  得到的图形.

图 25-1-4

## 发散思维 题型方法

● 思路 步骤 方法 技巧……

## 题型一 利用旋转的特征解题

题型揭秘:解决此类问题的关键是利用旋转的特征:对应角相等,对应线段相等.

**例 1** 如图 25-1-5,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BCA = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\triangle ABC$  以点 C 为中心旋转到  $\triangle A'B'C$  的位置,使 B 在斜边  $A'B'$  上,  $A'C$  与 AB 相交于点 D,试确定  $\angle BDC$  的度数.

## 思路图解

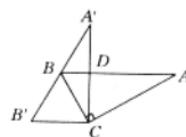
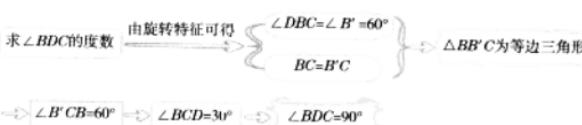


图 25-1-5

解:由  $\triangle A'B'C$  是由  $\triangle ABC$  旋转所得,可知  $\angle B' = \angle DBC = 60^\circ$ ,  $B'C = BC$ ,所以  $\triangle B'BC$  是等边三角形. ①

因而得到  $\angle BCB' = 60^\circ$ ,  $\angle BCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ . ②

所以  $\angle BDC = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . ③

第①步 2 分,

第②步 2 分,

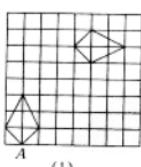
第③步 2 分,

共 6 分

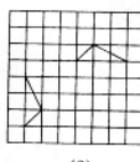
## 题型二 旋转、轴对称、平移的综合应用

题型揭秘:进行图形变换时,可以通过平移、旋转、对称中的一种,有时往往是进行多次变换或组合变换.

**例 2** 如图 25-1-6,在每张方格纸中都有两个形状、大小一样的图形,请指出分别运用怎样的变换,可将一个图形重合到另一个图形上.



(1)



(2)

图 25-1-6

## 思路图解

通过观察可知,通过一次对折、平移或旋转都不可能使两个图形完全重合。

图形的  
变换  
故应考虑进行多次变换。

解:对于图25-1-6(1),先将左下角的图形绕顶点A(也可选用其他顶点)顺时针旋转90°,再向右平移3个单位长度(即3个小格),最后再向上平移6个单位,则两图形重合;对于图25-1-6(2),首先将左下方的三角形沿最短的边所在的直线进行翻折,然后用图25-1-6(1)的方法进行平移即可。

**题后小结:**本例中图形变换的方法不是唯一的,如每个图中都可将右上方的图形进行变换,使之与左下方的图形重合,且变换的先后顺序也可以调换。但不管用哪种方法,本例都不是一次变换就能完成的,应用几种变换方式的综合。

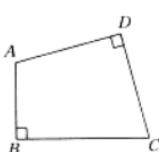
## 题型三 实际应用题

**题型揭秘:**对于实际问题通常是通过构造数学模型转化为数学问题予以解决。

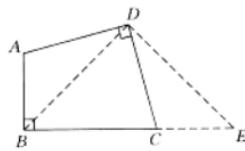
**例3** 有两块形状完全相同的不规则的四边形木板,如图25-1-7(1)所示,两位木工师傅通过测量知 $\angle B=\angle D=90^\circ$ , $AD=CD$ .现要将其拼成正方形,思考一段时间后,一位木工师傅说:“我可以将这样的两块木板拼成一个正方形。”另一位木工师傅说:“我可以将每一块木板拼成一个正方形,两块木板分别拼成两个正方形。”两位师傅把每一块木板都只割一次,你知道他们分别是怎样做的吗?画出图形,并说明理由。

## 思路图解

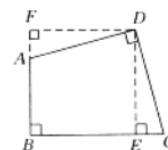
充分利用正方形的特点:四个角都是直角及 $AD=CD$   
图形的割拼  
使含 $AD(CD)$ 的一块拼凑到含 $CD(AD)$ 的一块上



(1)



(2)



(3)

图25-1-7

解:第一位木工师傅的做法:如图25-1-7(2),连接BD,将 $\triangle DAB$ 绕点D按逆时针方向旋转90°到 $\triangle DCE$ 的位置,从而得等腰直角三角形BDE,用同样的方法分割第二块,将两个等腰直角三角形的斜边相对合,即可得到一个正方形。(请同学们自己说明B、C、E三点在同一条直线上)

第二位木工师傅的做法:如图25-1-7(3),过点D作 $DE \perp BC$ 于点E,将 $\triangle DEC$ 绕点D按顺时针方向旋转90°到达 $\triangle DFA$ 处,从而得正方形BEDF。

因为 $\angle FDA = \angle CDE$ , $\angle F = \angle DEC$ , $AD = CD$ ,所以 $\triangle AFD \cong \triangle CED$ (AAS)。

所以 $FD = DE$ .又因为 $\angle B = \angle F = \angle FDE = 90^\circ$ ,所以四边形BEDF为正方形。

(请同学们自己说明B、A、F三点在同一条直线上)

**题后小结:**数学就在我们身边,只要你用心思考、勤于观察,数学就会给我们的日常生活带来方便。