

初中平面幾何習題

初中

初中  
幾何  
習題  
PDG

初中平面幾何習題

112  
25  
125  
25  
25

初中平面幾何習題

編譯者：東北人民政府教育部  
出版者：新華書店 東北總分店  
發行者：新華書店 東北總分店  
印刷者：旅大人民印刷第一廠

初版 62,850 (大) 1951. 2.  
再版 7,300 (大) 1951. 4.

定價 8,500元

## § 1. 直 線

將下面的習題，用幾何的方法作圖，然後再用算術的方法證明。

1. 將三條木棒連接在一起，它們的長是 4.8 米，3.4 米和 5.8 米，求共長多少？並用一厘米的線段代表一米作圖表示之。

2. 有松木長 20.25 米，由其一端截去 3.75 米後，又截去 7.4 米，問還剩多少？

3. 線段  $AB$  長 20 米，在  $A$  端落上線段  $AC$  長 5.1 米，在  $B$  端落上線段  $BD$  長 7.9 米，那麼線段  $CD$  的長是多少？

4. 已知二線段  $a, b$ ，求做長為  $3a + 2b$  的線段。

5. 過  $M$  點向同方向落上兩條線段， $MV$  長 100 厘米， $MP$  長 160 厘米，求此兩線段中點間的距離。

6. 已知二線段  $a, b$  之和為  $s$ ，其差為  $d$ ，問用何方法能求得二線段  $a, b$  之長。

7. 一點將長為 2.8 米的線段，分為  $\frac{2}{3} : \frac{4}{15}$  的兩線段，求此分點與原線段中點

間的距離。

8. 將  $AB$  線段延長至  $C$ ，使  $AC$  的長為  $AB$  的 5 倍，求

$AB$ 與 $BC$ 的比？

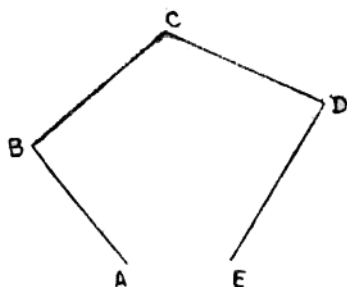
9. 將 $AB$ 線段分為 $2:3:4$ 的三份，兩外部份的中點間距離為 $5.4$ 米，求 $AB$ 長。

10.  $C$ 點分線段 $AB$ 為 $5:7$ ， $D$ 點分它為 $5:11$ ， $CD$ 長 $10$ 米，求 $AB$ 長。

**折線的長**

11. 折線  
 $ABCDE$

(圖1)，試量每線段的長，並求其和，再伸直折線(作圖)，量所得直線的長，比較此二結果，是否一致？



(圖1)

**點和直線及其相互的關係**

12. 試求證 $A, B$ 和 $C$ 是否在一直線上？若它們中間的距離是

(1)  $AB = 20$ 米， $AC = 13$ 米， $BC = 7$ 米。

(2)  $AB = 4$ 米， $AC = 7$ 米， $BC = 3$ 米。

(3)  $AB = 1.8$ 米， $AC = 1.3$ 米， $BC = 3$ 米。

13. (1) 不在一直線上的三點中，每兩點可作一直線，共能做多少直線？

(2) 有四點，其中的任意三點都不在一直線上，若過此四點中的任意二點引直線，問能共引多少直線？

## § 2. 角

### 角的作法 及量法

1. 作一角等於已知角。
2. 用量角器做  $60^\circ$ ;  $75^\circ$ ;  $125^\circ$ ;

$150^\circ$  各角。

3. 用目測製成  $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $120^\circ$ ;  $135^\circ$  各角，再用量角器驗證之。

由 4 至 14 題，先用量角器製成圖形，再用算術方法驗證。

4. 做一角等於已知二角之和。

5. 做一角等於已知三角之和。

6. 做一角等於已知二角之差。

7. 求角的差：(1)  $96^\circ 35' 15''$  與  $48^\circ 45' 45''$ ;

(2)  $71^\circ 10'$  與  $29^\circ 52' 30''$ 。(3)  $153^\circ 17' 42''$  與  $68^\circ 29'$ 。

8. 試求下列各角的餘角：(1)  $70^\circ$ ; (2)  $34^\circ 23'$ ;

(3)  $22^\circ 42' 38''$ 。

9. 已知二角的和及差，求做此二角。

10. 將已知銳角增大三倍。

11. 求積：(1)  $35^\circ 42' \times 5$ ; (2)  $17^\circ 23' 45'' \times 4$ ;

(3)  $55^\circ 32' 30'' \times 3$ 。

12. 將已知角分成 2, 4, 8, 16 諸等分。

13. 求商：(1)  $93^\circ 15' \div 3$ ; (2)  $147^\circ 45' \div 2$ ;

(3)  $98^{\circ}21'50'' \div 4$ ; (4)  $161^{\circ}40'' \div 8$ .

14. 求商：(1)  $105^{\circ} \div 30^{\circ}$ ; (2)  $66^{\circ}55' \div 24^{\circ}20'$ ;  
(3)  $28^{\circ}35' \div 40^{\circ}50'$ .

**隣角**

15. 經過鈍角的頂點，引二邊的垂線，此二線構成  $\frac{4}{7}$  直角，求此鈍角。且用量角器

做出正確的圖形來。

16. 一銳角與一鈍角互為鄰角，過頂點作公共邊的垂線，此線和銳角的另一邊構成  $\frac{5}{7}$  直角，和鈍角另一邊構成  $\frac{3}{7}$  直角。求此二角之和，並作圖。

**補角**

17. 車站的鐵路支線和主線成  $20^{\circ}$  角，試把線路按置的狀況作成圖。

18. 試作一已知角的補角。

19. 在線段  $AB$  上取一點  $C$ ，過  $C$  作一直線  $CD$ ，構成的  $\angle ACD$  是  $\angle BCD$  的四倍，求此二角。

20. 求一角，該角的大小應為其補角的  $\frac{3}{7}$ 。

21. 二鄰角的比為  $7:3$ ，其差為  $72^{\circ}$ ，此二角是否互為補角？

22.  $\angle ABC$  和  $\angle CBD$  互為補角， $\angle CBD = 0.735$  直角，求由  $B$  向  $AB$  所引的垂線，與  $\angle ABC$  的平分角線所成的角。並作圖。

23. 求證相鄰補角的平分線互相垂直。

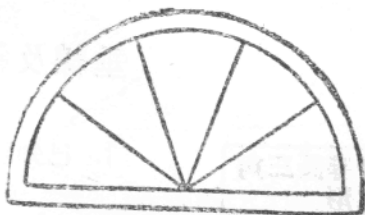
24. 鄰角  $AOB, BOC, COD, DOE$ ，依次後角大於前

角的  $\frac{1}{9} Rt$ ，而  $AOE$  為一直線，求各角，並作圖。

25. 窰子上的構造如  
(圖 2)，求其各角。

位於直線  
兩傍有公  
共頂點的  
角

26. 車輪  
的車條為 18 條  
或 16 條時，其  
每二車條間所



(圖 2)

夾的角度如何？

27. 由一點引出四條線，所成的四個角，順次後角為  
其前角的二倍，求各角，並作圖。

對頂角

28. 兩直線相交成四個角，其中一角為  
 $\frac{3}{5} Rt$ ，求其餘各角。

29. 試用直尺畫一角和已知角相等，且和已知角共一  
頂點。

30. 直線  $AB$  和  $CD$  相交於一點  $O$ ， $\angle AOD$  加  $\angle COB$   
為  $220^\circ$ ，求  $\angle AOC$ 。

31. 一角與其兩補角的和為  $2\frac{3}{8} Rt$ ，求此角。



### § 3. 三角形及多邊形；

#### 垂線及斜線；對稱軸

#### 等腰三角形

1. 已知以下的條件，求作一等腰三角形。

- (1) 底和腰；
- (2) 底和底角；
- (3) 腰和頂角；
- (4) 腰和底角。

2. 已知一等腰三角形的週長為40米，以腰作正三角形，週長為45米，求等腰三角形的底邊長？

#### 三角形的作法

3. 已知以下的條件求作一三角形：

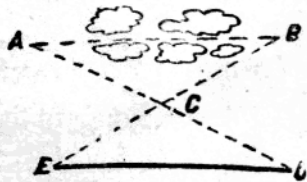
- (1) 一邊和二角；
- (2) 兩邊夾一角；
- (3) 三邊。

4. 試證等腰三角形兩底角的平分線相等。

5. 試證等腰三角形兩腰上的中線相等。

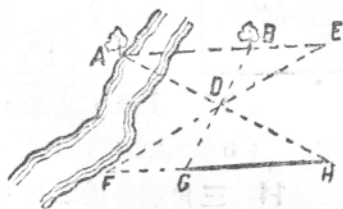
6. 要測量中間不通的  $A, B$

兩點間的距離（圖3），可另取一點  $C$ ，連  $AC$  及  $BC$ ，且延長  $AC$  至  $D$ ，使  $CD$  等於  $AC$ ，延長  $BC$  至  $E$ ，使  $CE$  等於  $BC$ ，則  $DE$  之距離為  $AB$  之距離。試證明之。



(圖3)

7. 要測量 $A$ 、 $B$ 間的距離，因不能接近 $A$ （圖4），可於 $AB$ 線外任取一點 $D$ ，於 $A$ 、 $B$ 線內或延長線上任取一點 $E$ ，連 $ED$ 及 $BD$ ，且延長 $BD$ 至 $G$ ，使 $DG$ 等於 $BD$ ，延長 $ED$ 至 $F$ ，使 $DF$ 等於 $ED$ ，連 $FG$ ，延長至 $H$ ，使 $HDA$



(圖4)

在一條直線上，則 $GH$ 之距離即為 $AB$ 之距離，試證明之。

8. 在等邊 $\triangle ABC$ 的各邊上，截取相等之線段 $AB_1 = BC_1 = CA_1$ 。連 $A_1, B_1, C_1$ ，則 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 也是等邊三角形。

9. 將等邊 $\triangle ABC$ 的各邊，順次延長，在延長線上截取相等之線段 $AB_1 = BC_1 = CA_1$ 。連 $A_1, B_1, C_1$ ，則 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 也是等邊三角形。

10. (1) 已知兩邊及對大邊的角，試作一三角形。

(2) 兩三角形的兩邊及對大邊的角，彼此對應相等，則兩形全等。

11. (1) 已知二邊及小邊所對的角，試作一三角形。

(2) 兩三角形的兩邊及對小邊的角，彼此對應相等，則對大邊的角相等或互補；若相等，則兩三角形全等。

12. 兩三角形的兩邊及一中線彼此對應相等，則兩三角形全等。分兩種情形討論之：(1) 中線是已知邊的中線；(2) 中線介於兩已知邊之間。

**三角形各邊間的關係**

13. 以下列各組之長為邊，能否作成三角形？

(1) 5米，10米，12米；

(2) 1米，2米，3.3米；

(3) 1.2米，1米，2.2米。

14. 三角形各邊之比可否為 (1) 1:2:3；  
(2) 2:3:4？

15. 等腰三角形的一邊長25米，另一邊長10米，那麼那一邊是底邊？

16. 在等腰三角形中，一腰上的中線將週長分為15厘米和6厘米的二部份，求三角形的各邊長。

17. 求證三角形的任一邊小於週長的一半。

18. 求證由三角形內任一點至三頂點距離之和，大於其週長的一半。

19.  $\triangle ABC$ 中， $BC$ 邊上一點 $D$ ，連 $AD$ ，若已知 $\angle CAD = \angle ACD$ ， $\triangle ABD$ 及 $\triangle ABC$ 的週長各為24米及37米，求 $AC$ 之長。

20. 在週長為50米的等腰 $\triangle ABC$ 中，高為 $BD$ ， $\triangle ABD$ 的週長為40米，求 $BD$ 之長。

**垂線及斜線**

21. 等腰三角形的腰 $AB$ 為14厘米，由 $A$ 、 $B$ 的中點 $D$ 引垂線交他腰於 $E$ ，連 $AE$ ， $\triangle AEC$ 的週長為24厘米，求 $AC$ 長。

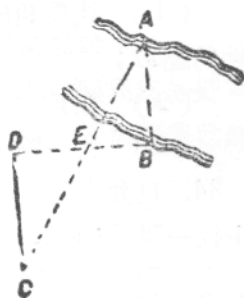
22. 由一定點向已知直線上引二相等的斜線，兩交點間的距離為16米，求此斜線在已知直線上的射影長。

**直角三角形的作法**

23 作直角三角形：

- (1) 已知二直角邊；  
(2) 已知一直角邊及斜邊；  
(3) 已知一直角邊及一銳角；  
(4) 已知一斜邊及一銳角。

24. 欲測河兩岸  $A$  點及  $B$  點的距離，可用直角器引一任意長的線段  $BD$  垂直  $AB$  (圖 5)， $BD$  之中點為  $E$ ，從  $D$  引  $BD$  之垂線  $DC$ ，使  $AEC$  在一直線上，則  $DC$  等於  $AB$ ，試證之。



(圖 5)

25. (1) 試證垂直於一角平分線的直線，截角的二邊為二等線段。

(2) 由任意一點皆可引一直線，將角的二邊截成相等的二線段。

26. (1) 試證等腰三角形兩腰上的高相等。

(2) 試證兩邊上的高相等的三角形，為等腰三角形。

27. 已知二點  $M, N$  位於直線  $AB$  的同傍，試在直線  $AB$  上取一點  $C$ ，使直線  $AB$  與折線  $MCN$  的兩線段成等角。

**軌 跡**

28. 在  $\triangle ABC$  的  $\angle A$  的平分線上，找距  $B$  及  $C$  等距離的點。

29. 求與三角形三頂點等距離的點，又此點是否一定在三角形內？

30. 已知一角及角內一點  $M$ ，試求其與角之兩邊有等距離，並與  $M$  有已知距離  $\alpha$  的點。

31. 在三角形的一邊上找一點與另外兩邊等距離。

32. 在三角形內找一點與三邊等距離。

33. 已知角  $\angle A$  及其兩邊上的二點  $B, C$ ：

(1) 找與角的兩邊有等距離，且滿足  $MC = MB$  條件的點  $M$ ；

(2) 在角的一邊上找一點  $N$ ，使  $NC = CB$ ；

(3) 找一點  $P$  使  $BA = BP, CA = CP$ 。

34. 已知定長  $l$ ， $\angle A$  及其一邊上的一點  $B$ ，試在另一邊上找一點  $C$ ，使  $CA + CB = l$ 。

#### 四邊形

35. 已知四邊形各邊之比為  $2:5:4:8$ ，週長為 76 米，求各邊長。

36. 四邊形各邊之比可否為  $2:3:4:10$ ？

37. 四邊長順次為 1.2 厘米，1.8 厘米，2.4 厘米，3 厘米，其第二邊與第三邊所成的角為  $102^\circ$ ，求作此四邊形。

38. 一對角線將週長為 32 米的四邊形分成兩個三角形，週長各為 25 米及 27 米，求此對角線長。

#### 多邊形

39. 在下列多邊形中，由一頂點能引多少對角線？

(1) 五邊形；(2) 十邊形；(3)  $n$  邊形。

40. 從下列多邊形的一頂點引對角線，可得多少個三角形？(1) 六邊形；(2) 八邊形；(3)  $n$  邊形。

41. 在下列多邊形中，能共引多少對角線？

(1) 五邊形；(2) 十邊形；(3)  $n$  邊形。

42. 若多邊形的邊數等於從一角頂所引對角線數的  $m$  倍時，問此多邊形的邊數若干 ( $m=2; 4; 5$ )?

43. 若所有對角線數是邊數的  $m$  倍時，求此多邊形的邊數 ( $m=0.5; 1; 2; 2.5; \dots$ )。

**對稱軸**

44. 求作一三角形與已知直角三角形對稱：(1) 以一個直角邊為軸；(2) 以另一個直角邊為軸；(3) 以斜邊為軸。

45. 已知一對稱軸及一圓，求作一圓與已知圓對稱。

46. 已知一對稱軸及一折線，求作一折線與已知折線對稱。

## § 4. 平行線；三角形及多邊形的內角和

**平行線及截角**

1. 兩平行線被第三線所截，在所構成的八個角中，有一角為 $72^\circ$ ，其餘各角各多少？

2. 兩平行線被第三線所截，其中一內角為 $1\frac{3}{8}Rt$ ，求此角的平分線與另一平行線的交角。

3. 直線 $AMB$ 及 $CND$ 被直線 $EMNF$ 所截  $\angle CNF = \frac{3}{16}Rt$ ,  $\angle NMB = \frac{3}{4}Rt$ , 問 $AMB$ 和 $CND$ 二直線是否平行？若使其平行當如何變更 $\angle NMB$ 。

4. 直線 $AMNB$ 及 $CRSD$ 被 $AMRF$ 和 $GNSH$ 所截，已知  $\angle AME = 1\frac{5}{24}Rt$ ,  $\angle ANS = 1\frac{3}{8}Rt$  及  $\angle MRS = \frac{19}{24}Rt$ , 求 $\angle DSH$ 。

**平行線及垂直線所成的角**

5. 已知 $\angle ABC = 43^\circ$ ，過角內一點 $P$ 引兩邊的平行線，與兩邊交成四邊形，求此四邊形的各內角。

6. 已知二角的兩邊彼此平行，二角之差為 $90^\circ$ ，求此二角。

7. 已知二角的兩邊彼此垂直，而一角是他角的四

倍，求此二角。

8. 由三角形兩角頂向對邊引垂線，二垂線交角為 $130^\circ$ ，求此三角形其餘一角。

**三角形內角之和**

9. 三角形內一角為 $1\frac{1}{6}Rt$ ，另一角為

$\frac{3}{8}Rt$ ，求第三角。

10. 三角形三內角之比為 $1:2:3$ ，求各角。

11. 三角形的兩角之比為 $5:7$ ，而第三角比第一角大 $\frac{4}{19}Rt$ ，求第三角。

12. 直角三角形內一銳角為 $58^\circ 20'$ ，求另一銳角。

**等腰三角形**

13. 等腰三角形的頂角為 $105^\circ 27'$ ，求底角。

14. 等腰三角形的底角為 $\frac{5}{9}Rt$ ，求頂角。

15. 等腰三角形的頂角為 $30^\circ$ ，由底角向腰引一高，求底和高所夾的角。

16. 等腰三角形底邊的高與腰所夾的角，比底角小 $\frac{1}{7}Rt$ ，求此三角形的各角。

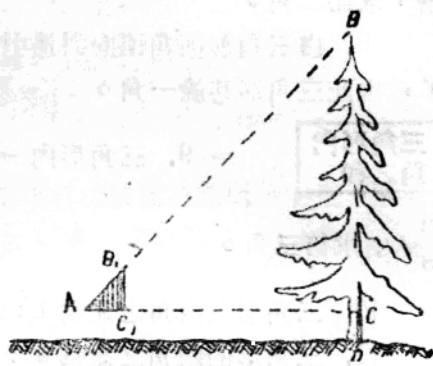
**直角三角形**

17. 欲測樹 $BD$ 之高，我們先製成一個直角三角形 $AB_1C_1$ ， $\angle A$ 為 $45^\circ$ （圖6），使 $AB_1$ 及 $B$ 在一直線上，若 $AC$ 距離為5.6米， $A$ 至地面距離為1.7米，求樹高？



18. (1) 在一銳角爲  $\frac{1}{2} Rt$  的直角三角形中，二直角邊之和爲36厘米，求二直角邊各長若干？

(2) 在一銳角爲  $\frac{1}{2} Rt$  的直角三角形中，



(圖 6)

斜邊與斜邊上的高之和爲12厘米，求斜邊之長。

**對  $30^\circ$  邊的直角**

19. 在直角三角形內，一銳角爲  $30^\circ$ ，其所對的直角邊爲斜邊長的一半。

20. 在直角三角形內，一直角邊爲斜邊的一半時，則其所對的角爲  $30^\circ$ 。

21. 用圓規及直尺，把直角三角形的直角分成三等分。

22. 直角三角形的一銳角爲  $\frac{2}{3} Rt$ ，斜邊與短直角邊之和爲 1.8 米，求斜邊長。

**三角形的外角**

23. 已知  $\triangle ABC$  的  $\angle B$  的外角是  $\angle A$  的三倍，而比  $\angle C$  大  $\frac{4}{9} Rt$ ，求三角形的各角。

24. 求等邊三角形二中線所夾的銳角。

25. 在直角三角形中，一銳角爲  $\frac{1}{3} Rt$ ，求直角的平分