高斯—克吕格投影表

15°——30°

方 俊 著

科 学 出 版 社

高斯—克吕格投影表

15°—30°

方　　俊　　著

科　學　出　版　社

高斯—克吕格投影表

著者　方　俊

出版者　科学出版社
北京朝陽門大街117号
北京市書刊出版業營業許可証出字第061号

印刷者　北京市印刷四厂

总經售　新华書店

1954年4月第一版　　書号：1081　字数：63,000
1958年3月第二次印刷　　开本：787×1092 1/16
（京）1,501–2,755　　印張：4 1/4

統一書号：13031·593

定　价：(11)0.75元

目　　錄

高斯—克呂格投影表說明

方俊

(中國科學院地理研究所)

本表在 1952 年春季開始計算，至是年冬季而大部完成。原來計劃係從緯度 18° 計算至 54° 爲止 惟因緯度 30° 至 54° 已包括在蘇聯表中，故此處僅將 29° 以南部份付印。另因實際工作上的需要，又加算緯度 15°—17° 三度，故本表共包括緯度 15°—29°，共計十五度。表中所列各數値與蘇聯表完全相符，故在推算坐標或計算方向距離改正數時，方法與採用蘇聯表者相同。參考橢球亦以蘇聯的克拉索夫斯基橢球爲標準。克拉索夫斯基橢球的常數爲:

長半徑　　6378245 m

扁　率　　1:298.3

茲將本表計算方法、應用方法及實例分别述之如後。

1. 本表計算時所採用的公式

(1) 投影正算公式　　高斯—克呂格投影的平面坐標 (x,y) 與經緯度 (B,l) 的關係爲*:

縱標:

$$\left.\begin{aligned} x = X &+ \frac{N}{2\rho^2}\sin B\cos B\cdot l^2 + \frac{N}{24\rho^4}\sin B\cos^3 B(5-t^2+9\eta^2+4\eta^4)\cdot l^4 \\ &+ \frac{N}{720\rho^6}\sin B\cos^5 B(61-58t^2+t^4)\cdot l^6+\cdots \\ \text{橫標:}\quad y &= \frac{N}{\rho}\cos B\cdot l + \frac{N}{6\rho^3}\cos^3 B(1-t^2+\eta^2)\cdot l^3 \\ &+ \frac{N}{120\rho^5}\cos^5 B(5-18t^2+t^4+14\eta^2-58\eta^2 t^2)\cdot l^5+\cdots \end{aligned}\right\}\quad(1)$$

* Красовский, Ф. Н.: Руководство по высшей Геодезии, 1942, 或 Jordan-Eggert: Handbuch der Vermessungskunde Bd. III/2, 1948, S. 154.

式中 X 爲相當於緯度 B 的子午線長, N 爲卯酉圈的曲率半徑, $t = \tan B$, $\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$, e'^2 爲第二離心率（見後文）, l 爲推算點經度 L 與中央子午線經度 L_0 的差數, 即 $l = L - L_0$, 而 ρ 則爲每一弧度中的秒數。

現在若令

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{N}{2\rho^2}\sin B\cos B \times 10^8, \quad a_2 = \frac{N}{24\rho^4}\sin B\cos^3 B(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \times 10^{16}, \\ b_1 &= \frac{N}{\rho}\cos B, \qquad\qquad\qquad b_2 = \frac{N}{6\rho^3}\cos^3 B(1 - t^2 + \eta^2) \times 10^8, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

並令 $l' = l^2 \times 10^{-8}$, $\delta x = \dfrac{N}{720\rho^6}\sin B\cos^5 B(61 - 58t^2 + t^4)l^6$,

$$\delta y = \frac{N}{120\rho^5}\cos^5 B(5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2)l^5,$$

則公式(1) 可以寫成

$$\left.\begin{aligned} x &= X + l'(a_1 + a_2 l') + \delta x \\ y &= l(b_1 + b_2 l') + \delta y \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

式中 X 列於表 I 的第二行, 以公尺爲單位 第三行爲其每秒的差數;

a_1 列於表 I 的第四行, 第五行爲其每秒的差數;

a_2 列於表 I 的第六行, 以小數點後第三位爲單位;

b_1 列於表 I 的第七行, 第八行爲其差數 以第九位小數爲單位;

b_2 列於表 I 第八行, 以第七位小數爲單位, 第九行爲其差數, 以第九位小數爲單位;

δx 列入表 II, δy 列入表 III。

以上各係數皆爲從地理坐標推算平面坐標時所用數値, 除 δx 及 δy 以外, 皆按每分列一數。

(2) 反算公式　　假如已知投影平面坐標 (x, y), 則求地理坐標 (l, B) 所用的反算公式如下:

$$\left.\begin{aligned}B_f-B=&\frac{y^2}{2M_fN_f}\rho t_f-\frac{y^4}{24M_fN_f^3}\rho t_f(5+3t_f^2+\eta_f^2-9\eta_f^2t_f^2)\\&+\frac{y^6}{720M_fN_f^5}\rho t_f(61+90t_f^2+45t_f^4)\\l=&\frac{y}{N_f\cos B_f}\rho-\frac{y^3}{6N_f^3\cos B_f}\rho(1+2t_f^2+\eta_f^2)\\&+\frac{y^5}{120N_f^5\cos B}(5+28t_f^2+24t_f^4+6\eta_f^2+8\eta_f^2t_f^2)\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

(4) 式中的 l 式也可以寫成以下形式:

$$l=y:\left\{\frac{N_f\cos B_f}{\rho}+\frac{\cos B_f}{6N_f\rho}(1+2t_f^2+\eta_f^2)y^2\right\}$$

$$+\frac{\rho}{360N_f^5\cos B_f}(5+44t_f^2+32t_f^4-2\eta_f^2-16\eta_f^2t_f^2)y^5,$$

式中 B_f 爲相當於 x 值的子午線長的緯度,其他各符號,如 M_f, N_f 等等皆爲相當於緯度 B_f 的相當值。

現在若令

$$\left.\begin{aligned}&A_1=\frac{t_f\rho}{2M_fN_f}\times10^{10},\quad A_2=\frac{t_f\rho}{24M_fN_f}(5+3t_f^2+\eta_f^2-9\eta_f^2t_f^2)\times10^{20},\\&B_2=\frac{\cos B_f}{6N_f\rho}(1+2t_f^2+\eta_f^2)\times10^{10},\\\text{及}\quad&\delta B=\frac{t_f\rho}{720M_fN_f^5}(61+90t_f^2+45t_f^4)y^6,\\&\delta l=\frac{\rho}{360N_f^5\cos B_f}(5+44t_f^2+32t_f^4-2\eta_f^2-16\eta_f^2t_f^2)y^5,\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

則得

$$\left.\begin{aligned}B&=B_f-(A_1+A_2y')-\delta B\\l&=y:(b_1+b_2y')+\delta l,\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

其中 $$l'=l^2\times10^{-8}.$$

上述各值分別列入表 I 的另一方面以及表 II 和表 III 中,即:

A_1 列於表 I 另一面的第五行,第六行爲其差數,以第七位小數爲單位;

A_2 列於表 I 另一面的第七行，以第六位小數爲單位，第八行爲其差數，以第八位小數爲單位；

b_1 同前；

b_2 列於表 I 另一面的第九行，以第八位小數爲單位，第十行爲其差數，以第十位小數爲單位；

δB 可檢表 II 的第一及第三表；

δl 則列於表 IV。

(3) 高斯子午線收歛角[1]　高斯子午線收歛角（或稱高斯經線輻合）是按下式計算的：

$$\gamma = \sin B \cdot l + \frac{\sin B \cos^2 B}{3\rho^2}(1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) \cdot l^3 + \frac{\sin B \cos^4 B}{15\rho^4}(2 - t^2) l^5. \tag{7}$$

假如令

$$c_1 = \sin B, \quad c_2 = \frac{\sin B \cos^2 B}{3\rho^2}(1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) \times 10^8, \quad \delta\gamma = \frac{\sin B \cos^4 B}{15\rho^4}(2 - t^2) l^5,$$

則 $$\gamma = l(c_1 + c_2 l') + \delta\gamma.$$

c_1 和 c_2 皆列於表 I 的另一面，c_1 列於第二行，其差數列於第三行，以第九位小數爲單位；c_2 列於第四行，以第七位小數爲單位。

(4) 方向歸化改正數　要將投影面上兩點 (x_1, y_1) 及 (x_2, y_2) 間的直線方向歸化成橢球面上的大地線的方向 必須加入按照下列公式[2] 所計算出的改正數：

(a) 由 (x_1, y_1) 點至 (x_2, y_2) 點的方向改正數爲

$$\delta_{1\cdot 2} = -\frac{\rho(x_2 - x_1)}{2R_m^2}\left(y_m - \frac{y_2 - y_1}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2}\right) - \frac{\eta^2 t(y_2 - y_1)}{R_m^3} y_m^2 \rho,$$

(b) 由 (x_2, y_2) 點至 (x_1, y_1) 點的反方向改正數爲

$$\delta_{2\cdot 1} = +\frac{\rho(x_2 - x_1)}{2R_m^2}\left(y_m + \frac{y_2 - y_1}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2}\right) - \frac{\eta^2 t(y_2 - y_1)}{R_m^3} y_m^2 \rho. \tag{8}$$

1) 高斯子午線收歛角與橢球面上的子午線收歛角相差：$\frac{2}{3}\eta^2 \sin B \cos^2 B \cdot l^3$。

2) 此式係根據蘇聯表說明，但我們不難從 Krüger: Grundformeln für die konforme Abbildung des Ellipsoids in der Ebene, § 24, 公式 (37*) 及 (59*) 推演而得。

式中 $$y_m=\frac{1}{2}(y_1+y_2) \quad 及 \quad R_m=\sqrt{MN}.$$

應用符號: $$f_m=\frac{\rho}{2R_m^2},\quad \mathrm{III}_\delta=\frac{y_m^2}{3R_m^2},\quad \triangle=\frac{\eta^2 t(y_2-y_1)}{R_m^3}y_m^2\rho$$

$$\sigma_1=y_m-\frac{y_2-y_1}{6}-\mathrm{III}_\delta,\quad \sigma_2=y_m+\frac{y_2-y_1}{6}-\mathrm{III}_\delta,$$

則方向改正公式爲

$$\left.\begin{aligned}\delta_{1\cdot2}&=-f_m(x_2-x_1)\sigma_1-\triangle\\ \delta_{2\cdot1}&=+f_m(x_2-x_1)\sigma_2+\triangle\end{aligned}\right\}\qquad(8')$$

式中 f_m 列於表 V, III_δ 列於表 VI, $\triangle$ 則列於表 VII。

以上公式係用於一等三角測量, 如用於二等三角量時, 則可將三次項棄去, 即用下式計算:

$$\left.\begin{aligned}\delta_{1\cdot2}&=-f_m(x_2-x_1)\left(y_m-\frac{y_2-y_1}{6}\right)\\ \delta_{2\cdot1}&=+f_m(x_2-x_1)\left(y_m+\frac{y_2-y_1}{6}\right).\end{aligned}\right\}\qquad(8'')$$

又在三等三角測量中可採用更爲簡單的公式:

$$\left.\begin{aligned}\delta_{1\cdot2}&=-f_m(x_2-y_1)y_m\\ \delta_{2\cdot1}&=+f_m(x_2-y_1)y_m.\end{aligned}\right\}\qquad(8''')$$

(5) 距離歸化改正數　距離的對數改正數可按下式計算[3])

$$\log S-\log s=\frac{\mu}{2}\left(\frac{y_m}{R_m}\right)^2+\frac{\mu}{24}\frac{\triangle y^2}{R_m^2}-\frac{\mu}{12}\left(\frac{y_m}{R_m}\right)^4,\qquad(9)$$

式中 S 爲投影面連接兩點間的直線距離, 而 s 則爲橢球面上相當點間的大地線的距離 μ 爲自然對數模數, $\triangle y=y_2-y_1$.

若令

$$f'_m=\frac{\mu\times10^8}{2R_m^2} \quad 及 \quad \mathrm{II}_s=\frac{\triangle y^2}{12},\quad \mathrm{III}_s=\frac{y^4}{6R_m^2},$$

則 $$(\log S-\log s)\times10^8=f'_m(y_m^2+\mathrm{II}_s+\mathrm{III}_s).\qquad(9')$$

f'_m 列於表 V, 而 II_s 及 III_s 則分別列於表 II 的前兩表。

3) Krüger: 同前 §27, 公式 (52*)

2. 計算工作略述

在計算本表之初，即預計到大地測量基本用表的推算，故大部份數值皆推算至適當精度，以免將來重新計算。本表中所用各基本數值，例如：子午線曲率半徑 M，卯酉圈曲率半徑 N 等皆爲大地測量中與地位置計算工作中重要數值，故推算之時必須十分愼重，並須算至小數以下三位數字。各基本數值皆由兩人用不同方法推算 以免錯誤。玆分別敘述如下：

(1) 常數的計算　　克拉索夫斯基橢球體的長半徑及扁率已在前文中列出，

即
$$a = 6378245\,m,$$

及
$$\alpha = 1/298.3 = 0.00335\ 23298\ 69259\ 135$$

由此推算：第一離心率
$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 2\,\alpha - \alpha^2$$
$$= 0.00669\ 34216\ 22965\ 94$$

第二離心率
$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{e^2}{1 - e^2}$$
$$= 0.00673\ 85254\ 14683\ 48$$

輔助半徑
$$c = \frac{a^2}{b} = a/(1 - \alpha)$$
$$= 6399698.90178271\,m$$

(2) 子午線長　　由赤道至緯度 B 的子午線長 X 係採用兩步計算法，即先計算由赤道至整度緯度的子午線長，然後再將每度分爲每分數值。整度子午線長的計算是採用下列公式的：

$$X = \alpha \cdot B + \beta \sin 2\,B + \gamma \sin 4\,B + \delta \sin 6\,B + \varepsilon \sin 8\,B + \zeta \sin 10\,B + \cdots \qquad (10)$$

其中各係數爲

$$\left.\begin{aligned}
\alpha &= +\frac{c}{\rho^0}\left\{1 - \frac{3}{4}e'^2 + \frac{45}{64}e'^4 - \frac{175}{256}e'^6 + \frac{11025}{16384}e'^8 - \frac{43659}{65536}e'^{10} + \cdots\right\}\\
\beta &= -\frac{c}{2}\left\{\frac{3}{4}e^2 - \frac{15}{16}e'^4 + \frac{525}{512}e'^6 - \frac{2205}{2048}e'^8 + \frac{72765}{65536}e'^{10} - \cdots\right\}\\
\gamma &= +\frac{c}{4}\left\{\frac{15}{64}e'^4 - \frac{105}{256}e'^6 + \frac{2205}{4096}e'^8 - \frac{10395}{16383}e'^{10} + \cdots\right\}\\
\delta &= -\frac{c}{6}\left\{\frac{35}{512}e'^6 - \frac{315}{2048}e'^8 + \frac{31185}{131072}e'^{10} - \cdots\right\}\\
\epsilon &= +\frac{c}{8}\left\{\frac{315}{16384}e'^8 - \frac{3465}{65536}e'^{10} + \cdots\right\}
\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

式中 $\rho^0=\frac{180^\circ}{\pi}$. 我們若將前文所列的基本數值 e'^2 及 c 等代入上式，然後再代入 (10) 式, 則

$$X^0=[111134.86108]\cdot B-[16038.48027]\sin 2B+[16.82806]\sin 4B-[0.02197]\sin 6B+[0.00003]\sin 8B-\cdots. \tag{10'}$$

上式中右邊第一項的 B 以度爲單位，第二項在計算時需用九位三角函數表, 此項數值係採自本組從前推算的十三位正弦函數表。以上數值由兩人先後推算兩次。

第二步工作爲將每度分割爲每分數值; 即按下式計算逐分的增值:

$$\triangle X=X'-X^0=M\triangle B+\frac{3}{2}\frac{M}{V^2}\eta^2 t\triangle B^2+\frac{M}{2V^4}\eta^2(1-t^2+\eta^2+4\eta^2t^2)\triangle B^3-\frac{M}{2}\eta^2 t\triangle B^4+\cdots \tag{12}$$

式中 $\triangle B=1', 2', \cdots 30'$, M 爲相當於 X° 的緯度 B_0 的子午線曲率半徑, $t=\tan B_0$, $\eta^2=e'^2\cos^2 B_0$, $V^2=1+\eta^2$, 各符號皆相當於緯度 B_0.

計算之時每度由 $0'$ 和 $60'$ 相對地逐分計算，各至 $30'$ 爲止。例如要推算 15°—16° 間的逐分數值時, 須從 $15^\circ 0'$ 逐分推算至 $15^\circ 30'$, 又由 $16^\circ 0'$ 退算至 $15^\circ 30'$ 爲止 兩個最後數字必須互相符合, 如第四位小數相差 4 時, 則須檢驗, 找出錯誤所在而加以改正。全部計算完畢後再用差數核對, 如二次差不勻時, 則加以檢驗。此表原從 18° 計算至 54°, 作者收到蘇聯表後 曾將 30°—54° 各分數值互相校對, 其中除有少數數值由於進位關係 在第三位小數相差 1 外, 餘皆相同。說明上述計算方法及檢算方法是嚴格可靠的。

(3) 卯酉圈曲率半徑 N 及係數 b_1 的計算 N 的計算與 X 的計算步驟相同 即先推算整度數值, 然後再分爲每分的數值。因爲

$$N=\frac{c}{V}, \tag{13}$$

故可先推算 $\frac{1}{V}$, 然後以 c 乘。此數可用級數計算, 即

$$\frac{1}{V}=(1+\eta^2)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\eta^2+\frac{3}{8}\eta^4-\frac{5}{16}\eta^6+\frac{35}{128}\eta^8-\cdots \tag{14}$$

如此求出 $\frac{1}{V}$, 以 c 乘即得 N。 但此種計算方法僅用於整度, 每分的數值則按下式計算之:

$$N' = N\left\{1 + \frac{\eta^2 t}{V^2}\triangle B + \frac{\eta^2}{2V^4}(1-t^2+\eta^2)\triangle B^2 - \frac{\eta^2 t}{6V^6}(4-\eta^2t^2+9\eta^4t^2)\triangle B^3 + \frac{\eta^2}{6}(1-t^2)\triangle B^4 + \cdots\right\} \tag{15}$$

N 爲整度的曲率半徑，其他符號與前文同。計算及核對方法同子午線長。

將 N' 與相當緯度 B' 的餘弦相乘，得 $N\cos B$，$\cos B$ 係採自前文所述的十三位眞數表。以 ρ'' 除 $N\cos B$ 即得 b_1，此處的 ρ'' 爲每一弧度內的秒數，即

$$\frac{1}{\rho''} = 0.00000484813681.$$

(4) 其他數値的計算　以 $\frac{10^8}{2\rho''}\sin B$ 乘 b_1 求得表中的 a_1，

以 $\frac{10^8}{6\rho''^2}\cos^2 B(1-t^2+\eta^2)$ 乘 b_1 得表中的 b_2，

以 $\frac{10^8}{12\rho''^2}\cos^2 B(5-t^2+9\eta^2+4\eta^4)$ 乘 a_1 得表中的 a_2.

以上各數値的核對方法係用差數法。

δx 及 δy 的計算是先按每度的平均緯度計算出：

$$\frac{N}{720\rho''^6}\sin B\cos^5 B(61-58t^2+t^4) \text{ 及 } \frac{N}{120\rho''^5}\cos^5 B(5-18t^2+t^4+14\eta^2-58\eta^2t^2)$$

等常數，然後各以 l 的六次及五次方乘（注意此處的 l 係以秒爲單位）。照例應根據常數大小反算兩數値每差 0.001 的經度値，但因須與蘇聯表拼合之故，所以必須採用相同的經度 l，以致在緯度 15°—18° 之間以及經度在 3° 左右，表値有跳躍情形。用者必須注意，若經度不等於表中引數時，應按內插方法求出正確數字。

其他各數値如 A_1, B_1, A_2, B_2 等的計算方法與上述者大致相同，茲不贅述。

c_1 即爲緯度的正弦，係直接從三角數表中摘錄，

f_m 及 f'_m 亦係按各緯度的平均緯度計算。δB 與 δx 爲同一表，$\delta\gamma$ 及 δl 的計算方法與 δx 及 δy 同。

除此以外，表 VI 的 II_s, III_s, III_δ 及表 VII 皆採用蘇聯表。

3. 表的用法及實例

（1）內插方法　自各計算公式可以了解各表的用法，讀者可參閱下面所舉出的實例，明瞭計算的方法及步驟。此處必須加以說明者則爲內插方法。按表值 $X, a_1, b_1, b_2, c_1, A_1, B_1$ 及 B_2 等表之後皆列有每秒的差數，其中 X, a_1 及 b_1 的差數上下相差較多，必須顧計到二次內插。所列差數皆爲上下兩實際差數的中數，故作二次內插時與一般方法略有不同，例如 $21°0'$—$21°5'$ 間的 X 值爲:

X	實際每秒差數	平均每秒差數（即表值）
2323118.501		
2324963.619	30.75530	
2326808.941	30.75537	30.75533
2328654.267	30.75543	30.75540
2330499.596	30.75548	30.75546

採用平均差數，則二次內插較爲簡便。茲先述此法的數學根據如下:
設 $y_0, y_1, y_2 \cdots$ 等爲表值，其各級差數可列表如下:

表值	一次差	二次差
y_0		
y_1	$\triangle y_0 = y_1 - y_0$	
y_2	$\triangle y_1 = y_2 - y_1$	$\triangle^2 y_0 = \triangle y_1 - \triangle y_0$
y_3	$\triangle y_2 = y_3 - y_2$	$\triangle^2 y_1 = \triangle y_2 - \triangle y_1$

今若欲求 y_1 與 y_2 間的 $y = y_1 + z$ 值，則按照一般內插方法爲

$$y = y_1 + z \triangle y_1 - \frac{1}{2} z(1-z) \triangle^2 y_1$$

$$= y_1 + z \triangle y_1 - \frac{1}{2} z(\triangle y_2 - \triangle y_1) + \frac{1}{2} z^2 \triangle^2 y_1.$$

假如二次差是相等的或相差甚少時,

則
$$\triangle y_2 - \triangle y_1 = \triangle y_1 - \triangle y_0,$$

故
$$y = y_1 + \frac{1}{2}(\triangle y_1 + \triangle y_0)z + \frac{1}{2}z^2\triangle^2 y_1$$
$$= y_1 + \left(\triangle y_m + \frac{1}{2}z\triangle^2 y_1\right)z,$$

式中 $\triangle y_m = \frac{1}{2}(\triangle y_1 + \triangle y_0)$ 即爲平均差數，此處須注意者爲上式右邊括弧外的 z 以秒爲單位 括弧內者則以分爲單位。括弧內的第二項可按表中所列平均差數的差數以及秒數檢查同頁的附表得之。

例 1. 推算緯度 $B = 21°\,35'\,49''.4721$ 的 X, b_1 及 A_1.

	X	$\triangle 1''$	b_1	$\triangle 1''$	A_1	$\triangle 1''$
				$\times 10^{-9}$		$\times 10^{-7}$
$B = 21°35'$	2387706.605	+ 30.75740	28.7674513	− 54853	10.07788	+ 1424
$\triangle^2 y$		(+ 7)		(− 41)		(0)
依引數 49″.5 檢附表		+ 3		− 17		0
		+ 30.75743		− 54870		+ 1424
$\triangle 1'' +$ 49″.4721 × ($\triangle 1'' +$)	+ 1521.635		− 27145		+ 704	
答　數	2389228.240		28.7647368		10.08492	

例 2. 已知子午線長 $X = 2389228.240$，反算緯度 B

$$X = 2389228.240$$

$B_0 = 21°35'$　表值　$X_0 = 2387706.605$　$\triangle 1'' = +30.75740$　$\triangle^2 1'' = 7 \times 10^{-5}$

$$\triangle X = \quad 1521.835$$

$\dfrac{\triangle X}{\triangle 1''} = \quad +49''.47215$　自差數 7 的附表依引數求得二次改正數爲 3×10^{-5}

故　$49.5 \times \dfrac{3 \times 10^{-5}}{30.7} = -5 \times 10^{-5}.$

所以　$B = 21°\,35' + 49''.47215 - 0.00005 = 21°\,35'\,49''.47210.$

(2) 由經緯度推算平面坐標及子午線收斂角　推算方法及步驟可從以下所舉之例明之。下表所列第一行的號數爲計算步驟 第二行爲符號，從符號可以明瞭計算方法。第三，四，五行則爲下列三點的全部計算。設三點的經緯度各爲

	緯度			經度		
A	29°	34′	16″.5412	106°	25′	14″.8663
B	29	35	05 .5817	106	51	59 .5438
C	29	53	05 .8912	106	34	28 .3394

表 1

計算程序	測站 / 符號	A	B	C
1	B	29° 34′ 16″.5412	29° 35′ 05″.5817	29° 53′ 05″.8912
2	L	106 25 14 .8663	106 51 59 .5438	106 34 28 .3394
3	L_0	105	105	105
4	l	+ 1° 25′ 14″.8665	1° 51′ 59″.5438	1° 34′ 28″.3394
5	l''	5114″.8663	6719″.5438	5668″.3394
6	$l' = l^2 \cdot 10^8$	0.2616186	0.4515226	0.3213007
9	$a_2 10^{-3}$	2254	2253	2250
11	$b_2 10^{-7}$	54490	54437	53323
13	$c_2 10^{-7}$	2970	2970	2979
8	a_1	3220.016	3220.933	3240.942
14	$a_2 l'$	0.590	1.017	0.723
17	$a_1 + a_2 l'$	3220.606	3221.950	3241.665
7	X	3272646.401	3274156.404	3307420.914
20	$l' (a_1 + a_2 l')$	842.570	1454.783	1041.549
23	δx	0.000	0.000	0.000
26	x	3273488.971	3275611.187	3308462.463
10	b_1	26.9166538	26.9130402	26.8330519
15	$b_2 l'$	14256	24580	17133
18	$b_1 + b_2 l'$	26.9180794	26.9154982	26.8347652
21	$l (b_1 + b_2 l')$	137682.377	180859.869	152108.557
25	δy	0	− 1	0
27	y	137682.377	180859.868	152108.557
12	c_1	0.4935057	0.4957124	0.4982603
16	$c_2 l'$	777	1341	957
19	$c_1 + c_2 l'$	0.4935834	0.4958465	0.4983560
22	$l (c_1 + c_2 l')$	2524″.613	3118″.423	2824″.851
24	$\delta \gamma$	0	0	0
28	γ	0° 42′ 04″.613	0° 51′ 58″.423	0° 47′ 04″.851

(3) 由平面坐標反算經緯度　在反算經緯度時,首先須根據縱坐標 x 求出補助緯度,此即下表中第五項的 B_f,以後即以此緯度爲引數從表中檢出各常數。計算方法及步驟如下:

表 2

計算程序	符號 ╲ 點名	A	B	C
1	x	3273488.971	3275611.187	3308462.463
2	y	137682.377	180859.868	152108.557
3	$y' = y^2 \times 10^{10}$	1.895644	3.271029	2.513701
8	$A_2\,10^{-6}$	1759	1762	1789
9	$B_2\,10^{-8}$	181574	181650	182829
7	A_1	14.43862	14.44982	14.62355
10	$A_2 y'$	− 333	− 576	− 414
13	$A_1 + A_2 y'$	14.43529	14.44406	14.61941
5	B_f	29° 34′ 43″.9054	29° 35′ 52″.8287	29° 53′ 39″.7161
14	$-y'(A_1+A_2 y')$	− 27 .3642	− 47 .2469	− 33 .8[illegible]49
16	$-\delta B$	00 .0000	00 .0000	00 .0000
18	B	29° 34′ 16″.5412	29° 35′ 05″.5818	29° 53′ 05″.8912
6	b_1	26.9146377	26.9095574	26.8305351
11	$B_2 y'$	34420	59418	42301
13	$b_1 + B_2 y'$	26.9180797	26.9154992	26.8347652
15	$y : (b_1 + B_2 y')$	5114″.8662	6719″.5435	5668″.3394
17	δl	+ 1	+ 3	+ 1
19	l''	5114″.8663	6719″.5438	5668″.3395
20	l^0	1° 25′ 14″.8663	1° 51′ 59″.5438	1° 34′ 28″.3394
4	L_0	105	105	105
21	L	106° 25′ 14″.8663	105° 51′ 59″.5438	106° 34′ 28″.3394

(4) 由橢球面三角形直接推算坐標　假設已知三角形 ABC 一邊 AB 的邊長、A 點的經緯度,以及 ABC 三角形平差後的角度,即可直接推算三點的平面坐標。其中 A 點的平面坐標可按(2)節的方法換算,而 B,C 二點則可從平面三角形推算之。要達到這一目的,必須先將 AB 邊的長度歸算成平面的直線距離,同時須將 A,B,C 三角歸算爲平面角。

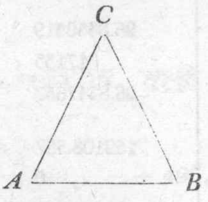

圖 1

茲舉例如下:　設 A 點的經緯度爲 $L = 106°\ 25'\ 14''.8663$,$B = 29°\ 34'\ 16''.5412$,AB 邊的長度對數爲　$\log s = 4.63564474$,AB 方位 $\alpha = 87°\ 53'\ 15''.465$

$$\angle A = 64°\quad 46'\quad 01''.986$$

$$\angle B = 51\quad 37\quad 32\ .908$$

$$\angle C = 63\quad 36\quad 28\ .867$$

$$180°\quad 00'\quad 03''.761$$

求三點的平面坐標。

(a) 推算各方位的歸化改正數 δ 及 AB 邊的對數改正數 $\log S - \log s$。δ 應有兩數,即從起點至終點的方位改正數 $\delta_{1\cdot2}$ 及反方向的改正數 $\delta_{2\cdot1}$。例如以下計算例中的表 IV(第 15 頁)係推算 AB 方向的改正數,其中第 34 項的 $\delta_{1\cdot2}$ 爲 AB 方位的改正數,第 35 項的 $\delta_{2\cdot1}$ 則爲 BA 方位的改正數。在計算之時,必須逐段計算,先計算 $A—B$,然後 $A—C$。在計算 $A—B$ 改正數時,坐標 x_1y_1,已按 (2) 節所述方法推算出。近似平面方位亦預行算出,列在計算表的第六行內。其中的 γ 爲子午線收斂角,亦按 (2) 節方法推算之。在計算近似方位改正數 δ 及近似長度對數改正數 $\log S - \log s$ 時,可按近似公式 $\delta = -f_m(x_2 - x_1)y_m$ 及 $(\log S - \log s) \times 10^8 = f'_m y_m^2$ 計算之。此處需用的 $\triangle x = (x_2 - x_1)$ 及 $y_m = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$ 亦應預先按程序 13—16 計算出。$\triangle x$ 及 $\triangle y$ 的初步計算不必加改正數 $\log S - \log s$。此外尚須注意者則爲第 24 項的 $\frac{1}{6}(y_2 - {}_1y)$ 計有正負兩數,如 $(y_2 - y_1)$ 爲正數,則以 y_m 減之,得 σ_1,再以 y_m 加之得 σ_2。如爲負數則先加,得 σ_1,再減,得 σ_2。

(b) 平面角及距離的推算　　自上列計算表的 34 及 35 項,可得各方位的改正如下:

AB:	$\delta_{1\cdot2} = -\ 0''.823$	BA:	$\delta_{2\cdot1} = +\ 0''.900$
AC:	$\delta_{1\cdot2} = -12''.675$	CA:	$\delta_{2\cdot1} = +13''.103$
BC:	$\delta_{1\cdot2} = -14''.308$	CB:	$\delta_{2\cdot1} = -13''.507$

故各角的改正數如下:

$$\delta_A = -\ 0''.823 + 12''.675 = +11''.852,$$

$$\delta_B = -14''.308 - \ 0''.900 = -15''.208,$$

$$\delta_C = +13''.103 - 13''.507 = -\ 0''.404.$$

又　　$\log s = 4.6356447.4$

$$\log S - \log s = \quad 1366.8,$$

故　　$\log S \quad = 4.6357814.2.$

故得