MATHEMATICAL ECONOMICS

数理经济学

·下册·

〔英〕R.G.D.艾伦 著

商 务 印 书 馆

数 理 经 济 学

下　　册

〔英〕R. G. D. 艾伦 著
吴易风　刘天芬 译

商　务　印　书　馆
1990年·北京

R. G D. Allen

MATHEMATICAL ECONOMICS

Macmillan & Co LTD

London 1959

根据伦敦麦克米伦公司 1959 年第 2 版译出

SHÙLǏ JĪNGJÌXUÉ

数 理 经 济 学

下 册

〔英〕R. G. D. 艾伦 著

吴易风 刘天芬 译

商 务 印 书 馆 出 版

（北京王府井大街 36 号）

新华书店总店北京发行所发行

三河县二百户印刷厂印刷

ISBN 7-100-00662-7/F·65

1990 年 3 月第 1 版　　开本 850×1168 1/32

1990 年 3 月北京第 1 次印刷　　字数 355 千

印数 2.1[illegible] 册　　印张 18

定价：6.70 元

目　录

第十章　一般经济均衡

10.1　交换的均衡

生产和交换的一般均衡在本章中是在“纯粹竞争”的静态条件下展开论述的，“纯粹竞争”的意思是，没有一个个体(消费者或厂商)处于直接影响价格的地位。对于消费者和厂商来说，价格是已知的参数，只取决于市场条件。纯粹竞争并不意味着可以“自由进入”任何生产者集团。这是一个单独的概念，“自由进入”的条件也许加在、也许不加在纯粹竞争的模型之中。

这里的分析是以现代作者如希克斯(1939年，1946年)和萨缪尔森(1947年)所发展的瓦尔拉斯和帕累托的成果为依据的。这是最广泛的和无所不包的一种分析，它研究经济社会中为数众多的个体消费者和生产者，它对所处理的变量的数目不加任何限制。危险之处在于，这种分析变得过于一般化，以致会完全没有结果。所有变量都一起由已知条件决定，在这个意义上，一般均衡是封闭式的。为了确定这个体系同均衡的一致性，可以把方程的数目同未知数作一对比。但是，关于均衡，甚至是关于存在一个均衡，还是存在一个以上的均衡，知道的可能很少。也没有任何意思暗示在动态的意义上均衡是稳定的。

需要引出“具有许多市场的价格体系的作用的一般规律”(希

克斯(1946 年)著作,第 6 页),引出"对于实际材料作了概括的……有意义的定理,这些实际材料但愿在理想的条件下被驳倒"(萨缪尔森(1947 年)著作,第 4 页)。假如这一体系中的某些情况发生变化,那么变量会向什么方向变动?为了回答这类问题,一般需要考察开放体系——完全封闭体系的一个部分,在封闭体系中某些变量可以指定任意值的参数。开放体系只能导致局部分析,但是它的灵活性足以有助于获得"有意义的定理"。

交换均衡分析是瓦尔拉斯在一种形式上留下来的,对这种形式只需补充少数注释。在处理大量变量时符号问题是相当重要的,小写字母例如 x 用于单个消费者和生产者的购买量和销售量,大写字母例如 X 用于市场总量。加下标以表示商品之间 ($r=1, 2, \cdots m$)或单个消费者或生产者之间($i=1, 2, \cdots n$ 或 $j=1, 2, \cdots N$(的区别。有 m 种商品(下标 r),n 个单个消费者(下标 i)和 N 个厂商(下标 j)。这样,X_r 可以表示第 r 种商品的市场总量,x_{ri} 表示第 i 个消费者对第 r 种商品的购买量。

在一般交换经济中,假设 $\bar{x}_{ri}$ 是由第 i 个个人最初持有第 r 种商品的已知量,x_{ri} 是在交换之后的相应量,然而是未知数。第 r 种商品的交换所按照的价格用 p_r 表示。有待确定的只是价格比例。为了方便起见,设以第 m 种商品作为等价物(numéraire),并令 $p_m=1$。变量的总数是:

$$m(n+1)-1$$

即:$r=1, 2, \cdots m$ 以及 $i=1, 2, \cdots n$,有 $m\,n$ 个变量 x_{ri},$r=1, 2, \cdots (m-1)$,有 $(m-1)$ 个价格 p_r。

存在着两组均衡条件:一组同各个人的购买量和销售量有关,

另一组同市场各要素有关。

(i) 每个人在市场价格为已知时在自己的预算平衡的条件下,确定自己的购买量或销售量,以便使自己的"效用"极大化。每个人的序数效用函数假定为:

$$u_i = u_i(x_{1i},\ x_{2i},\ \cdots x_{mi}) \quad (i=1,\ 2,\ \cdots n)$$

带有连续偏导数:

$$u_{ri} = \frac{\partial u_i}{\partial x_{ri}} \qquad \begin{matrix} (r=1,\ 2,\ \cdots m) \\ (i=1,\ 2,\ \cdots n) \end{matrix}$$

对于各种不同的 r, u_{ri} 的比率同 u_i 的序数性质无关。u_i = 极大值,同时又满足预算平衡方程:

$$\sum_r p_r(x_{ri} - \bar{x}_{ri}) = 0$$

条件是"边际效用" u_{ri} 的比率(或边际替代率)等于已知价格比率 p_r。因为 $p_m=1$, 所以,对 r 从 1 到 $(m-1)$ 的每一个值以及对于 i 从 1 到 n 的每一个值的条件是

$$\frac{u_{ri}}{p_r} = u_{mi}$$

(ii) 市场条件是,价格必须同每种商品的总需求量和总供给量(总购买量和总销售量)的均等相一致。这就是说,对于每一个 r, $\sum_i(x_{ri} - \bar{x}_{ri}) = 0$。但是,这些关系式中的一个关系式可以从其他关系式中推导出来。假定

$$\sum_i(x_{ri} - \bar{x}_{ri}) = 0 \quad r=1,\ 2,\ \cdots(m-1)。$$

然后,求出所有个人的预算均衡条件的总和:

$$0 = \sum_i \sum_r p_r(x_{ri} - \bar{x}_{ri}) = \sum_r p_r\{\sum_i(x_{ri} - \bar{x}_{ri})\} = p_m \sum_i(x_{mi} - \bar{x}_{mi})$$

即 $$\sum_i(x_{ri}-\bar{x}_{ri})=0$$

对于 $r=m$ 也是如此。

对于 $r=m$，最后的市场条件可以因此而消除。

这时均衡的条件是：

$$\text{(i)}\quad (a)\quad \frac{u_{ri}}{p_r}=u_{mi}\qquad \begin{cases} r=1,\ 2,\ \cdots(m-1) \\ i=1,\ 2,\ \cdots n \end{cases}$$

$$(b)\quad \sum_r p_r(x_{ri}-\bar{x}_{ri})=0\qquad i=1,\ 2,\ \cdots n$$

$$\text{(ii)}\qquad \sum_i(x_{ri}-\bar{x}_{ri})=0\qquad r=1,\ 2,\ \cdots(m-1)$$

方程的数目在(i)(a)中是$(m-1)n$，在(i)(b)中是n，在(ii)中是$(m-1)$，总共是$m(n+1)-1$，等于变量的数目。体系是封闭的，同交换的均衡相一致。

完全体系可以分为几个开放部分，并按照各个阶段达到均衡。关于个人需求，对第i个个人来说，在(i)(a)中有$(m-1)$个方程，在(i)(b)中有1个方程。$r=1,\ 2,\ \cdots m$，以及在i为已知时，这些m个方程足以确定用价格表示的变量x_{ri}。这时市场均衡同总需求和总供给方程有关，即同方程(ii)有关。假定：

$$X_r=\sum_i x_{ri},\qquad \bar{X}_r=\sum_i \bar{x}_{ri}$$

因此，X_r是第r种商品$(r=1,\ 2,\ \cdots m)$的总需求，$\bar{X}_r$是总供给。$\bar{X}_r$是已知资料，X_r决定于个人需求，用价格p_r表示。因此，条件(ii)不过是：

$$X_r=\bar{X}_r\qquad r=1,\ 2,\ \cdots(m-1)$$

或者是用$(m-1)$个价格p_r表示的$(m-1)$个方程，而$p_m=1$。在市场上，个人需求（同已知的初始供给有关）加总在一起决定同均

衡相一致的市场价格。

市场条件(ii)意味着"价格必须使需求和供给相等"。这并不排除负价格的可能性。能不能把条件增强为"必须有使需求和供给相等的非负价格"?这并非如此。事实上，正象苏森(1942年，1955年)所着重指出的那样,条件需要重新改变为：或者是需求等于供给(没有闲置资源)，或者是该商品价格等于零。这是一种极容易用后面第16章和第17章的技术处理的公式。

习题 10.1

1．考察两个人($i=1, 2$)和两种商品 X 和 Y 的情况,假定二次效用函数是:

$$u_1=a_1x_1^2+2h_1x_1y_1+b_1y_1^2;\ u_2=a_2x_2^2+2h_2x_2y_2+b_2y_2^2$$

写出交换均衡的条件，明确地用两种商品的价格比率 p 求出个人需求(x_1, y_1, x_2 和 y_2)。

2．在上题的情况下，证明，市场条件可以简化为 p 的单一方程，这是一个三次方程。写出 p 的三个根的乘积式，说明在 u_1 和 u_2 的可能有的条件下乘积是正值。从而证明,在这些条件下,至少有一个 p 的正值同均衡相一致。

3．证明，在求上题 p 的三次方程时，$(a_1-2h_1p+b_1p^2)$ 和 $(a_2-2h_2p+b_2p^2)$必须不等于零。证明,如果对 x_1 和 y_1(两者都不等于零)的所有值来说，u_1 都是正值,那么情况就是如此。对于 u_2，情况也类似。为什么有把握作出这一假设?

10.2　具有固定生产系数的均衡

现在仍然假定有 n 个人($i=1, 2, \cdots n$)占有 m 种商品($r=1, 2, \cdots m$)的初始数量 $\bar{x}_{ri}$，在已知价格比率 p_r($p_m=1$ 作为等价物)时需要该商品的最终数量 x_{ri}。个人需求的条件是上述10.1的方

程(i)(a)和(i)(b)。

现在假定,除了商品交换之外,又出现了从生产或初始资源变换$\bar{x}_{ri}$进入市场的新供给量。为了简单起见,作为中间产品以及作为消费品和生产要素的商品都不加考虑。一批n种商品可以分成互不重合的两组商品:k种生产要素($s=1, 2, \cdots k$)和$(m-k)$种消费品($t=k+1, k+2, \cdots m$)。下标r用来表示整个一组m种商品,在考虑划分时,下标s指的是k种要素,t指的是$(m-k)$种消费品。

在市场总量中,假设

$$X_r=\sum_i x_{ri}, \quad \bar{X}_r=\sum_i \bar{x}_{ri}$$

分别为在已知价格的情况下第r种商品的需求量和供给量。因此,$\bar{X}_r$或者用来交换($r=t$),或者用来作为生产要素($r=s$);X_r或者作为消费品的需求量(经交换或来自新的生产),或者作为要素劳务的"保留"需求。对于一些商品(下标s),$X_s<\bar{X}_s$,差额是要素的供给。对于另一些商品(下标t),$X_t\geqslant\bar{X}_t$,增加的需求量来自新的生产。因此:

$$\text{市场供给(要素)}=-(X_s-\bar{X}_s) \quad s=1, 2, \cdots k$$

$$\text{市场需求(商品)}=X_t-\bar{X}_t \quad t=k+1, k+2, \cdots m$$

供给和需求全部都是作为价格p_r的函数求出的。

假定新的生产是在固定技术系数(没有联合生产,规模收益不变)的条件下发生的。令a_{st}是生产第t种产品(消费品)的单位数量所使用的第s种要素的数量。这里的a_{st}在$s=1, 2, \cdots k$以及$t=k+1, k+2, \cdots m$时是已知常数。假定Y_r是新的生产的第r

种商品的产量，因而对于要素$(s=1, 2, \cdots k)$来说，$Y_s<0$；对于消费品$(t=k+1, k+2, \cdots m)$来说，$Y_t\geqslant 0$。第一个技术条件是，在技术系数已知的情况下，要素的总使用量为

$$(-Y_s)=\sum_t a_{st}Y_t。$$

因此：
$$\sum_t a_{st}Y_t+Y_s=0 \quad s=1, 2, \cdots k$$

再假定，厂商可以"自由加入"各生产部门，以致在价格已知时对于新的生产来说收益和成本相等（零利润）。对于第 t 种消费品来说，收益是 p_tY_t，成本是$(\sum_s p_s a_{st})Y_t$。因此，第二个技术条件是，

$$\sum_s p_s a_{st}-p_t=0 \quad t=k+1, k+2, \cdots m$$

为了完成这一体系，仍然需要加上需求和供给方程的市场条件。对于要素来说，供给是$-(X_s-\overline{X}_s)$，新的生产的需求是$(-Y_s)$。对于消费品来说，来自新的生产的个人需求是$(X_t-\overline{X}_t)$，供给是Y_t。因此，要素和消费品的市场条件相同，都是：

$$Y_r=X_r-\overline{X}_r \quad r=1, 2, \cdots m$$

与上述10.1的相同，这些条件的某一条件（比如说在$r=m$时）可以从其他条件导出（见本节习题第1题）。相关条件应当消去。这时完整的体系是：

$$\text{(i)}\quad (a)\quad \frac{u_{ri}}{p_r}=u_{mi} \qquad \begin{cases} r=1, 2, \cdots (m-1) \\ i=1, 2, \cdots n \end{cases}$$

$$(b)\quad \sum_r p_r(x_{ri}-\overline{x}_{ri})=0 \qquad i=1, 2, \cdots n$$

$$\text{(ii)}\quad (a)\quad \sum_t a_{st}Y_t+Y_s=0 \qquad s=1, 2, \cdots k$$

$$(b)\quad \sum_s p_s a_{st}-p_t=0 \qquad t=k+1, k+2, \cdots m$$

(iii) $$Y_r = \sum_i (x_{ri} - \bar{x}_{ri}) \qquad r=1,\ 2,\ \cdots(m-1)$$

变量是 x_{ri},Y_r 以及 p_r; 它们的数目是

$$mn+m+(m-1)=m(n+2)-1$$

方程的数目相同,在(i)(a)中等于$(m-1)n$,在(i)(b)中等于 n,在(ii)(a)中等于 k,在(ii)(b)中等于$(m-k)$,在(iii)中等于$(m-1)$。这是一个封闭体系,同均衡相一致。

以下是表明逐步导致均衡的一种方式。条件(i)(a)和(i)(b),可以用来求以价格表示的个人需求 x_{ri}。同生产技术有关的条件(ii)(a),可以用来求以产量 Y_t 表示的要素需求$(-Y_s)$。表示"自由加入"意指"竞争"这一事实的条件(ii)(b),可以用来求用要素价格 p_s 表示的消费品价格P_t。消费品的市场条件,即在 $t=k+1$, $k+2$, $\cdots(m-1)$时的方程(iii),可以用来求产量 Y_t,先用所有价格表示,然后只用要素价格 p_s 表示(因为 p_t 现在可以用 p_s 消去)。现在留下的全部只是一组要素市场条件或 $s=1,\ 2,\ \cdots k$ 时的方程(iii)。按照上述关系,这些条件只是 k 个要素价格 p_s 的 k 个方程。在要素市场上,这一问题的所有其他关系都一起共同决定同均衡相一致的市场价格。

习题 10.2

1. 写出$\sum_r p_r\{\sum_i(x_{ri}-\bar{x}_{ri})-Y_r\}$,按照 $r=1,\ 2,\ \cdots m$ 求和。证明,条件(i)(b),(ii)(a)以及(ii)(b)将使此式等于零。推论,如果在 $r=1,\ 2,\ \cdots(m-1)$时条件(iii)成立,那么在 $r=m$ 时这些条件也能成立。

2. 对于某些消费品,假设 $X_t=\bar{X}_t$,因而需求完全由交换得到满足。方程(i)—(iii)受到什么影响?它们同均衡还一致不一致?

3. 把另一种商品(下标u)加到这一体系上，这种商品是生产中的中间产品(即最初个人没有占有并且没有提出需求的产品)。它是由要素s按固定系数a_{su}生产的，而且它本身按固定系数a_{ut}被用于商品t的生产。证明，(ii)(b)还要增加一个方程$\sum_s p_s a_{su} - p_u = 0$，(ii)(a)还要增加一个方程

$$\sum_t a_{ut} Y_t + Y_u = 0。$$

指出这些只确定这种额外商品的价格和生产量(和使用量)。

10.3 一般市场均衡

上节的均衡分析是生产和交换的均衡分析，然而限于生产中固定规模收益的情况。这一条件现在可以放宽，问题可以推广到容许个别厂商以各不相同的技术可能性进行生产。

假定有n个个人，具有m种商品的初始资源$\bar{x}_{ri}$和需求x_{ri} ($r=1, 2, \cdots m$以及$i=1, 2, \cdots n$)。均衡条件仍写成上节(i)(a)的形式。现在进一步假定，这些个人包括某些在控制生产性厂商中充当**企业家**的人。预算平衡，以前写成支出$\sum_r p_r x_{ri}$等于来自初始资源s的收入$\sum_r p_r \bar{x}_{ri}$，现在则需要加以改变。如果"自由加入"被认为对所有厂商和企业家都意味着零净利润，那么上节的条件(i)(b)仍然成立。但是这里举出一种更为一般的情况，在此情况下，假定第i个个人有一笔企业主收入，这笔收入是全部生产所赚取的总利润R的一个固定的和已知的比例份额π_i。他的收入按$\pi_i R$增加，就个人来说是固定的，但是涉及到一个尚待确定的参数R。代替条件(i)(b)的个人预算平衡是：

$$\sum_r p_r (x_{ri} - \bar{x}_{ri}) = \pi_i R \quad (\text{式中：} \sum_i \pi_i = 1) \quad (i=1, 2, \cdots n)$$

注意，如果$\pi_i = 0$为已知，那么第i个个人就不是企业主。

假定,生产是通过 N 个厂商进行的,用下标 j 代表,每一家厂商都在已知的技术条件下进行生产,这种技术条件用生产函数表示:

$$f_j(y_{1j},\ y_{2j}\cdots y_{mj})=0 \quad (j=1,\ 2,\ \cdots N)$$

式中 y_{rj} 是(如果是正值)所生产的第 r 种商品量,或者是(如果是负值)所使用的要素量。也可能有一些商品,或者是要素,或者是产品,对这些商品来说,$y_{rj}=0$,第 j 个特殊厂商正巧既不使用它们,也不生产它们。假定 f_j 有连续偏导数:

$$f_{rj}=\frac{\partial f_j}{\partial y_{rj}} \qquad \begin{cases} r=1,\ 2,\ \cdots m \\ j=1,\ 2,\ \cdots N \end{cases}$$

f_{rj} 的比率表示生产的边际替代率。

每一家厂商组织生产都是为了使净利润 $R_j=\sum\limits_r p_r y_{rj}$ 极大化,限制条件是它的生产函数和已知的市场价格。在 R_j 中有一些项是正值(收益,$y_{rj}>0$),另一些项是负值(成本,$y_{rj}<0$)。满足于 $f_j=0$ 的 $R_j=$ 极大值的条件是:

$$\frac{f_{rj}}{p_r}=f_{mj} \qquad \begin{cases} r=1,\ 2,\ \cdots(m-1) \\ j=1,\ 2,\ \cdots N \end{cases}$$

比率 $f_{1j}:f_{2j}:f_{3j}:\cdots:f_{mj}$($j$ 为已知)表示在第 j 个厂商所具有的生产可能性下要素和(或)产品之间的边际替代率。

与上述 10.2 一样,市场条件是所有要素和消费品的需求都等于供给。设 $Y_r=\sum\limits_j y_{rj}$。如果 Y_r 是正值,那么它就是所生产的商品的净产量;如果 Y_r 是负值,那么它的绝对值就是要素的净使用量,在所有情况下,市场条件都是 $Y_r=X_r-\overline{X}_r$,式中 $X_r=\sum\limits_i x_{ri}$,$\overline{X}_r=\sum\limits_i \bar{x}_{ri}$。所以: