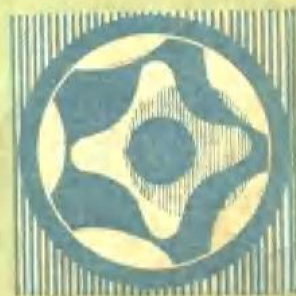
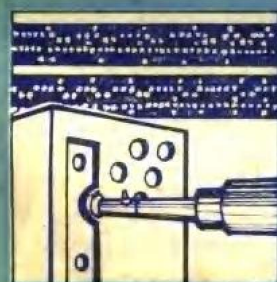


高等学校试用教材



汽车拖拉机试验学

吉林工业大学 邬惠乐 邱毓强 主编



机械工业出版社

高等学校试用教材

汽车拖拉机试验学

吉林工业大学 邬惠乐 邱毓强 主编



机械工业出版社

汽车拖拉机试验学

吉林工业大学 郭惠乐 邱毓强 主编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $26 \frac{1}{2}$ · 字数 654 千字

1981 年 9 月北京第一版 · 1981 年 9 月北京第一次印刷

印数 0,001—7,800 · 定价 2.70 元

*

统一书号: 15033 · 5059

前 言

本书根据一九七八年四月在天津召开的高等学校第一机械工业部对口专业座谈会精神和一九七八年五月在镇江召开的汽车、拖拉机、农机专业教材会议制定的《汽车拖拉机试验学》教材编写大纲编写。

本书是一本关于实验科学的教科书，是试图从汽车拖拉机这个侧面反映实验工程学的一个初步尝试，在编写中力求反映实验科学的基本理论和基本方法。

本书内容包括：线性系统分析基础、相似理论、测量误差理论、正交试验设计、电测量技术、典型试验仪器、设备和设施以及试验数据处理等。

本书由吉林工业大学汽车教研室和拖拉机教研室编写。主编邬惠乐、邱毓强。编写者分工如下：邬惠乐（绪论）、邱毓强（第三、四、十三章）、陈德宜（第九章、§8-1、§8-2、§8-5、§8-6）、郁工瑞（第二章、§8-3、§8-4、§8-7）、李杰敏（第五、六、七章）、胡子正（第一、十、十一、十二章）。部分内容约请有关工厂、研究所同志撰写。

本书由镇江农机学院卫修敬、张包钊、梁锡辉等负责审稿。

本书审稿会议于一九八〇年四月在镇江由镇江农机学院主持召开，参加会议的除编写单位、主审单位和第一机械工业部教材编辑室有关人员外，还有各高等院校、研究所、工厂等共17个单位的代表。参加审稿会的同志对本书进行了详细的审阅，并提出了宝贵意见。编写者根据与会同志提出的意见又作了修改。

本书可作为高等学校汽车专业、拖拉机专业《汽车试验学》和《拖拉机试验学》课程的教材，也可供有关专业教师、研究生和工程技术人员参考。

限于编写者的实际经验与理论水平，加之编写时间仓促，对于这本新教科书，无论在体系上或内容上，缺点错误在所难免，恳切希望读者给予批评指正。

一九八〇年五月

目 录

绪论 1

第一篇 系统分析与试验设计

第一章 线性系统分析基础 5

§ 1-1 概述 5

§ 1-2 傅里叶分析 7

§ 1-3 拉普拉斯变换 15

§ 1-4 传递函数及机械阻抗 18

§ 1-5 脉冲响应函数和频率响应函数 24

第二章 相似理论 29

§ 2-1 概述 29

§ 2-2 相似理论 29

§ 2-3 相似准则的求法 37

§ 2-4 相似准则形式的转换和模型实

验数据的处理 48

§ 2-5 设计模型的准则和近似模型 0

§ 2-6 相似理论应用举例 52

第三章 测量误差理论 62

§ 3-1 概述 62

§ 3-2 随机误差的分布规律 64

§ 3-3 测量列与测量结果的精密度 68

§ 3-4 直接测量参数测定值的处理 76

§ 3-5 间接测量参数(函数)的误差

分析 81

§ 3-6 系统误差 89

§ 3-7 异常数据的取舍 94

第四章 正交试验设计 99

§ 4-1 概述 99

§ 4-2 正交试验设计的基本方法 100

§ 4-3 考虑交互作用的试验设计 106

§ 4-4 试验数据的结构 110

§ 4-5 试验数据的方差分析 115

§ 4-6 正交表的灵活运用 124

§ 4-7 正交表的构造 127

第二篇 电测量技术

第五章 信号的变换 132

§ 5-1 常用传感器的工作原理与特性 132

§ 5-2 电阻应变片 143

§ 5-3 应变片式传感器的结构与设计 150

§ 5-4 传感器的标定 166

第六章 信号的传输与放大 171

§ 6-1 电桥电路 171

§ 6-2 放大器 184

§ 6-3 应变仪 190

§ 6-4 信号的导线传输 198

§ 6-5 信号的无线传输 199

第七章 信号的记录 203

§ 7-1 光线示波器 203

§ 7-2 记录仪和自动平衡式记录器 217

§ 7-3 磁带记录器 220

§ 7-4 各种记录器的选用 228

§ 7-5 测试系统中仪器设备的供电 228

第三篇 典型仪器设备及设施

第八章 典型仪器和设备 231

§ 8-1 第五轮仪 231

§ 8-2 噪声测量仪器 235

§ 8-3 水田(松软)土壤参数测定仪 243

§ 8-4 闭式试验台 248

§ 8-5 转鼓试验台 257

§ 8-6 电子液压振动试验台 263

§ 8-7 负荷测量车 268

第九章 试验设施 276

§ 9-1 汽车与拖拉机试验场 276

§ 9-2 汽车风洞 290

第四篇 试验数据处理

第十章 随机过程概论 299

§ 10-1 随机过程的一般概念 299

§ 10-2 平稳过程 304

§ 10-3 随机过程的相关性 307

§ 10-4 功率谱密度函数 313

IV

§ 10-5 平稳过程的线性变换	318	关函数法	368
§ 10-6 线性变换在系统分析中的应用	321	§ 12-4 快速傅里叶变换 (FFT)	377
第十一章 试验数据分析	327	§ 12-5 谱密度数字处理(Ⅰ)——FFT法	379
§ 11-1 数据分析的一般流程	327	§ 12-6 频率响应函数和凝聚函数处理	381
§ 11-2 采样及预处理	330	§ 12-7 数据分析装置简介	382
§ 11-3 模拟数据处理	337	§ 12-8 谱分析应用实例——道路表面 不平度数字谱分析	388
§ 11-4 数字数据处理	345	第十三章 试验数据的回归分析	397
§ 11-5 程序疲劳试验的载荷谱编制	347	§ 13-1 概述	397
第十二章 谱密度分析技术	355	§ 13-2 一元线性回归分析	398
§ 12-1 谱密度的模拟处理	355	§ 13-3 一元非线性回归的转化	411
§ 12-2 谱窗、泄漏和平滑	360	§ 13-4 试验数据的图象表示	411
§ 12-3 谱密度数字处理 (I) ——相			

绪 论

一、科学实验与实验科学

科学实验是建设社会主义强大国家的三项伟大革命运动之一。

当前，我国人民肩负的伟大历史使命，就是在二十世纪内，全面实现农业、工业、国防和科学技术的现代化，把我们的国家建设成为社会主义的现代化强国。四个现代化、关键是科学技术的现代化。要在科学技术上急起直追、尽快赶上世界先进水平，必须大力开展科学实验工作。

科学实验和理论研究的密切结合是近代科学技术的一个显著特点。理论以实验为基础，实验需要理论作指导，两者互相依赖、相辅相成，加速了科学技术的发展。然而，实践毕竟是一切理论活动的基础，任何一种理论，只有在科学实验得到证实后才能成立，通过实验证实理论，通过实验发展理论。实验是理论工作的前提，理论工作上不去，常常是因为实验上不去，实验有了突破，理论就跟着上一层楼，这是科学史上屡见不鲜的事实。在工程技术中，任何一个成功的产品都是设计和试验密切结合的产物。设计过程就是试验过程，试验贯穿在整个设计工作的始终。任何设计思想、理论计算无一不经过试验的检验。在许多复杂的实际问题中，实验又常是解决问题的仅有方法。因此必须十分重视科学实验工作。

科学实验是比较近代的现象。科学实验从生产实践中独立出来，成为人类认识自然、改造自然的一种独特活动的历史并不长，但是由于科学实验与近代科学技术、与现代化的关系十分密切，所以现代科学实验的范围和规模均在与日俱增，而且其增大的速度更是越来越快。在科学发展的初期，科学实验只是少数科学家的个别活动，不仅从事科学研究的人数很少，使用的设备也很简陋。与这种小规模的手工业式的科学实验相反，现代大规模科学实验工作拥有庞大的实验队伍，使用着各种精密、优良、大型的仪器设备，在十分广阔的范围里，进行各种深入的研究活动。例如，为了进行汽车拖拉机试验而建设起来的试验场，是一个占地面积几十平方公里的大型综合性试验基地。它包括各种车辆实际可能遇到的一切典型使用条件的模拟设施，如能进行车速超过200公里/小时的高速环形跑道，能进行各种性能测试的道路，能进行强化试验的各种路面、地面，有各种坡道、滑台、涉水池以及相应的室内试验设备。汽车拖拉机可以在这种试验场中完成各种性能、寿命试验。虽然这种设施耗费巨大，投资数以亿计，但是由于在试验场里能深入研究汽车拖拉机产品的各种性能、缩短试验周期、提高试验结果的可比性和试验工作的安全性。在人力、物力和时间上都得到明显的效益，如台车昼夜行驶里程可高达2000公里，强化路面试验行驶1600公里相当于一般使用中行驶160000公里，强化程度达1:100。所以这种试验场已经成为现代汽车拖拉机工业不可缺少的典型试验设施。又如研究汽车空气动力学特性的风洞，为了模拟真实使用条件，风洞尺寸越来越大，从模型风洞到整车风洞。在这种风洞里可以试验各种类型车辆的全尺寸原型。不仅如此，为了模拟气候条件，研究汽车对各种气候的适应性，还出现了全天候风洞，气温可以在 -40°C 到 $+50^{\circ}\text{C}$ 之间进行调节。风洞中还常装有程序控制的转鼓试验台。在这类风洞中不仅可以研究车辆的各种空气动力学特性，而且可以研究稳定性、动力性、燃料经济性、制动

性以及冷启动、冷却、通风、空调等气候适应性方面的问题。通过这些大规模实验设备，可以精确地观察研究各种客观真实情况。汽车拖拉机工业的研究中心常常拥有数千研究人员，是一个包括许多学科、许多专业、许多科学技术领域的大规模科学实验集体。由此可见，现代科学技术实验工作已具有大规模现代化工业生产的形式。由于科学技术实验发生了如此深刻的变化，因而出现了许多新的情况，提出了许多新的问题。例如，怎样组织实验，怎样设计实验，怎样合理选用测试技术，怎样处理试验数据等等。总之，为了适应现代化科学技术实验的要求，需要研究科学技术实验本身的一些问题，需要从各行各业各种具体试验方法中抽出那些带有共性的内容，归纳提炼成为规律性的认识，这样形成一个新的科学技术领域，一门关于实验的科学，即所谓实验工程学。这门关于实验的科学是科学实验的产物，在学术界引起了广泛的兴趣，它的诞生必将极大地推动科学技术实验工作的开展，在祖国“四个现代化”建设中起着不可估量的作用。

二、汽车拖拉机试验

汽车拖拉机试验是伴随汽车拖拉机工业的建立而逐渐成长起来的。十九世纪末叶，汽车拖拉机相继出现，出现了一个新的产业部门——汽车拖拉机工业。由于汽车拖拉机与工业、农业、国防以及人民生活都有密切的关系，因此在它出现的数十年里得到了迅速的发展。汽车拖拉机工业还与钢铁、冶金、石油、化工、电气、机械、交通运输等工业部门有密切的关系，它今天已经在整个国民经济中起着十分重要的作用，在一些国家里它还是经济盛衰的明显标志。

汽车拖拉机发展到今天的水平是与其试验研究工作分不开的。汽车拖拉机工业的特点是产量大、品种多、产品的使用条件复杂，对产品的性能、寿命、重量、成本各方面的要求高，影响产品质量的因素多，而产品的优劣所造成的后果又极为严重。试验研究工作成为生产竞争的重要手段。所以，汽车拖拉机工业特别重视试验工作，无论是新设计或是现生产的产品，不论在设计制造上考虑得如何周密，都必须经过试验来检验。通过试验来检验设计思想是否正确，设计意图是否实现，设计产品是否适合使用要求。同时，由于汽车拖拉机的使用条件复杂，汽车拖拉机工业所涉及的技术领域又极为广泛，许多理论问题研究得还不够充分，不少设计问题还不能根据现有的理论，作出可资信赖的预期，这也是汽车拖拉机工业特别重视试验的原因。

早期的汽车拖拉机沿袭了马车的基本布置和结构，用手工业方式进行生产，产品数量不多，性能不高，成本高昂。二十世纪初，由于生产竞争的结果，汽车工业首先创立了大量流水作业的生产形式，使劳动生产率得到显著提高，成本大幅度下降，产量猛增，使用范围急剧扩大。这时产品的可靠性、寿命和性能方面的问题突出出来，要求开展试验研究工作加以解决。为了适应汽车拖拉机生产的需要，各厂家进行了大量的有关材料、工艺、可靠性、寿命、磨损以及性能诸方面问题的试验研究。由于专业化和协作的需要，也进行了制定各种标准、规范的研究工作，其中也包括试验方法标准的制定。这期间的试验技术除借用其他行业比较成熟的方法外，也逐渐形成汽车拖拉机行业自己的试验方法和试验设备，如转鼓试验台、闭式试验台、疲劳试验台等，这些设备除结构和控制方面有所改进外，基本原理沿用至今。此外，道路试验得到了充分重视，成为汽车设计的基本方法，出现了早期的试验场。早期的汽车拖拉机试验，虽然试验规模不大、范围不广、试验设备比较简单，除个别厂家有试验场外，试验工作主要在试验台架和一般道路上进行，但是汽车拖拉机试验工作的基本方法是在

这一段时候形成的，并为其后的发展打下了良好基础。

第二次世界大战以后，汽车拖拉机试验技术进入了一个新的发展时期。这一方面是由于汽车拖拉机生产发展的需要，同时也是许多相邻工业、相邻学科的发展和渗透的结果。例如汽车空气动力特性、车辆地面力学、车辆结构强度与载荷、车辆实际工作过程等的研究试验都涉及到多方面的试验理论、试验技术，如系统分析、相似理论、误差理论、随机数据处理等。这些基础性的研究工作有力地推动了试验技术的发展。

试验技术的发展与试验设备的完善有密切的关系。由于电子技术的发展，出现了各种数据采集、变换、放大、贮存、处理、控制等方面的仪器。例如，电测量技术在现代汽车拖拉机试验中就占有十分重要的地位。电测量技术是借助于变换器将各种非电量信号，如应力、力、力矩、压力等物理量变换为电量，然后对此电量进行测量，以确定待测非电量的量值。电测量法能够测量高速变化的物理量，易于实现多参量集中同步测量，所使用的变换器尺寸小、重量轻，易于安装。由于变换成电量，所以便于传输、放大、记录，特别是磁带记录器所记录的信号可以直接输入专用电子计算机进行各种处理。

电子计算机的应用对汽车拖拉机试验起了巨大的促进作用。电子计算机在汽车拖拉机的性能预测、强度计算上提供了快速、准确的运算工具，如操纵稳定性、空气动力学特性、车身有限元计算法等，从而代替了大量多方案比较试验。电子计算机既是计算工具，也是试验手段。电子计算机进行数据的采集、处理，为试验数据分析提供了有力工具，同时也为模拟道路状态的电子液压振动试验台、电控转鼓试验台准备了条件。在汽车拖拉机试验中采用通用电子计算机、数据处理等专用电子计算机，而且不少设备带有电子计算机作为设备的组成部分。电子计算机在试验设备的自动控制上的作用日益重要，电子计算机过程控制系统可以同时几十台试验设备进行数据采集和控制，使试验工作高度自动化。电子计算机在试验技术上的应用，方兴未艾，有着广阔的前景。

此外，电子液压振动试验台、电控转鼓试验台等大型先进试验设备的广泛采用，以及现代化风洞、试验场等大型试验设施的普遍建立，使汽车拖拉机试验技术无论在方法上，或是装备上都达到了空前完善的程度。

建国以来，随着我国汽车拖拉机工业的建立和发展，我国汽车拖拉机试验工作也从无到有、从小到大、从学习国外经验到创立自己的试验方法标准、建立自己的试验基地方面都进行了大量工作。近年来，我国在海南岛修建了高速直线跑道和可靠性强化试验路段。此外，大型的国家汽车试验场也正在筹建中。围绕国产汽车拖拉机的生产，开展了大量强度、寿命和性能方面的试验，以及制定试验方法国家标准的研究，还进行了不少基础性的研究工作，如车身车架有限元计算法、路面谱、载荷谱、车辆地面力学、操纵稳定性、随机数据处理等。在试验基地建设上，除积极引进国外先进试验设备外，我国汽车拖拉机行业发扬自力更生的精神，创制了不少有自己特点的试验仪器设备，为国产汽车拖拉机的大发展准备了条件。除汽车制造厂、拖拉机制造厂设有自己的试验研究机构外，国家还成立了汽车研究所、拖拉机研究所，专门从事汽车拖拉机的试验研究工作。此外，高等学校在培养汽车拖拉机专业人材的同时，也开展了不少试验研究工作。

三、汽车拖拉机试验学

高等学校的汽车拖拉机试验，从五十年代初期，高等教育改革建立专业教育的时候起，为了配合理论教学，就已经普遍开设。当时汽车拖拉机试验是作为专业理论课程的一种教学

实习。学生通过汽车拖拉机试验，加深对理论教学内容的理解。其后，随着教学改革的深入，为了加强学生基本技能的训练，汽车拖拉机试验也曾单独设课，教学内容主要是结合国家和部颁试验标准，加强了试验方法、试验技术和仪器设备的选用知识。此外，还开设了部分专题，如电测量技术在汽车拖拉机上的应用等的讲授。

《汽车拖拉机试验学》是在长期教学、科研实践的基础上发展起来的一门关于实验的科学，它属于实验工程学的范畴。由于现代大规模科学实验的实践，正在形成的这门关于实验的科学，在学术界、在汽车拖拉机行业里引起了广泛的兴趣，在我们自己的教学、科研实践中也得到强烈的共鸣。汽车拖拉机试验是大规模科学实验的一个方面，因此汽车拖拉机试验学反映了实验工程学的一个侧面。《汽车拖拉机试验学》正是在这种指导思想下编写的，是试图从汽车拖拉机各种具体试验方法中概括那些带共性的基本理论、基本技术，为建立一个关于实验的新学科的一次初步尝试。

《汽车拖拉机试验学》的内容包括实验的基本理论和基本技术，鉴于实验手段在科学实验中的重要作用，所以也专列了典型仪器、设备和设施一篇。全书的系统是按试验过程安排的，即试验前的准备、试验过程中的测试设备以及试验后的数据处理。第一篇系统分析与试验设计介绍了线性系统分析基础、相似理论、测量误差理论和正交试验设计，这几部分内容是试验工作的一些基本理论，所以放在一篇里作为试验的准备知识。电测量技术由于广泛应用于汽车拖拉机试验，因而专列了一篇。第三篇主要介绍现代汽车拖拉机试验中有代表性的典型试验仪器、设备和设施。最后一篇是有关数据处理的知识。

由于这是一门新课程，目前尚无统一的教学计划和教学大纲。关于本课程的学时安排、内容取舍、试验项目等可以根据专业特点、要求、设备条件等情况灵活掌握。第一篇和第四篇的内容理论性比较强，应着重讲授，第二篇电测量技术可以通过典型试验来学习，第三篇的内容可以采取指出重点留给学生自学的方式进行。总之，由于这是一次新的尝试，我们诚恳地希望在大家的帮助下，使这门课程能得到修正、充实和完善。

第一篇 系统分析与试验设计

第一章 线性系统分析基础

§ 1-1 概 述

一、系统

系统是由若干相互联系、相互作用的元素，为实现一定的目的而组成的有机整体。

一个仪器、一种设备、一辆汽车、一台拖拉机……等等，凡是由许多元素组成的有机整体都可称为系统。系统有大有小，可简可繁，而且形态种类众多，不仅有由物组成的自然系统，而且有由事组成的人为系统。例如，大型科学实验的组织和管理就是一个人为系统。

外界对系统的影响称为系统的激励或输入，在外界激励的作用下，系统状态的变化称为响应或输出。图 1-1 所示为简单系统的输入、输出示意图。

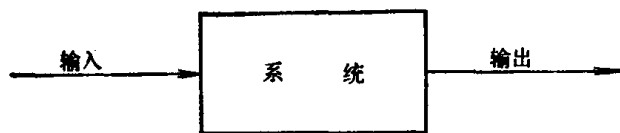


图1-1 简单系统框图

复杂系统是由一些基本系统组成的。基本系统连接成复杂系统的主要形式有串联、并联和反馈。如果上一基本系统的输出直接作为下一基本系统的输入，则称为串联系统（图 1-2 a）。

如果同一输入加在所有基本系统的输入端上，而诸系统的输出之和构成总的输出，如图 1-2 b 所示，则称为并联系统。如果把系统输出量的一部分或全部返回到输入端，称为反馈系统（图 1-2 c）。反馈结果起了加强输入量的作用称为正反馈；起减弱作用的称负反馈。输入与输出端之间存在反馈回路的系统称闭环系统，反之则称为开环系统。

二、系统分析

建立描述系统特性的数学模型，确定系统的输入-输出关系，研究系统对激励的响应是系统分析的主要内容。

数学模型可以根据各种物理定理，例如机械系统中的牛顿定律，电气系统中的克希霍夫定律等而导出，也可以通过实验的方法来建立。

如果微分方程是未知函数及其各阶导数的一次方程，则称此方程是线性的。凡是能用线性方程描述的系统称为线性系统。工程技术上所遇到的问题多属线性问题，或者在特定范围内可看成是线性的。

线性系统服从可加性和齐次性原理。可加性表示，系统的多个输入之和的输出，等于各单个输入所得输出的代数和，即

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad (1-1)$$

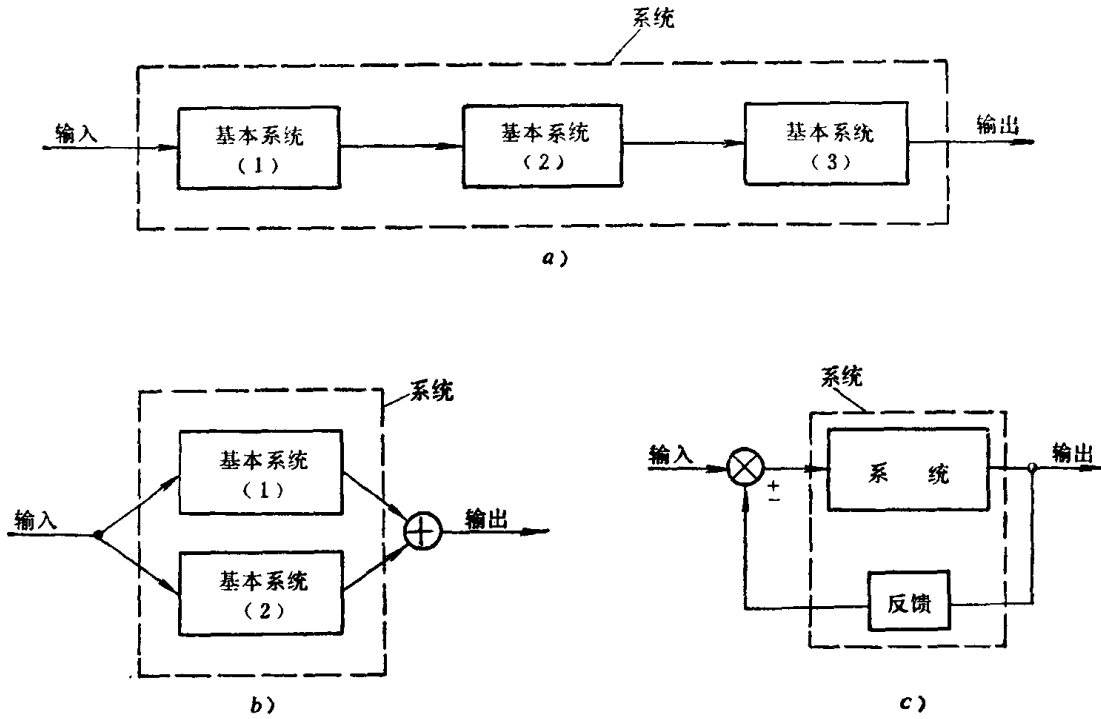


图1-2 串联、并联和反馈系统框图

其中, $f(x_1 + x_2)$ 为系统在 x_1, x_2 两个输入联合作用下的总输出, $f(x_1), f(x_2)$ 分别为系统在单独输入 x_1 或 x_2 时的输出。齐次性表示常数倍输入的输出, 等于此输入所得输出的常数倍, 即

$$f(Cx) = Cf(x) \quad (1-2)$$

其中 C 为常数。

线性系统的可加性和齐次性原理说明, 一个激励的存在, 并不影响另一激励引起的响应。因此, 在分析多个激励同时作用在线性系统的总效果时, 可以逐个分析单个激励的效果, 然后把这些效果加起来就得到了总效果。

例如, 图 1-3 a 所示的线性系统, 它在多个输入 x_1, x_2, \dots, x_r 作用下的响应为 y 。假若激励 x 与响应 y 的关系, 用下列微分方程描述

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x_1 + x_2 + \dots + x_r \quad (1-3)$$

按线性系统可加性原理, 图 1-3 a 等效于图 1-3 b, 图中 y_1, y_2, \dots, y_r 分别为输入 x_1, x_2, \dots, x_r 单独作用于同一系统所产生的响应, 它们分别可以用下列微分方程表述

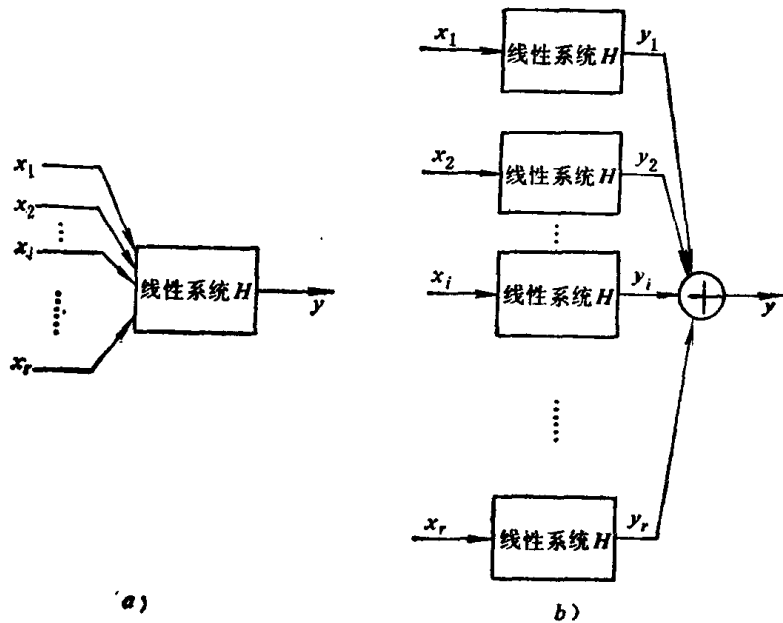


图1-3 多输入作用下的系统响应

$$\left. \begin{aligned} a_n \frac{d^n y_1}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y_1}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_0 y_1 &= x_1 \\ a_n \frac{d^n y_2}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y_2}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy_2}{dt} + a_0 y_2 &= x_2 \\ &\vdots \\ a_n \frac{d^n y_r}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y_r}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy_r}{dt} + a_0 y_r &= x_r \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

分别求出式 (1-4) 中各式的解, 然后相加即可得到式 (1-3) 的解, 即

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_r$$

对于诸如式 (1-4) 之类的线性常微分方程, 只要给定激励函数及初始条件, 便可用经典的微分方程理论求解。

除了用经典方法解微分方程外, 在工程实践上, 还有一些不通过经典方法分析系统的途径。其中之一, 是运用拉氏变换的方法求解。运用拉氏变换, 不仅可简便地得到微分方程的解, 而且引出了线性系统传递函数的概念、脉冲响应函数和频率响应函数的概念, 这些概念对系统分析十分重要, 也是试验法求系统数学模型的基础。因此, 在这一章中将分别予以介绍。

此外, 当运用线性系统的迭加原理研究系统时, 傅里叶分析理论可以方便地把输入或输出函数分解成若干不同频率的简谐函数之和。因此, 在这一章中, 也将介绍傅里叶分析的基本概念和性质。

§ 1-2 傅里叶分析

傅里叶分析简称傅氏分析, 是把时间函数从时间域转换到频率域来进行分析的有力工具。在进行系统分析时, 不仅需要研究信号随时间而变化的情况, 还常常需要考虑其频率组成方面的问题, 这就叫做从时间域转换到频率域上研究问题。信号在不同域上的特征, 是从不同的角度对信号进行描述, 以提取尽可能多的有用信息, 供分析研究用。

一、周期函数的傅氏级数

设 $x_r(t)$ 是周期为 T 的函数, 如果在区间 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 上: (1) 连续或只有有限个第一类间断点; (2) 只有有限个极值点, 则函数 $x_r(t)$ 可展开为

$$x_r(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)] \quad (1-5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中 } a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式(1-5)表明,周期函数可以用三角级数展开。 a_0 、 a_n 和 b_n 称为 $x_T(t)$ 的傅氏系数, $f_0 = \frac{1}{T}$ 称为基频, $\frac{a_0}{2}$ 称为直流分量, $a_1 \cos(2\pi f_0 t) + b_1 \sin(2\pi f_0 t)$ 称为基波, $a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)$ 称为 n 阶谐波, $f_n = n f_0$ 为谐频, $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ 为其振幅。周期函数的傅氏级数展开,就是把它展成直流分量与所有 n 阶谐波的迭加。

图1-4所示为一周期方波,该波形在区间 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ 上的函数表示式为

$$x_T(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -1 & -\frac{T}{2} \leq t < 0 \end{cases}$$

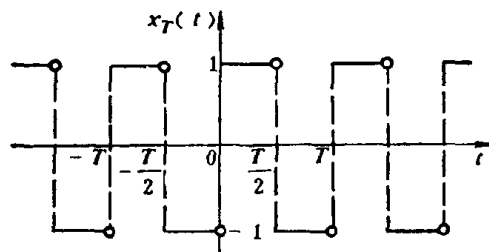


图1-4 周期方波

按式(1-6)有

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) dt = 0 \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt = 0 \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \\ &= \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \\ &= \begin{cases} 0 & \text{当 } n = 2K \\ \frac{4}{(2K-1)\pi} & \text{当 } n = 2K-1 \end{cases} \quad K = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

把傅氏系数代入式(1-5),得

$$x_T(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin(2\pi f_0 t) + \frac{1}{3} \sin(6\pi f_0 t) + \dots + \frac{1}{2K-1} \sin((2K-1)\pi f_0 t) + \dots \right]$$

上式说明,方波可用一系列正弦波的迭加表示,所取项数越多,近似程度越好。图1-5所示为方波 $x_T(t)$ 与展开波形的关系。

二、傅氏级数的复指数形式

实用上,周期函数的傅氏级数常用复指数形式表达。应用欧拉公式

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{1}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ \sin \theta &= \frac{1}{2j} (e^{j\theta} - e^{-j\theta}) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 。

将式 (1-7) 代入式 (1-5), 整理后得

$$x_r(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{a_n - jb_n}{2} e^{j2\pi n f_0 t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-j2\pi n f_0 t} \right] \quad (1-8)$$

如果令

$$C_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) dt$$

$$C_n = \frac{a_n - jb_n}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

$$C_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) e^{j2\pi n f_0 t} dt$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

将上列三式归结为一个式子, 并令 $f_n = n f_0$, 则有

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) e^{-j2\pi f_n t} dt \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-9)$$

于是式 (1-8) 可写为

$$\begin{aligned} x_r(t) &= C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [C_n e^{j2\pi f_n t} + C_{-n} e^{-j2\pi f_n t}] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi f_n t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned} \quad (1-10)$$

这就是傅氏级数的复指数形式, 或者写为

$$x_r(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_r(t) e^{-j2\pi f_n t} dt \right] e^{j2\pi f_n t} \quad (1-11)$$

需要说明, 在式 (1-10) 或 (1-11) 中, 和式是对 $n = -\infty$ 到 $+\infty$ 累加的, 因而出现 f

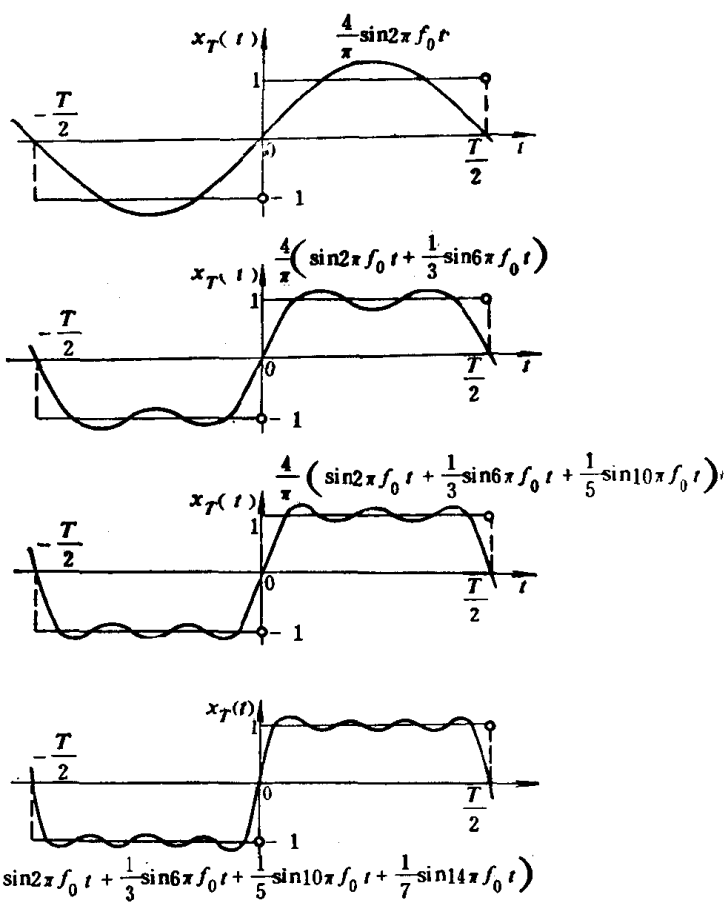


图1-5 方波与展开波形的关系

为“负频率”的概念，这一概念在物理上是无意义的，纯粹是因为数学上运算的方便而引入的。

三、傅氏变换

实践中经常遇到的是在有限区间内满足式(1-5)条件的非周期函数。显然，非周期函数不能直接运用傅氏级数展开式。但是，可以把任何一个非周期函数 $x(t)$ ，看成是由某个周期函数 $x_T(t)$ 当 $T \rightarrow \pm\infty$ 时转化而来的。为了说明这一点，构造周期函数 $x_T(t)$ ，使其在 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 内等于非周期函数 $x(t)$ ，而在 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 之外按周期 T 延拓出去，如图1-6所示。不难看出， T 越大， $x_T(t)$ 与 $x(t)$ 相等的范围也越大，这表明当 $T \rightarrow \pm\infty$ 时，周期函数 $x_T(t)$ 便转化为 $x(t)$ ，即

$$\lim_{T \rightarrow \infty} x_T(t) = x(t)$$

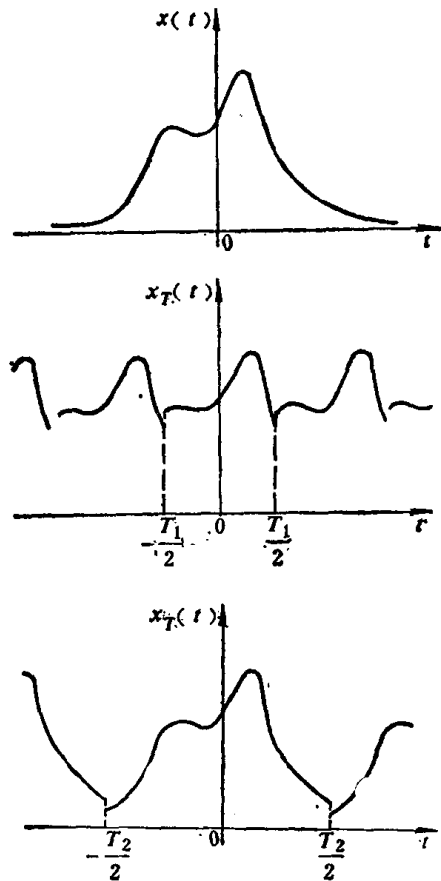
联系式(1-11)，于是

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) e^{-i2\pi f_n t} dt \right] e^{i2\pi f_n t}$$

记 $\Delta f = f_n - f_{n-1} = \frac{1}{T}$ ，当 $T \rightarrow \infty$ 时 $\Delta f \rightarrow 0$ ，则上式可写为

$$x(t) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) e^{-i2\pi f_n t} dt \right] e^{i2\pi f_n t} \Delta f$$

(1-12) 图1-6 $x_T(t)$ 转化为 $x(t)$ 的示意图



考察上式方括弧内的积分，当 $T \rightarrow \infty$ 时，积分的上下限变为 $-\infty$ 和 $+\infty$ ， $x_T(t) \rightarrow x(t)$ 。同时，离散的频率 f_n 密布在整个 f 轴上，成为连续的频率 f 。因此，式(1-12)中方括弧内的积分当 $T \rightarrow \infty$ 时，可记为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi f t} dt \tag{1-13}$$

代入式(1-12)，并按广义积分的概念，可改写为

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi f t} dt \right] e^{i2\pi f t} df \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi f t} df \end{aligned} \tag{1-14}$$

以上是概念性的推导，严格的数学推导表明，只有满足条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty \tag{1-15}$$

时，式(1-13)及(1-14)才成立。

通常,式(1-13)称为函数 $x(t)$ 的傅氏变换,而式(1-14)称为傅氏逆变换。并把 $x(t)$ 与 $X(f)$ 间的傅氏变换关系记作 $x(t) \leftrightarrow X(f)$ 。两式说明,具备一定条件的非周期函数,可由频率为 f 的波 $X(f)e^{j2\pi ft}$ 通过 f 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 连续变化的无限迭加(积分也是一种迭加)而构成。

四、傅氏变换的性质

傅氏变换有一系列重要性质,列举如下〔5〕:

1. 线性性质 若 $x(t) = a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$, 其中, a_1, a_2 为任意常数, 则

$$X(f) = a_1X_1(f) + a_2X_2(f) \quad (1-16)$$

式中 $x(t) \leftrightarrow X(f)$, $x_1(t) \leftrightarrow X_1(f)$, $x_2(t) \leftrightarrow X_2(f)$ 。

上式表明,多个信号和的傅氏变换等于各信号的傅氏变换之和。

2. 翻转及共轭性质 若 $x(t) \leftrightarrow X(f)$, 则

$$x(-t) \leftrightarrow X(-f) \quad (1-17)$$

$$\overline{x(t)} \leftrightarrow \overline{X(-f)} \quad (1-18)$$

其中, $x(-t)$ 为 $x(t)$ 绕纵轴的翻转,如图 1-7 所示; $X(-f)$ 为 $X(f)$ 的翻转; $\overline{x(t)}$ 为 $x(t)$ 的复共轭; $\overline{X(-f)}$ 为 $X(-f)$ 的复共轭。

3. 时移和频移性质 若 $x(t) \leftrightarrow X(f)$, 则

$$x(t - t_0) \leftrightarrow X(f)e^{-j2\pi ft_0} \quad (1-19)$$

$$X(f - f_0) \leftrightarrow x(t)e^{j2\pi f_0 t} \quad (1-20)$$

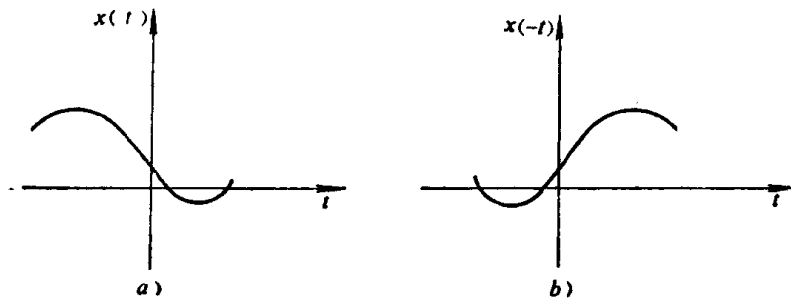


图1-7 函数图形的翻转

式中 t_0, f_0 分别为时移量和频移量。上两式表明, $x(t)$ 沿 t 轴位移 t_0 , 在频域内其傅氏变换需乘以因子 $e^{-j2\pi ft_0}$, 即傅氏变换的幅值不变而改变相位。 $X(f)$ 沿 f 轴位移 f_0 , 在时域内相应的时间函数需乘以因子 $e^{j2\pi f_0 t}$ 。

4. 卷积定理 首先叙述卷积的概念。对于任意两个函数 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$, 它们的卷积(褶积)定义为

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t - \tau)d\tau \quad (1-21)$$

符号“*”代表卷积积分运算。其几何意义如图 1-8 所示。图上 a 和 b 分别画出了需卷积的时间函数 $x_2(t)$ 和 $x_1(t)$ (图上已把变量 t 换成变量 τ)。图 1-8 c 上把 $x_2(\tau)$ 翻转为 $x_2(-\tau)$, 并在图 1-8 d 上, 把 $x_2(-\tau)$ 位移 $t = t'$, 得到 $x_2(t - \tau)$ 。图 1-8 e 上曲线为乘积 $x_1(\tau)x_2(t - \tau)$, 曲线下的面积(阴影线部分)就是 $t = t'$ 时式(1-21)的积分值, 并在图 1-8 f 上以 A 点的纵坐标表出。当位移 t 取不同值 t'' , t''' , ……时, 可得到一系列积分值, 从而绘成如图 1-8 f 所示曲线。该曲线就是式(1-21)的几何表示。

下面叙述卷积定理: 若 $x_1(t) \leftrightarrow X_1(f)$, $x_2(t) \leftrightarrow X_2(f)$, 则

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t)e^{-j2\pi ft}dt = X_1(f) * X_2(f) \quad (1-22)$$