

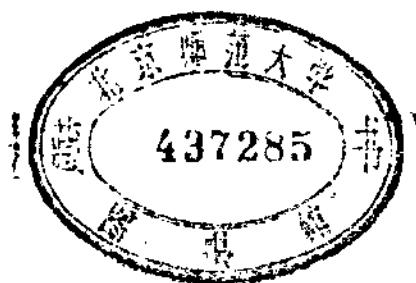
JY11/35/20

衍 射

光学中的相干性

〔法〕M. 弗朗松 著

顾 世 杰 译



科学出版社

1974

内 容 简 介

本书阐述无限远处衍射现象和光的相干性问题。第一、二、四章在扼要叙述了夫琅和费理论之后，介绍了大量通常情况的衍射图。第三章讨论所用的数学工具——傅里叶变换。第五章是本书重点，阐述光的相干性问题，最后两章从衍射角度讨论光学仪器的分辨率问题。

本书特点是物理图象比较清楚，所用数学比较简单，适合光学、激光、全息学等方面的科技人员和有关专业的师生参考。

本书译文曾经沈晓楠同志协助校订。

DIFFRACTION
cohérence en optique
M. Françon
Gauthier-Villars, 1964

衍 射 光学中的相干性

[法] M. 弗朗松 著
顾 世 杰 译

科学出版社出版

北京朝内门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1974 年 8 月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1974 年 8 月第一次印刷 印张：4
印数：0001—6,430 字数：87,000

统一书号：13031·213

本社书号：363·13—3

定价：0.43 元

作 者 前 言

本书全部内容是我们在巴黎大学理学院讲授无限远衍射现象的讲义。头几章用平面波法研究这些现象，第七章利用球面波法更合乎逻辑地处理了聚焦误差和象差的影响 (§§ 2.4, 2.6, 6.6 和第七章在原来讲义内没有讲授过)。描写相干性基本概念的第五章比原来给大学生讲授的更加扩充了 (§§ 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 和 5.9 原来没有讲授过)。光学的近代进展表明，对未来的工程人员，如同对未来的研究工作者一样，都必须从学习的第二个阶段起掌握关于振动的相干性的基本思想。当然，第五章内的论述只是一种初步的论述，但由此可以使读者着手去学习有关这些问题的完整专著。

目 录

作者前言

第一章 惠根斯原理和单色点光源的衍射现象	1
1.1. 无限和有限距离处的衍射	1
1.2. 光振动	3
1.3. 惠根斯-菲涅耳原理	6
1.4. 场的简化表示	8
1.5. 路程差的计算	9
1.6. 光强的一般表式	11
第二章 简单形状孔径产生的衍射	13
2.1. 矩形孔径的衍射	13
2.2. 细狭缝衍射	16
2.3. 圆孔径衍射	19
2.4. 对大 z 值的渐近展开	23
2.5. 爱里斑点中的光流分布	24
第三章 傅里叶变换	27
3.1. 周期函数的傅里叶级数表示	27
3.2. 傅里叶积分	29
3.3. 几种傅里叶变换	30
3.4. 联系波面与衍射图的一般性质	36
第四章 多孔径衍射	40
4.1. 若干形状相同、取向一致的孔径的衍射	40
4.2. 许多形状相同、取向一致无规则分布在屏 D 上的孔径的衍射	41

4.3. 互补屏, 巴俾涅定理	43
4.4. 两个全同狭缝的衍射	44
4.5. 三个全同狭缝的衍射	46
4.6. 多狭缝衍射	47
第五章 扩展光源和扩展光亮物体, 相干性	50
5.1. 空间相干性和时间相干性	50
5.2. 波列长度与辐射谱宽的关系, 相干长度和相干时间	54
5.3. 单个原子发射的振动, 波列持续时间内复振幅的变化	58
5.4. 一个原子发射的串连波列	63
5.5. 两个不同原子在相同平均频率上发射的振动	65
5.6. 同一原子发射的不同频率的振动	70
5.7. 同一原子发射的相同频率的振动	71
5.8. 不相干光源的发射	73
5.9. 时间相干性对衍射现象的影响, 非单色光的衍射斑点	74
5.10 空间不相干物体和相干物体	81
5.11 空间不相干照射的扩展物体的像	82
5.12 空间相干照射的扩展物体的像	85
第六章 理想光学仪器中的衍射现象	90
6.1. 光学仪器的分辨极限和感受极限	90
6.1.1. 天文望远镜的分辨极限和感受极限	90
6.1.2. 显微镜的分辨极限和感受极限	93
6.1.3. 棱镜分光镜的分辨率	94
6.2. 光栅	97
6.2.1. 概述	97
6.2.2. 无限光栅	98
6.2.3. 光栅的色散	99
6.2.4. 光栅谱的重叠	100

6.2.5. 有限光栅	102
6.2.6. 实际光栅	103
6.2.7. 光栅的安置	104
6.2.8. 鬼线	105
6.3. 相衬	105
6.4. 暗场法	109
6.5. 切趾法	109
6.6. 空间频率的滤波(不相干物体)	110
第七章 实际光学仪器中的衍射现象	114
7.1. 球面波的衍射	114
7.2. 存在聚焦误差时的衍射图	116
7.3. 光学仪器瞄准的精确度	118
7.4. 存在像差时的衍射斑点	119

第 一 章

惠根斯原理和单色点光源的衍射现象

1.1. 无限和有限距离处的衍射

假定 O 是一个薄的会聚透镜, 它在 S' 处给出点光源 S 的一个像 (图 1.1). 这个透镜的有效表面受到开有孔径 T 的光

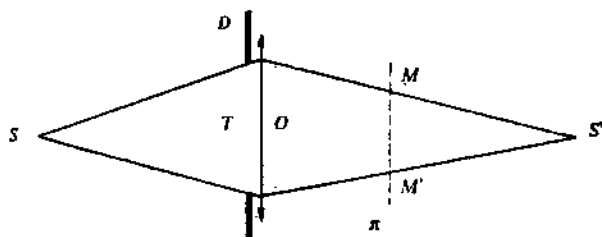


图 1.1

阑 D 的限制. 像 S' 是一小斑点, 其结构依赖于孔径 T 的形状. 只根据几何光学的考察, 不能对像 S' 进行研究. 必须象天文学家爱里 (Airy) 做过的那样, 引入衍射的概念. 爱里曾经第一个计算了称为“衍射斑点”的像 S' 内部的亮度分布. 在图 1.1 的情况下, 研究像 S' 的结构, 就是研究在无限远处的衍射现象或夫琅和费 (Fraunhofer) 现象. 我们所以认为衍射是在无限远处, 是因为可用两个透镜 O_1 和 O_2 来代替透镜 O , 使得 S 和 S' 保持共轭 (图 1.2): O_1 的焦距等于距离 SO_1 , O_2 的焦距等于距离 O_2S' . 对透镜 O_2 来说, 其效果好象被一无限远处

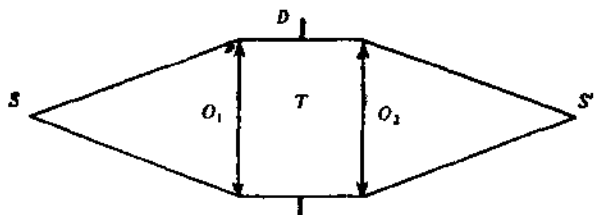


图 1.2

的光源照射，也就是被一平面波照射。这平面波受到光阑 D 上孔径 T 的限制。我们也可以研究在十分接近 S' 的平面上像的结构。只要聚焦误差不大，我们研究的衍射现象还是属于夫琅和费现象一类，但如果在远离 S' 的 π 平面上观察这现象，情况就不一样了。实际上，只在光线边缘 MM' 附近，也即是在屏 D 的几何阴影边界附近，才能观察到这些衍射现象。由于是在远离像 S' 处观察，所以当像是虚的（图 1.3），甚至没

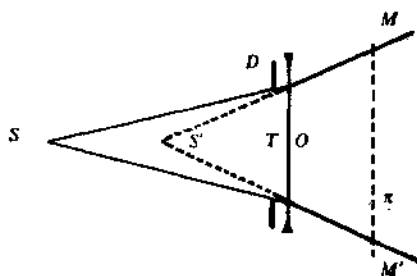


图 1.3

有透镜时（图 1.4），也同样能观察到这些现象，这就是有限距离处的衍射现象或非涅耳（Fresnel）现象。这类现象可以按图 1.4 的方案来观察。研究孔径 T 在有限距离处的衍射，是把 T 放在光源 S 和观察屏 π 之间。一般说来，这种衍射产生的效应只限于几何光束的边缘 MM' 处，但若孔径 T 足够小，则 C

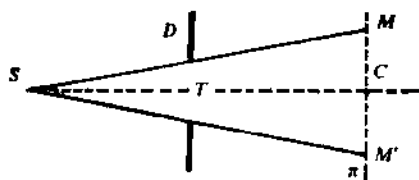


图 1.4

非常接近几何光束边缘 MM' ，于是可以观察到一个小“衍射斑点”，它复盖区域 MCM' 。

总结起来，可以考察两类实验：

(a) 点光源 S ，一个开有孔径 T (T 可以是透镜被支架限制的表面) 的屏 D 所遮盖的透镜 O 以及 S 的像 S' ；

(b) 点光源 S ，一个开有孔径 T 的光阑 D 和一个观察屏 π 。

在情况(a)中，像 S' 的结构属于在无限远处衍射现象(夫琅和费现象)；在情况(b)中，屏 π 上的光分布属于有限距离的衍射现象(菲涅耳现象)。

下面我们只限于研究无限远处的衍射即夫琅和费衍射。

1.2. 光振动

菲涅耳第一个采用了光是由横振动组成的假设来解释物理光学现象。菲涅耳在他的理论中把光振动比拟成固体的横向弹性振动。这个假设曾导致大量的矛盾，以致必须用麦克斯韦电磁理论代替菲涅耳机械理论。在电磁理论中，光好象是由于电场与磁场的同时传播，因而电场的振动就代表在光传播的空间中的光振动。

我们来考察一个各向同性的电介质，电场 $\mathbf{E}$ 在其中传播的速度等于 v 。从麦克斯韦方程，可以列出传播方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

其中 ∇^2 是拉普拉斯算符, t 是时间, 现在来研究垂直于轴 ox 的平面波 Σ (图 1.5), 设 x 是 Σ 在 t 时的横坐标, 电场 $\mathbf{E}$

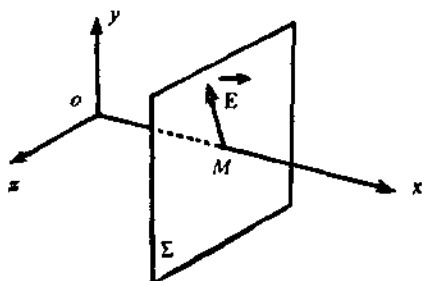


图 1.5

在波平面上, 于是 $\nabla^2 \mathbf{E}$ 简化成微商: $\partial^2 \mathbf{E} / \partial x^2$.

方程(1.1)可写为

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (1.2)$$

$\mathbf{E}$ 的每一直角分量 E_y 或 E_z ($E_x = 0$) 都满足方程(1.2). 但是, 我们以后将看到, 为了研究小孔径光学仪器的衍射现象, 可以把光振动看成标量. 我们用函数 U 代表光振动, 并把(1.2)写成

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (1.3)$$

若令

$$u = t - \frac{x}{v}, \quad w = t + \frac{x}{v}, \quad (1.4)$$

(1.3)变成

$$\frac{\partial^2 U}{\partial u \partial w} = 0, \quad (1.5)$$

其通解是

$$U = G(u) + H(w), \quad (1.6)$$

G 和 H 是两个任意函数。我们只保留函数 $G(u)$,它代表一个在 ox 方向传播的行波。麦克斯韦理论也指出,变化的电磁场不会停止在空间一个区域内,空间内存在电场和磁场的传播。惠根斯原理能够使我们确定这种传播机制 (§1.3)。由于函数 $G(u)$ 是任意的,这就是说方程(1.3)不牵涉到振动随时间变化的规律。

取一时间的正弦函数作为函数 G 。按(1.4),可以把振动表示为

$$U = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \theta \right], \quad (1.7)$$

其中 a 是振幅, θ 是相位, ω 是光振动的角频率, a , θ 和 ω 是常数。用正弦函数表示 U ,这就是考察一个单色平面波,其振动周期为 T ,频率为 ν ,而 ν 为

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}.$$

假设 $\lambda_n = \nu T$ 为振动波长,令

$$\varphi = \frac{\omega x}{\nu} = \frac{2\pi x}{\nu T} = \frac{2\pi x}{\lambda_n}, \quad (1.8)$$

其中波长 λ_n 表示在一特定介质中的辐射特性。若同一辐射更换介质,辐射频率保持不变,但辐射波长改变。我们可用辐射在真空中的波长表征它的特性:

$$\lambda = c/\nu, \text{ 其中 } c = 3 \times 10^8 \text{ 米/秒.}$$

如果频率为 ν 的辐射在折射率为 n 的介质中传播,其波长为

$$\lambda_n = \frac{\nu}{\nu} = \frac{\lambda \nu}{c} = \frac{\lambda}{n}. \quad (1.9)$$

因而可把(1.8)写成

$$\varphi = \frac{2\pi n x}{\lambda} = \frac{2\pi \delta}{\lambda}. \quad (1.10)$$

乘积 $\delta = nx$ 是 O 与 M 之间的光程,或者是这两点之间的路程

光程
即 δ

差, φ 是 O 与 M 之间的相差。略去(1.7)式中的常数 θ , 可把平面波传输的光振动写成

$$U = a \cos(\omega t - \varphi). \quad (1.11)$$

采用复表示法更为方便, 令

$$U = a e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad (1.12)$$

其中

$$j = \sqrt{-1},$$

于是取(1.12)的实数部分, 就得到物理振动(1.11)。这个振动在某点的强度等于复振幅的模平方。我们假定它就是该点上的光强度。采用复表示法的方便之处是因为如果对 U 的运算是线性的, 则这种计算可用复函数。物理量就是计算得出的最后表示式的实数部分。因 $e^{i\omega t}$ 在整个计算中都是作为因子出现, 所以可以把它抽掉, 于是振动表示式简化为

$$U = a e^{-i\varphi}. \quad (1.13)$$

这就是在平面波情况下振动的复振幅。必须指出, 当波不受任何屏限制时(即未被限制的波), (1.12) 和 (1.13) 才表示单色振动。

1.3. 惠根斯-菲涅耳原理

考察光源 S (图 1.6), 假定 Σ 是 t 时的波面。在惠根斯假设中, Σ 上每一点 M 都可以看作是发射球形子波列的次光源(在均匀介质内)。在 $t + \theta$ 时, 子波列的半径是 $v\theta$, v 表示传播速度。在 $t + \theta$ 时, 光波 Σ' 是半径为 $v\theta$ 的子波列的包络面。在均匀的各向同性介质内, 它是半径为 $v(t + \theta)$ 的球。因此, 惠根斯曾说明了这种现象在空间各点间逐步传播的机制, 菲涅耳的假设补充了惠根斯的构想。按照菲涅耳假设, 不同子波列之间可以产生干涉现象。因而看来可以很自然地认为, 分布在 Σ 上的次光源的相位和 Σ 波面上的振动的相位

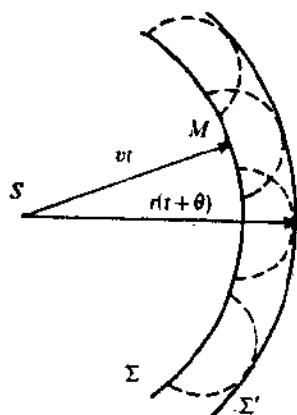


图 1.6

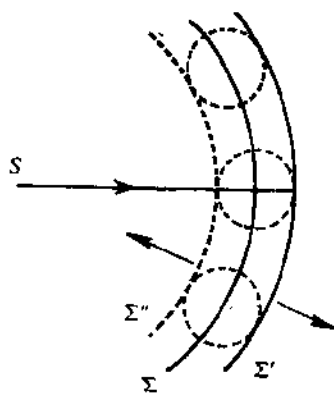


图 1.7

完全相同。对这些现象的全面研究表明,事实上必须引进 $\pi/2$ 的超前相位。

惠根斯-菲涅耳原理不仅可以给出传播方向上的振幅,而且也可以给出相反方向上的振幅,即返回波 S'' 产生的振幅(图 1.7), Σ'' 是子波列的另一包络面。从数学上研究这些现象,可以验证惠根斯-菲涅耳原理,并可以避免与实验相矛盾的 S'' 波的出现。

惠根斯-菲涅耳原理可以使我們简便地计算衍射现象。我们来研究一束平行光照射的物镜 O (图 1.8)。入射平面波

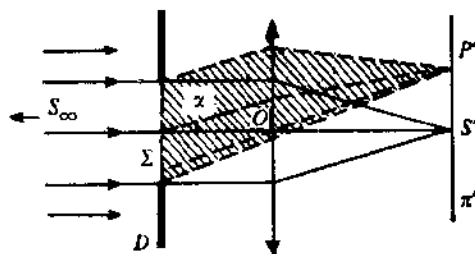


图 1.8

被屏 D 限制,点光源 S 的几何像在 S' 处.按照惠根斯-菲涅耳原理,可以认为 Σ 上的所有面元都与同相位的次光源相似.图1.8表示在 α 方向的一组衍射光线.这些光线聚集在物镜 O 的焦平面 π' 上的 P' 处.因此, P' 处的振动是分布在 Σ 上的次光源发出的无限个振动的合成振动.因而 P' 处振动态的计算就变成对干涉现象的计算.我们假定,次光源发出的辐射振幅与方向(即 α 角)无关.只要 α 很小,这种近似假设就是适合的.

1.4. 场的简化表示

我们来研究图1.8, (1.12)式可写成矢量形式:

$$\mathbf{E} = \mathbf{a} e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad (1.14)$$

它表示没有任何光阑时(1.1)式的解.然而, Σ 上任意一点处的电场 $\mathbf{E}$,在有和无屏 D 时是不一样的.只有考虑到屏 D 的存在,修改传播方程,我们才能得到严格解.但这是一个十分复杂的问题,目前还未得到解决.在所有情况中,人们都假定,除光波被部分遮盖掉外,屏 D 对光波不带来任何干扰,也就是说, Σ 上任一点的电场,在有和无屏 D 时都是一样的.如果孔径尺度远大于波长,则这种近似是适用的.此外,我们在下面只限于应用直观形式的惠根斯原理.若 Σ 上某一点 M 处

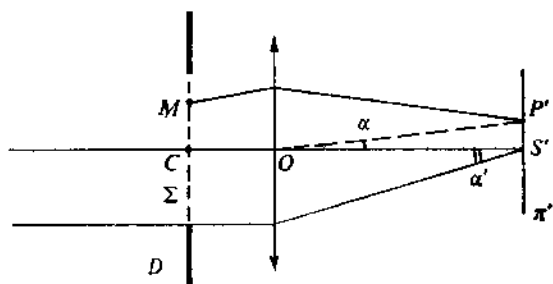


图 1.9

的电场是 $\mathbf{E} = \mathbf{a}e^{j\omega t}$ (图 1.9), 这一点在 P' 处产生的电场由 (1.14) 表示, 其中

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(MP'),$$

(MP') 是从 M 到 P' 的光程。若不考虑因子 $e^{j\omega t}$, 由 M 和 C 发出的在 P' 处的振动可用 $e^{-jk(MP')}$ 和 $e^{-jk(CP')}$ 表示, 其中 $k = 2\pi/\lambda$ 。

取 C 点发出的振动的相位作为 P' 处的相位原点。于是由 M 发出的在 P' 处的振动可以写为 $e^{jk[(CP') - (MP')]}$ 。现在令

$$\varphi = k[(CP') - (MP')],$$

Σ 的小面元 $d\Sigma$ 辐射的场正比于 $d\Sigma$, 而 P' 处的总场为

$$\mathbf{E}_{P'} = A \iint_{\Sigma} \mathbf{a} e^{j\varphi} d\Sigma, \quad (1.15)$$

其中 A 是常数。积分 (1.15) 对平面波的暴露部分 Σ 进行。在波面的不同点上, 电场是同向的。如果到达 P' 处的所有光线的倾角都很小, 则发射到 P' 处 (总是很接近 S') 的电场实际上也是同向的。同样, 如果被 D 遮盖的物镜 O 的孔径 a' 足够小, 以致可把 $\cos\alpha'$ 看成 1 时, 电场也是同向的。因而不必涉及电场方向。可以把光振动看成一个标量, 于是 P' 处的振幅为

$$f_{P'} = A \iint_{\Sigma} e^{j\varphi} d\Sigma, \quad (1.16)$$

我们这里假定电场在波面所有点上相同 (例如, $a = 1$)。

1.5. 路程差的计算

假定物镜 O 是理想的。我们来计算 P' 处的路程差 $\delta = (CP') - (MP')$ 。它在图 1.10 和图 1.11 中用 CH 表示, 因为按照马吕斯 (Malus) 定理, 若 Σ' 是垂直于光线的平面, 则从 Σ' 到 P' 的所有光程都相等。图 1.11 是图 1.10 的透视图。和

上都等于矢量 $\mathbf{CM}$ 在 CI 方向上的投影, 矢量 $\mathbf{CM}$ 的分量是 η 和 ζ , 若 $\mathbf{q}$ 是 CI 上的单位矢量, 于是我们有

$$\delta = CH = \mathbf{q} \cdot \mathbf{CM} = u\eta + v\zeta, \quad (1.17)$$

而相差为

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = k\delta = k(u\eta + v\zeta). \quad (1.18)$$

1.6. 光强的一般表式

按照(1.16), P' 处的振幅是

$$f_{P'} = \iint_{\Sigma} e^{ik(u\eta + v\zeta)} d\eta d\zeta, \quad (1.19)$$

由此得到强度为

$$I = ff^*. \quad (1.20)$$

积分(1.19)是假定了振幅在波 Σ 的各点上都相同, 假定波面上同时存在振幅和相位的变化, 就可以把(1.19)式加以推广. 只要在屏 D 平面上放置一块吸收和厚度都变化的玻璃板, 就可以产生上述变化. 玻璃板吸收的变化产生波 Σ 振幅的变化, 玻璃板厚度的变化产生相位的变化.

这些变化可能有其它的根源, 例如物镜透明度不均匀, 具有像差等. 为了计算 P' 处的振幅, 可以把这些缺陷转移到波面 Σ 上, 然后假定物镜 O 是理想的. 透明度的变化产生 Σ 上振幅的变化, 像差产生相位的变化.

这两个效应—— Σ 上振幅和相位的变化, 可用下面的函数 $F(\eta, \zeta)$ 表示:

$$F(\eta, \zeta) = A(\eta, \zeta)e^{i\Phi(\eta, \zeta)}, \quad (1.21)$$

$A(\eta, \zeta)$ 表征波面上振幅的分布, $\Phi(\eta, \zeta)$ 表征相位, 即这个波面对于平面的形变.

如果 $\Phi(\eta, \zeta) = 0$, 波 Σ 就是完整的平面, 而 $A(\eta, \zeta)$ 给