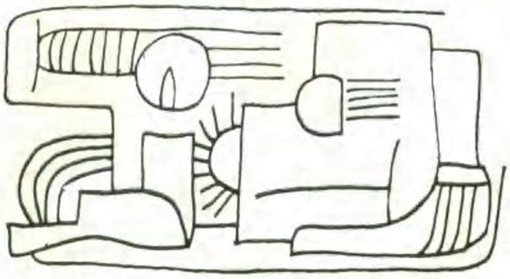
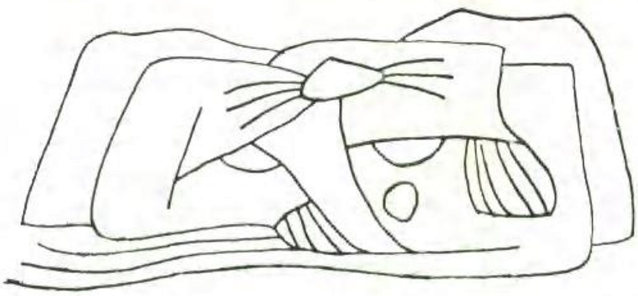
潜科学丛书



科学史上的重大争论集

科学史上的重大争论集



朱新民主编

潜科学丛书
科学史上的重大争论集
朱新民 主编
责任编辑：曾平安
*
湖南科学技术出版社出版发行
（长沙市展览馆路8号）
湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷
*
1986年2月第1版 1988年5月第2次印刷
开本：850×1168毫米 1/32 印张：13.625 插页：4 字数：356,000
印数：2,401——5,400
ISBN 7—5357—0343—7
N·7 定价：4.50元
湘目 87—47

《潜科学丛书》编辑委员会

总 编 委	申先甲
编 委	朱新民 柳树滋 赵红州
	关士续 解恩泽 洪定国
本书主编	朱新民
本书统编组	张占平 姜迅生 高光 关义侠
本书撰稿人	（以姓氏笔划为序）
	孔国平 王树茂 王续琨 韦翰飞
	卞毓麟 卢继传 刘金沂 李亚东
	李英龙 李思孟 朱尔恭 朱新民
	朱新轩 何玉德 陈文化 陈浩元
	陈念文 宋正海 沈殿忠 张尧官
	张信岑 张明昌 张瑞琨 周嘉华
	罗见今 赵树智 洪定国 郝志功
	郭今彬 夏跃进 高达声 高建明
	徐文柳 盛根玉 傅杰青 黎德扬
责任编辑	曾平安

总　序

1979年11月，在中国大地上诞生了“潜科学”这一新概念。作为一门学科，“潜科学”学一方面要研究创新性的科学技术思想胚胎从潜到显的内部孕育过程的基本规律，以寻求最大限度地发挥人们科学创造潜力的途径；另一方面要研究新观点、新学说从提出、传播、鉴别和检验到进入科学殿堂的外部成长过程的基本规律，以确定使新理论顺利成长的适宜条件。作为一项事业，“潜科学”将利用刊物、年鉴、学术讨论和科学基金等多种手段，积极发掘富有开拓精神和创造才能的科技人才，热情扶持已经萌发的新思想、新学说的成长，帮助它们冲破种种障碍，为科学百花园不断增添新的奇葩，推动学术上的自由探讨和繁荣。

现代科学技术的各个部门都在加速向前发展，随着每一个领域里的惊人进步，在人们面前展现出愈来愈广阔的未知世界。传统观念和理论受到有力的冲击和挑战，层出不穷的新课题激励着人们去探索；现代技术的突破性进展，使新技术革命的浪潮席卷全球，正在引起生产组织、产业结构和社会生活的重大变革。在这种形势下，积极推动潜科学理论的研究和潜科学事业的发展，特别是推动那些具有潜科学价值和未来意义的开发性探索，更是具有特殊意义。

为了促进这一新兴学科的成长，推动这一新生事业的发展，由“中国潜科学研究会”与《潜科学》杂志社共同组织，并系统地编写了这套《潜科学丛书》。旨在通过对科学技术发展中大量个例的剖析，从不同的侧面和角度，揭示科学技术更替变革的历史足迹，

概括出某些共同的带规律性的东西，以总结经验，吸取教训，为新思想、新观点、新假说、新理论的孕育和成长而摇旗呐喊，鸣锣开道。

《潜科学丛书》是一套带有学术性、探索性、哲理性和趣味性的文集。我们要求每篇文章史料要翔实，科学内容要准确，观点要鲜明，力求作到文献性、科学性和思想性的统一，为进一步的深入研究提供启示。

这套丛书的编写，是一个有益的尝试。我们希望吸引、动员更多具有创新精神和见解的潜科学事业支持者投入这套丛书的编写工作，不断扩大范围，丰富内容和提高质量，在推进科学技术事业的发展中，起到它的一点作用。

《潜科学丛书》编辑委员会

1984年11月于北京

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

无理数并非无理

——$\sqrt{2}$ 的发现和在克服危机中前进的数学

数学发展史上的第一次危机发生在古希腊时代，这次"危机"是由于$\sqrt{2}$的发现与当时人们的直觉经验相抵触而引起的。但数学并没有因此而衰退，相反，它在解决危机中得到了很大的发展。追溯数学发展的历史，可以发现：$\sqrt{2}$的发现对于数学的发展产生了极其深远的影响。

无理数的发现

公元前六世纪，在古希腊史上是数学非常发达的时代。出生在萨摩斯岛的毕达哥拉斯(Pytharoras，约公元前582—500)，在古希腊属地的克罗顿创立了一个崇拜阿波罗神和从事数学研究的秘密社团，史称毕达哥拉斯学派。他们对数进行了抽象的研究，第一次用抽象的数去构造了自己的宇宙模型。毕达哥拉斯有句名言："万物皆数"，即数是万物的本原。这集中地反映了该学派的自然观。毕达哥拉斯和他的门徒并通过数的抽象研究去论证他们的"和谐的宇宙系统"的世界观。事实上，他们对数的概念与客观事物之间的关系作了本末倒置的解释。

毕达哥拉斯学派对几何学的贡献很大。最著名的是，他们发现了所谓的毕达哥拉斯定理，即直角三角形两边平方之和等于斜边的平方。我国则称此定理为勾股定理，是西周开国时候（约公元前12世纪左右）一位名叫商高的人发现的，所以又称商高定理。

商高比毕达哥拉斯早六百多年。如果用等式关系来描述毕达哥拉斯学派发现的这个几何命题，即 $a^2+b^2=c^2$ (1)

a和b分别代表直角三角形的两条直角边，c表示斜边。这个学派把能满足等式(1)的三个正整数称为“毕达哥拉斯数”，且认为这样的数有无穷多个。换句话说，提供了下述包括无穷多个这样的三角形的公式，即如果m是奇数，且$m>1$，则有

$$a=m \quad b=\frac{1}{2}(m^2-1) \quad c=\frac{1}{2}(m^2+1) \tag{2}$$

上式是三个毕达哥拉斯数的一般表示式。例如3，4，5；5，12，13；……等等，都是满足(2)式的毕达哥拉斯数。

关于毕达哥拉斯学派如何以及在何处“发现”并证明这个定理的，尚有争议。由于这个学派的著作业已全部失传，所以很难作出确实的判断。但是毕达哥拉斯定理的发现的确使这个学派万分高兴，这一发现被认为证实了该学派关于宇宙间的一切现象都可以表示为整数和整数之比的数学信念。相传，这个学派为庆贺他们发现的毕达哥拉斯定理，曾举行了丰盛的“百牛大祭”。

然而，毕达哥拉斯学派所理解的毕达哥拉斯定理〔即等式(1)〕和毕达哥拉斯数〔即等式(2)〕都包含着错误：第一，尼基伯尔(Neugebauer)曾发现，巴比伦人至少早于毕达哥拉斯一千年就知道有些满足等式(1)的数不是由等式(2)给出的；第二，事实上，最初毕达哥拉斯学派认为任何一个直角三角形只要选择合适的单位长度，其三边总有一个整数关系，这当然是错误的。但是，毕达哥拉斯学派的上述看法也绝非偶然，它是由这个学派的世界观，即“数”(指正整数)是万物之本原所决定的。由于毕达哥拉斯学派对等式(1)和等式(2)的理解存在着错误，这就不可避免地留下了使该学派陷入窘境的后患。

当毕达哥拉斯学派进一步致力于等式(1)和等式(2)的研究时，果然出现了使整个学派感到惊奇不安的因素。因为等式(1)中，当$b=a$时，就出现下述结果：

$$2a^2=c^2 \tag{3}$$

即没有正整数解。

这个结果实际上是说

$$\sqrt{2}=c/a。\qquad (4)$$

显然，当$b=a$时，等式(3)不仅没有正整数解，依(4)式，它的解也不是有理数。

据说毕达哥拉斯学派是用归谬法证明这一发现的。证明过程如下：设等腰直角三角形斜边与一直角边之比为$\alpha:\beta$,这里当然可以假设α和β已经没有公共因子,因为有的话这分数可以把它约掉。于是根据毕达哥拉斯定理得$\alpha^2=2\beta^2$，由于α^2为偶数，α必然也是偶数，因任一奇数的平方必是奇数。但比$\alpha:\beta$是既约的，因此β必然是奇数。α既是偶数，故可设$\alpha=2\gamma$，于是$\alpha^2=4\gamma^2=2\beta^2$。因此$\beta^2=2\gamma$，这样$\beta^2$是个偶数，于是$\beta$也是偶数，但$\beta$同时又是奇数，这就产生了矛盾。这个矛盾证明：(4)式中的c/a不能用有理数来表示。

由此可见，如果一个直角三角形的两条直角边相等，那么其中任一边与斜边无公度；而且，如果三角形的两个直角边都等于1的话，那么它们的边除设有公度外,其斜边长度恰好等于$\sqrt{2}$。这就是数学史上著名的那个导致数学基础发生第一次危机的“$\sqrt{2}$的发现”,一个非常伟大的发现!

尽管$\sqrt{2}$的发现是在何时,是毕达哥拉斯本人发现的,还是早期或者后期毕达哥拉斯学派发现的，以及该学派究竟是否对这一发现给出过合理的证明，这些都还是数学史上悬而未决的问题。然而，这个发现不仅对毕达哥拉斯学派的学说是致命的损害，而且对人们的数学见解也是极大的冲击。当时人们刚刚从自然数扩充到有理数，根据经验以及各种各样的实验，完全确信“一切量都可以用有理数表示”,可是居然发现,同样是直角三角形,却有一部分其边彼此完全找不到可以公度的几何实体，亦即至少有一个线段不能用有理数去度量，而他们又没有无理数的概念，连类似$\sqrt{2}$这样的符号他们也没有见过，因此对他们来说就意味着等腰直角三角形的斜边与直角边之比根本无法表示。这在当时的认识

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

水平下，无疑是个矛盾。所以，事实上的$\sqrt{2}$是否是个数，这的确是个可怕的问题，如果承认它也是数，那就要与“数即万物”中所说的整数发生不可调和的矛盾，那就意味把以前所知道的，所相信的“常识”根本推翻了，说它是数学基础的第一次危机，绝不是过甚其词，而是非常恰当的。正因为$\sqrt{2}$的发现与毕达哥拉斯学派的直觉经验相抵触，所以在当时要把这种“荒谬”的事承认下来该是多么困难啊！传说，这个学派的希帕索斯(Hippasus)就是因为最早发现了$\sqrt{2}$，因而被他的同伴们抛进了大海，处以“淹死”的惩罚。

不管毕达哥拉斯学派承认与否，等腰直角三角形的直角边与斜边不可通约这一客观真理毕竟已被揭示出来。它使“数即万物”的世界观开始动摇了，并由此诱发了数学史上的第一次危机。虽然西方数学史家还认为芝诺悖论也属于构成这次危机的因素，但典型的，直接冲击着数的概念并带来深刻危机感的却是无公度的几何量的发现。

无理数有理

由于$\sqrt{2}$的发现，希腊人不得不承认：第一，直觉、经验乃至实验都不是绝对可靠的(比如说，用任何实验都只能得出一切量均可用有理数测量这个结果)，今后必须依靠证明；第二，数(自然数)及其比值(有理数)不能包括一切几何量，但几何量却可以表示数(自然数与有理数)，由此认为几何学较之算术、代数更为重要。这恐怕是后来希腊人不重计算而重推理，不重算术和代数而重几何的重要原因。这表明，毕达哥拉斯学派关于无理数$\sqrt{2}$的发现使得数学的发展方向发生了很大改变，在此之前希腊人(如泰勒斯*等)是注重计算技巧的。

从数学发展的历史来看，正是这次危机冲击了古希腊的数学家，曾一度出现了以芝诺的四个悖论和巧辩学派为代表的思想混乱时期，但也因为这次危机使希腊人取得了数学上的光辉成果。首先是比例论的建立。古希腊人为了继续维护自己的整数信仰，

拒绝承认$\sqrt{2}$是数，而称它为几何量，把数和量加以割裂，认为数是离散的，是一个跳到另一个，而几何量则是不可公度的，是连续的。他们在几何学的范围内发展包括不可公度在内的比例论来克服这个困难。这项工作主要是由欧度索斯（约公元前408—355)完成的。比例论被收集在欧几里德(约公元前330—275)《几何原本》的第五卷和第十卷中。这项成果是用数学方式来解决“危机”的产物。比例论似乎能使希腊人定义出无理数,并据此去展开一个连续源的算术理论，然而可能是由于认识上的原因，他们却完全没能做到这一点。数学史上直到十九世纪以前实际上是完全依据几何方法来严格处理连续量的。所以，人们通常认为比例论是欧氏几何中的最大成就。其次，这次危机所直接导致的另一个数学成果是穷竭法的提出。无理数的发现引出了连续量的问题，由于人们对算术的连续量缺乏了解，这就必然借以空间的连续性这种直观观念为依据，它排斥空间的任何终极不可分部分，或者线段在臆想中进行分割的极限，这就产生了用于处理连续量的穷竭法。这也是欧度索斯的贡献，一般称它为阿基米德预备定理。因为穷竭法主要是在阿基米德(Archimedes，约公元前287—212)那里得以应用和发展的。虽然穷竭法当时还没有充分普遍化，但它可以看作是近代积分理论的先驱。另外，这次危机所带来的古希腊人在数学方向和数学方法上的巨大改变。由于偏爱几何，产生了由欧几里德编成的《几何原本》巨著，从而建立了几何学的公理体系；由于注重推理，产生了由亚里士多德(公元前384—322)撰写的《工具篇》名著，这就创立了逻辑学的公理体系。这两个历史上最早的公理体系几乎是同时诞生的，在一定意义上可以说是科学史上数学基础的第一次危机所产生的双胞胎。这对双胞胎都同样享受了两千多年的盛誉，被视为金科玉律，推理楷模。这一直到十九世纪末才受到彻底的改造。

总之，数学史上的第一次危机对数学乃至其他科学的发展都

* 泰勒斯（Thales，约公元前624—547），古希腊科学家，哲学家。在天文学、数学、气象学等方面皆有贡献。

产生了深远的影响。希腊人在解决这次危机中的确取得了一系列光辉的成果，但也由此产生了某些消极的因素。例如，用比例论来克服不可公度的困难，事实上是把数的危机转嫁到“量”上。这就迫使他们把主要精力投向了几何学，取消了数和量间的一一对应关系，让算术和几何分了家，并强使代数几何化。从而使早期本来大有希望的代数被捆住了手脚，甚至停滞下来。可见这次危机对后来科学的影响是两方面的。

点 滴 启 示

从第一次数学危机的历史叙述中，不难发现，数学的发展，同其他科学一样，不可避免地要接受某种哲学的指导。这次危机的实质主要在于数学家的思维被错误的哲学支配了。毕达哥拉斯学派从神秘的宗教冥想出发，把数推崇到至高无上的地位，说成是万物的本源。这本身就包含着浓厚的神秘主义成份，是唯心主义世界观。正因为这点，所以说“$\sqrt{2}$”这一伟大的发现带来的却是数学“危机”，“$\sqrt{2}$”成了“数即万物”，而“数”又只能是正整数这种错误哲学偏见的牺牲品，可见正确的哲学对数学乃至整个科学的发展具有多么重要的指导意义。另一方面，哲学也必须不断地总结新的数学和其他科学的成果来丰富和发展自己。毕达哥拉斯学派的迅速瓦解，固然首先有它的政治、经济原因，但从认识论的角度来说，还在于这次数学危机也是该学派哲学的危机，他们没有能够概括当时数学研究的成果，修正发展自己的“数即万物”的观点。当然，这个学派所追求的以数的“和谐”来解释万物的思想，从科学思想史的角度来看，不失是一个伟大的创造，后来给西方自然科学家带来了深远的影响，并且一直延续至今，对他们的科学研究起了推动作用。

总而言之，数学史上的第一次危机表明，哲学和科学是在相互补充中不断发展的，科学要加快前进的步伐，就离不开正确哲学的指导。同时，哲学必须求助于科学的成果来进一步发展自己的理论。否则，它不仅不能对科学的发展起指导作用，会危及它

本身的存在。

参 考 文 献

〔1〕M·克莱因《古今思想》第1册。

〔2〕B·波耶《微积分概念史》。

〔3〕黄耀枢“论数学发展史中三次危机的实质和意义”，《自然辩证法通讯》，1982年6期。

〔4〕莫绍揆“数学三次危机与数理逻辑”，《自然杂志》，1980年6期。

是可证，还是不可证？

——关于第五公设问题之争始末

今天，凡是学过初等几何的人都会承认，平行公理是一个独立的命题。它在数学上是不可证明的。可是，殊不知，围绕这个平凡的问题却展开过一场长达两千多年的漫长论争，其结果，竟出乎意料地给数学开拓了一个新领域——非欧几何学。

可疑的第五公设

公元前三世纪，古希腊亚历山大学派的创始者大数学家欧几里德（Euclid，约公元前330年—公元前275年），撰写出数学史上第一部逻辑严谨而系统的几何著作《几何原本》(Elements，Στοι-χεῖα)。这部数学巨著原有13卷（后人又增补了第14、15两卷）。

《原本》在数学发展史上占有重要的地位。它的问世，表明初等几何已经完成由“潜”到“显”即由零散、片断的经验知识到系统、完整的抽象理论的过渡，从而成为数学发展史上标志数学思想与方法发生根本变革的第一个重要里程碑。欧几里德也以这部数学巨著而名垂青史，他的影响是如此深远，以致“欧几里德”在相当长的一个时期内竟成了“几何学”的同义语。

《原本》的伟大历史意义在于，它是一部用公理法建立演绎数学体系的最早典范。所谓公理法，简单地说，就是从尽可能少的初始命题出发，依照确定的逻辑规则，推演出尽可能多的命题。这个方法是由希腊学者亚里士多德（Aristotels，公元前 384—公

元前322)最先总结出来的。按公理法的要求，欧几里德在《原本》第一卷中一开头就提出了5个公理（适用于一切科学）和5个公设只应用于几何学），试图依此构造起几何学的整个大厦。可是，第五公设（即通常所说的平行公理）* 却遭到了《原本》注释者和研究者们的怀疑。这是由于：

首先，和其它公理公设相比较，它的叙述较为冗长、复杂，不那么简洁明快。从形式上看，不象公设，倒似定理。

其次，它的内容不象其它公理公设那么显然、直观，不符合亚里士多德经验公理法的“不证自明”的要求。

再次，它的逆命题即《原本》第一卷的第17命题：三角形两内角之和小于两直角，是个可证的定理，而它本身却得不到证明，这种作法与人们的习惯思维逻辑相抵触。

另外，它在《原本》中运用的较迟，在第29个命题（平行线间的内错角相等）的证明中才第一次用到，以后再也没有直接出现过。这就给人一种印象，似乎欧几里得本人也尽量避免使用。

于是，数学家们觉得，这个公设的逻辑独立性很可疑，它可能是个可证定理，只是由于欧几里德没能找到这个证明，才不得不把它放在公设之列。那么，它究竟是个可证的定理，还是个不可证的独立命题？这就是数学史上著名的第五公设之争的问题。

从《原本》问世，到非欧几何发现，几乎所有研读过《原本》的数学家都站在欧几里德的对立面，不同意把第五公设当作初始命题，而坚持把它改为定理，并深信一定能证明它。公元五世纪拜占庭数学家普罗克尔（Proclus，约412—485）在他的《〈原本〉评注》一书中十分自信地说：“毋庸置疑，这个命题应当存在证明”，“应当把它从公设之列根本取消掉”。又说：“它的逆命题是一个可证的定理，而把它本身却放在不可证的命题之列，这难道不是一件可笑的事情吗？”普罗克尔的话表达了两千年来历代数学家们对第五公设问题所持的基本态度。

* 它的内容是：如果一直线和两直线相交，所构成的两个同侧内角和小于两直角，那么，把这两直线延长，它们一定在那两内角的一侧相交。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com