

固体地球物理学

导论

曾融生 著

科学出版社

固体地球物理学导论

曾融生 著

科学出版社

1984

内 容 简 介

固体地球物理学是近年来国内、外研究进展十分迅速的学科。本书广泛收集并系统整理了国外最新资料(理论和观测),并尽可能介绍我国地球物理学工作者对地球内部的某些研究成果。

全书共分十五章:第1—4章和第6—8章,全面讨论有关地球内部的研究方法;第5、9、10章重点讨论地球内部的结构和组成;第11—14章,进一步探讨地球的动力以及其对地球表面的影响;第15章作为与地球的对比,讨论了其它行星的探测结果。每章附参考文献。

本书可供从事地球物理学和其它有关科学研究工作者和教学工作者参考。

固体地球物理学导论

曾融生 著

责任编辑 苏宗伟

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年7月第一版 开本:787×1092 1/16

1984年7月第一次印刷 印张:28 3/4 插页:2

印数:0001—2,550 字数:661,000

统一书号:13031·2560

本社书号:3521·13—15

定价: 4.60 元

前 言

长期以来,人们比较熟悉于大陆的地质和地球物理现象,例如山脉的隆起和褶皱,深部岩浆的侵入,火山、地震以及重力异常和磁异常等。喜马拉雅是近代最活动的构造带之一,它现在还以每年数厘米的速度不断隆起。山脉地带的强烈褶皱和巨大断裂表明,在地质年代中,它们经历了巨大应力的作用。

第二次大战后,大量海底地形探测和海洋地球物理测量的结果,使我们对占地面71%的海洋有了新的认识,这样就有可能从地球整体来考虑地球的问题。某些新的地球物理现象的发现,使得我们有可能研究海洋在地质年代中的演化过程;其中最突出的当推岩石磁性和古地磁的成就。

野外观测和实验室测量的结果证明,地磁场的方向在过去数百万年中曾经多次产生倒转的现象,古地磁场的方向可以在某些自然界的岩石中被保留下来,成为古地磁的“化石”。海岭两旁的线条状磁场同样是这类古地磁“化石”。对比不同地区的古地磁“化石”,使我们有可能研究海洋地壳运动和演化的过程。

由于地球物理学家和地质学家共同努力的结果,我们对于地球的认识已经有了很大的进展。根据过去十余年中建立起来的“洋底扩张”、“大陆漂移”以及“板块”学说,地球表面可以分为几个大的板块,它们在过去几千万年中曾漂移了数千公里,而且现在仍以平均每年数厘米的速度移动;在绵延数万公里的海岭处,地幔物质上升并向两旁推移;在海沟处,地壳物质向地幔俯冲。

根据地震波以及其它地球物理数据得知,地表上巨大构造单元所形成的横向不均匀性至少可以延伸到400—600公里的深度。深部物质的物理化学特性和状态与地表构造之间有密切的联系。

近代板块学说最重要的一个特点是它从观测事实出发,并且有意识地用观测结果来检验理论,因此逐渐把地球现象与严格的物理规律联系起来。

六十年代以来,对行星系的考察和研究更进一步把地球当成一个行星体来看待。

地球的磁场在内行星中是无与伦比的。月球的全球磁矩约为地球的 10^{-6} ,而火星和水星则小于地球的 10^{-4} 。

地球的重力场和月球、火星一样,它们基本上达到重力均衡状态。

地球现代的地震活动性比月球、火星都大得多,但是火星古代的火山活动已经是毋庸置疑的了!

在地球表面可以设立周密的地震、重力、地磁、地热等观测台站,因此对于地球内部的研究比较其它行星体要详尽得多。研究地球内部的技术方法和理论对于探测其它行星体起了十分重要的作用;但是对于整个行星系统的进一步认识,亦对地球的形成和演化的概念产生了许多积极的影响。

应该指出,现今对地球内部的知识还远远不能满足我们的要求。地球深部的物质无法直接取得或看到,目前最深的钻井不过九公里。由于地球介质的吸收,电磁波对地球的

渗透深度也十分有限。直到现在,地震波依然是能够详细探测地球深部的最有效工具。

自从二十世纪初期有了粗糙的地震波走时之后,便开始研究地球内部地震波速度的分布。1938年古登堡(B. Gutenberg)和里克特(C. Richter),1939年杰弗里斯(H. Jeffreys)分别根据他们自己构制的地震波走时,发表了现在看来还是比较准确的地球内部地震波速度分布的资料。此后,有关地球内部的分层、物理特性以及物质组成等问题的研究,都直接或间接地用了地球内部速度分布的资料。

由于地震波速度在研究地球内部结构的重要性,本书给予它以特殊的地位。

此外,地球的电磁感应、地球的重力场以及地热,也是研究地球内部的重要手段。

粗略地说,地球分为三层(地壳、地幔和地核)。最上面的地壳虽然只占地球表面很薄的一层(10—70公里),但是它和地面的地质构造以及许多地球物理现象有最密切的关系。但是,地面上更大规模的现象及其演化却和地幔的动力学有关。地球的磁场很可能是由导电的液态外核所产生的。

近年来,国际上对地壳和上地幔的构造以及地球动力学问题十分重视。1960—1970年的国际“上地幔计划”,1972—1977年的国际“地球动力学计划”,以及八十年代开始的国际“岩石圈计划”它们对于地球内部的研究起了很大的推动作用。由于地球问题的共同性,国际合作和交流是十分必要的。

本书共分十五章:1—4章以及6—8章的一部分,讨论研究地球内部的方法;5—10章主要讨论地球内部的结构和组成;11—14章讨论地球的动力以及它对地表现象的影响;15章讨论对其它行星的探测结果。

近年来,虽然国外已经出版了几本较好的有关固体地球物理学书籍,但是本书内容的取舍以及观点与他们不尽相同。本书还尽可能介绍我国地球物理工作者对地球内部的某些研究成果。

固体地球物理学研究进展十分迅速,本书虽然尽量引用最新的研究成果,但是由于作者的水平以及资料的限制,孤陋或是错误在所难免,希同行们予以指正。

在编写本书的过程中,张少泉同志负责抄缮、校正以及部分图幅的设计,给予作者十分有力的协助;刘元壮同志负责绘图;傅承义教授和顾功叙教授在百忙中抽暇为本书审阅,并提出宝贵意见,特此志谢。

• x •

目 录

前言	ix
第一章 地震波的基本概念	1
1.1 介质	1
1.2 应力和形变	1
1.3 波动方程	6
1.4 平面波和球面波	9
1.5 界面的影响	11
1.6 射线理论	14
参考文献	16
第二章 平面层中的地震体波	17
2.1 匀速成层介质中体波的走时	17
2.1.1 单个水平界面	17
2.1.2 单个倾斜界面	18
2.1.3 多界面	20
2.2 非匀速介质中体波的走时	22
2.2.1 速度为线性增加的连续介质	22
2.2.2 速度为其他函数的连续介质	24
2.2.3 有不连续界面时的情况	26
2.3 平面层中体波的振幅	27
2.3.1 能量和振幅的关系	27
2.3.2 直达波	29
2.3.3 回折波	29
2.3.4 反射波	30
2.3.5 首波	33
2.3.6 自由界面的影响	34
2.4 利用人工振动源探测地壳构造的方法	38
2.4.1 陆地上探测地壳构造的方法	38
(A) 固定地震台观测	38
(B) 深地震测深方法	38
(C) 地壳反射剖面	41
2.4.2 海洋地壳的探测方法	43
2.5 地壳探测的解释问题	45
2.5.1 地壳深层波的走时	45
2.5.2 走时的反演	50
(A) 地壳参数的估算	51
(B) 赫格罗兹-贝特曼-威切特方法	53
(C) 低速层问题	54
(D) 射线追踪方法	54

2.5.3 理论地震图.....	57
2.6 天然地震体波与地壳构造	60
2.6.1 利用不同深度的震源求地壳的速度分布	60
2.6.2 近震记录的首波和反射波.....	61
2.6.3 转换波及其它特殊震相.....	61
2.6.4 用远震P波残差计算三维速度模型.....	62
2.6.5 P波频谱与地壳参数.....	63
参考文献.....	63
第三章 球面层中的地震体波	66
3.1 10°以外地震图中的体波震相.....	66
3.2 球面层中地震体波的走时	69
3.2.1 射线参数方程.....	69
3.2.2 射线的曲率和临界条件 $\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r}$	70
3.2.3 走时方程.....	72
3.2.4 正常速度变化的走时.....	74
3.2.5 特殊速度变化的走时.....	76
3.2.6 反射波和首波的走时.....	78
3.2.7 走时的反演.....	79
(A) 利用不同深度地震的走时求介质的速度	79
(B) 赫格罗兹-贝特曼-威切特方法	79
3.3 振幅和理论地震图	83
参考文献.....	85
第四章 地震面波和地球的自由振荡	86
4.1 面波的波动方程和“射线”理论.....	87
4.1.1 一般的考虑.....	87
4.1.2 洛夫波.....	88
4.1.3 雷利波.....	89
4.1.4 面波的射线理论.....	95
4.2 面波的频散与地球内部构造.....	98
4.2.1 面波和导波.....	98
(A) 洛夫波和雷利波	98
(B) 其他的地壳面波和导波	100
(C) 其他的地幔面波和导波	103
4.2.2 观测的群速度和相速度	106
(A) 群速度和相速度的概念	106
(B) 峰谷分析方法	107
(C) 数字计算方法	109
(D) 观测结果	113
4.3 地球的自由振荡	115
4.3.1 一般讨论	115
4.3.2 理论和观测结果	118
参考文献	123
第五章 地球内部构造.....	126

5.1 地球内部的分层	126
5.2 地壳 (A 层)	129
5.2.1 大陆地壳	129
(A) 大陆地壳的分层	129
(B) 地壳中的低速层	131
(C) 莫霍面的性质	132
(D) 大陆地壳的厚度	133
(E) 大陆地壳构造的横向变化	133
5.2.2 海洋地壳的分层	134
5.3 地幔 (B、C、D 层) 的速度分布	135
5.3.1 上地幔低速层和 20° 间断面	135
5.3.2 面波数据	137
5.3.3 体波与上地幔速度	138
(A) 地幔盖层	138
(B) 上地幔的低速层和过渡层	140
5.3.4 下地幔 (D 层) 的速度	141
5.3.5 地幔构造的横向不均匀性	144
(A) 上地幔的横向不均匀性	144
(B) 下地幔的横向不均匀性	145
5.4 地核 (E、F、G 层) 的速度	147
5.4.1 核波走时与地核速度	147
5.4.2 地核半径	149
5.4.3 内核界面	150
5.5 地球内部的密度分布	150
5.5.1 密度分布函数的边界条件	150
5.5.2 自地震波速度求密度梯度公式	151
5.5.3 密度分布的模型	153
(A) 布伦的 A 和 A' 模型	153
(B) 布伦的 B 模型	153
(C) 伯奇的密度模型	154
(D) 符合地球自由振荡的模型	155
5.6 地球内部的 μ 、 k 、 g 、 P 参数	156
5.6.1 地球内部的 μ 和 k 值	156
5.6.2 地球内部的 g 值	157
5.6.3 地球内部的 P 值	157
参考文献	158
第六章 地球的重力和转动	161
6.1 重力位和地球形状	161
6.1.1 公式的推导	161
6.1.2 人造卫星观测	165
6.1.3 地球形状参数	168
6.2 重力异常和地球内部构造	170
6.2.1 重力异常	170
6.2.2 重力均衡理论	177

6.3 固体潮	181
6.3.1 起潮位	181
6.3.2 观测结果和解释	184
6.4 地球的进动和颤动	186
参考文献	189
第七章 地球的电磁特性	191
7.1 地磁场的一般性质	191
7.1.1 地磁要素	191
7.1.2 数学表达式	194
7.1.3 偶极磁场与非偶极磁场	195
7.1.4 地磁场的长期变化和短期变化	197
7.1.5 局部磁异常	199
7.2 岩石磁性与古地磁	200
7.2.1 岩石的磁性	200
(A) 某些概念	200
(B) 矿物的磁性	202
(C) 岩石的磁性	204
7.2.2 地磁场的倒转	205
(A) 地质年代中地磁场的倒转	207
(B) 地磁场倒转的过程	210
7.2.3 古地磁的应用	211
(A) 古代地磁特征的研究	211
(B) 地质构造中的应用	212
7.3 地磁成因	212
7.4 电磁感应与地球内部的电导性	215
7.4.1 一般讨论	215
7.4.2 基本原理	217
(A) 基本方程	217
(B) 电导率只为深度的函数	218
(C) 横向变化	219
7.4.3 某些结果	220
(A) 电性随深度的变化	220
(B) 横向变化	221
(C) 地球内部电性变化的解释	222
参考文献	222
第八章 热流与地球内部温度	225
8.1 一般讨论	225
8.1.1 热传导方程	225
8.1.2 地球的热源	227
(A) 放射性源	227
(B) 地球的原始温度	228
8.1.3 热的传输	229
(A) 热传导机制	229
(B) 热对流	229

8.1.4 地热史	230
8.2 地面热流	230
8.2.1 热流和地质年代的关系	231
8.2.2 热流和放射性物质的关系	233
8.2.3 大陆和海洋热流的相似性	234
8.3 地球内部温度	236
8.3.1 地壳的温度	236
8.3.2 地幔温度	237
(A) 绝热目压温度	237
(B) 物质的熔点	238
(C) 电导率与温度	240
(D) 岩石温度计	240
(E) 地幔的温度分布	241
8.3.3 地核的温度	243
参考文献	245
第九章 地球内部的物质组成	247
9.1 宇宙和星际物质的组成	247
9.1.1 星体的光谱分析	247
9.1.2 陨石	248
9.2 地壳的物质组成	252
9.2.1 大陆地壳的物质组成	252
(A) 岩石样品的分析	252
(B) 大陆地壳上部的物质组成	253
(C) 大陆地壳下部的物质组成	254
9.2.2 海洋地壳的物质组成	254
(A) 海底的沉积层(I层)	254
(B) II层	255
(C) III层	255
9.3 地幔的物质组成	256
9.3.1 深源岩石	256
9.3.2 上地幔顶部的物质组成	257
9.3.3 350—650 公里深度的过渡带	259
9.3.4 状态方程与物质组成	261
9.3.5 下地幔的物质组成	266
9.4 地核物质的化学组成和物理状态	267
参考文献	267
第十章 地球内部的非弹性	271
10.1 一般讨论	271
10.2 地球内部的品质因子“Q”	272
10.2.1 “Q”值的意义	272
10.2.2 Q值的测量和结果	274
(A) 面波测量的结果	274
(B) 体波的测量结果	275
10.3 地球内部的粘性	276

10.3.1 冰期后的均衡回跳与地幔的粘滞性	277
(A) 现象	277
(B) 地幔的粘滞系数	279
10.3.2 岩石的蠕变方程	280
参考文献	281
第十一章 岩石年龄与地质构造	283
11.1 岩石的年龄	283
11.1.1 方法和原理	283
(A) 铷-锶法	285
(B) 钾-氩法	286
(C) 铀-铅法	287
(D) C^{14} 法	288
(E) 裂变径迹法	289
11.1.2 应用	289
(A) 地球的年龄	289
(B) 地质年代的划分	290
(C) 地壳的演化	291
11.2 不同类型的构造单元	293
11.2.1 大陆	293
(A) 地台	294
(B) 山脉和地槽	296
(C) 断层与褶皱	297
(D) 东非裂谷	300
(E) 中国大陆的大地构造	301
11.2.2 海洋	304
(A) 大陆-海洋的过渡区	304
(B) 洋盆	307
(C) 海岭	308
11.3 岩浆活动	309
11.3.1 火山	309
(A) 喷发的情况	309
(B) 地理分布	310
(C) 喷发的机制	311
11.3.2 岩浆岩	311
(A) 海洋的岩浆岩	312
(B) 山脉和岛弧的岩浆岩	313
(C) 大陆的岩浆岩	313
参考文献	314
第十二章 地震活动性及震源机制	316
12.1 地震活动性	316
12.1.1 地震带	318
(A) 环太平洋地震带	319
(B) 海岭地震带	322
(C) 欧亚地震带	322
(D) 中国地震带	322
12.1.2 地震能量释放随深度的变化	326

12.1.3	大小地震的关系	326
12.1.4	地震发生的时间和空间规律	328
12.1.5	前震、主震、余震和震群	329
12.2	震源机制	333
12.2.1	P波初动与震源机制	333
(A)	不同模型	333
(B)	P波初动的解释及表示方法	335
(C)	P波初动的结果	339
(D)	存在的问题	343
12.2.2	S波与震源机制	344
12.2.3	体波的频谱与震源机制	345
12.2.4	面波与震源机制	347
12.2.5	位错模型与震源的运动学参数	348
12.2.6	地面形变与震源机制	350
12.3	地震前兆	351
12.3.1	地形变化	352
12.3.2	地倾斜和伸缩	355
12.3.3	断层蠕动	356
12.3.4	前震	356
12.3.5	b值	357
12.3.6	小震活动规律	358
12.3.7	震源机制	358
12.3.8	地震波速的变化	359
12.3.9	地电变化	360
12.3.10	地电阻率变化	360
12.3.11	地磁变化	361
12.3.12	水氧及地下水化学成份的变化	361
12.3.13	地应力的测量	362
12.4	地震成因	363
12.4.1	弹性回跳理论	363
12.4.2	地震时岩石滑动(破裂)的性质	364
(A)	脆破裂	364
(B)	粘滑	365
(C)	地壳中水的作用	366
(D)	蠕动	366
(E)	深震的破裂	366
12.4.3	微破裂在地震发生时的作用	367
12.4.4	地壳的铅直运动与地震成因	369
(A)	松代地震群	369
(B)	云南永善-大关地震	371
(C)	其它地震	373
参考文献		373
第十三章	大陆漂移、洋底扩张和板块构造	377

13.1 大陆漂移	377
13.1.1 魏格纳的大陆漂移学说	377
13.1.2 大陆边缘的拼合	382
13.1.3 古地磁与大陆漂移	388
13.2 洋底扩张	392
13.2.1 概念	392
13.2.2 海洋磁异常的解释	392
13.2.3 其它证据	397
(A) 洋盆沉积岩年龄的分布	397
(B) 转换断层	398
(C) 海岭的地壳构造	399
13.3 板块构造	400
13.3.1 板块的性质	400
13.3.2 板块的运动	402
13.3.3 涌流和板块运动	405
13.4 板块构造学说与造山运动	407
13.5 争论	409
参考文献	412
第十四章 地壳活动的力源	415
14.1 早期的尝试	416
14.2 重力作用	419
14.3 波浪学说	419
14.4 地球膨胀理论	420
14.5 地幔对流	421
14.6 涌流问题	424
参考文献	425
第十五章 其它行星	427
15.1 太阳系的一般现象	427
15.2 月球	430
15.2.1 月球表面和月岩	430
15.2.2 月球内部的构造	434
15.3 火星	438
15.4 金星	442
15.5 水星	443
15.6 外行星	444
参考文献	445

第一章 地震波的基本概念

1.1 介 质

讨论地震波的传播问题,须要应用弹性力学的原理。弹性力学对介质的基本假设是:

- (i) 均匀的;
- (ii) 连续的;
- (iii) 各向同性的;和
- (iv) 完全弹性的。

提到地球介质的均匀和连续时,我们会想到岩石或地层的连续性并不好,而且岩石的化学成分和物理性质也常有变化。但是,我们所讨论的地震波,其波长一般大于数百米以至数公里,因此地球介质通常可以认为是均匀和连续的。

地球表层的岩石,其晶体具有一定的方向性,但是如果所讨论的问题是与大范围的地球介质有关,在大范围内,岩石中晶体的排列方向是任意的,没有一个主要方向,因而可视为各向同性的。

对一物体施加一定的外力,物体产生形变;当外力消失后,如果物体立刻恢复其原来状态,这种物体称为完全弹性体;不然,则称为非弹性体。物体是否弹性体,与所施外力的性质(大小、延续性、变化快慢等)以及外界的环境(温度、压力)有关。当外力很小而且作用时间很短时,大部分物体接近于完全弹性体。对于天然地震和人工爆破,除了在震源或人工振动源附近外,介质所受的力一般都是很小的,而且延续的时间很短,因此通常可以视介质为完全弹性体。

实际的岩石在构造力作用下,并不是完全弹性体,而是带有某些流变,我们将在第十章中讨论。弹性体的应力(P)与形变(ϵ)成正比,这就是下面 1.2 将要讨论的虎克定律。完全弹性体的形变与应力作用的时间无关。

1.2 应力和形变

将均匀的力 F 作用于一个物体的面上,设该面的面积为 A ,则力的强度为

$$P = \frac{F}{A} \quad (1.1)$$

如果力的方向与面垂直,这样的力称为张力或压力(张力的方向是自物体里面向外,压力的方向是自物体外面向里)。如果力的方向与面平行,称为剪切力。张力或压力使物体产生伸长或缩短,剪切力使物体产生切变(见图 1.1)。

在图 1.1(a)、(b)中,设原来物体的长度为 L ,伸长或缩短后的长度为 $L \pm \Delta L$,我们称

$$\epsilon_L = \frac{\Delta L}{L} \quad (1.2)$$

为纵形变。在图 1.1(c) 中, 切变 ϵ_ϕ 用角度 ϕ 表示, 即

$$\epsilon_\phi = \phi \quad (1.3)$$

如对一个物体施以张力, 不仅沿力的方向上物体伸长 ΔL , 同时在与力相垂直的方向上缩短 ΔW 。同样, 对一个物体施以压力, 不仅沿力的方向上产生缩短, 同时在与力相垂直的方向上产生伸长。我们称与力相垂直的方向上所产生的形变与沿力方向上所产生的形变的比值为泊松比 σ , 即

$$\sigma = \frac{\epsilon_W}{\epsilon_L} = \frac{\Delta W/W}{\Delta L/L} \quad (1.4)$$

如果形变很小, 力的强度与形变成正比, 这就是虎克定律。因此, 纵向的力与纵形变, 以及剪切力与切形变间的关系可写成

$$P_L = E\epsilon_L \quad (1.5)$$

$$P_\phi = \mu\epsilon_\phi \quad (1.6)$$

E 称为杨氏模量, μ 称为切变模量 (亦称刚性系数)。 E, μ 的值愈大, 表示物体愈接近刚体的性质。

上面讨论的是一个物体的情况, 现在讨论连续介质内部一个元体的情况。图 1.2 表

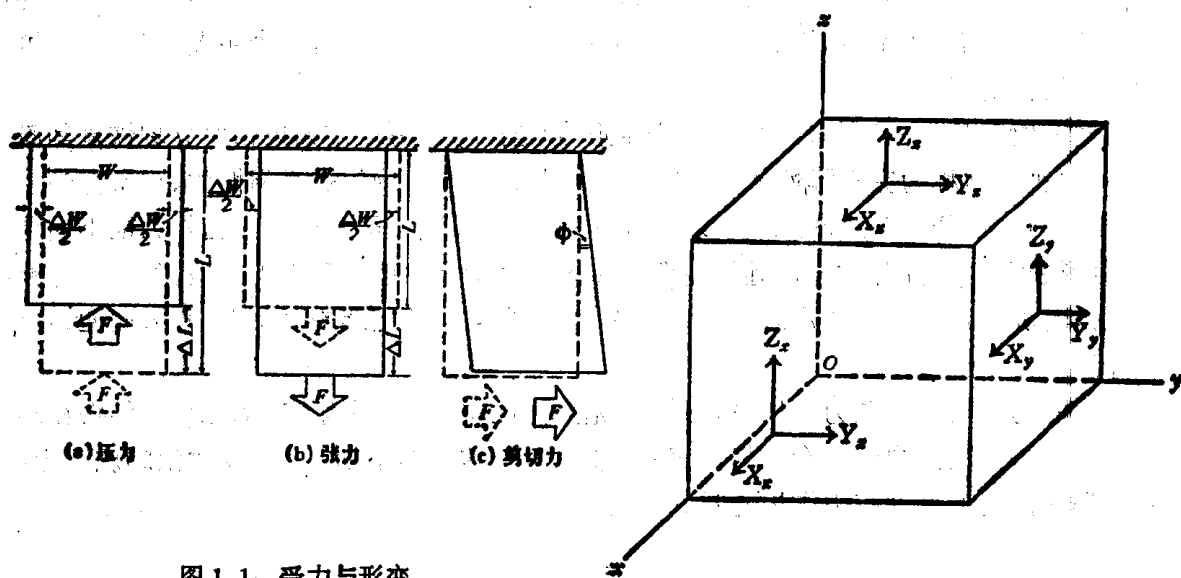


图 1.1 受力与形变

虚线: 形变前的形状 实线: 形变后的形状

图 1.2 应力符号

示应力的符号, 大写字母表示应力的方向, 足码表示应力所作用的面。例如, Y_x 为在与 x 轴垂直的面上沿 y 轴方向作用的力, 其他类推。图中共有 9 个应力, 可以证明, 在平衡状态下

$$X_y = Y_x, \quad Y_z = Z_y, \quad Z_x = X_z$$

因此, 只有 6 个应力是独立的。要证明 $Y_z = Z_y$, 可以引用对于 x 轴的力矩 $\sum M_x = 0$ 的条件 (见图 1.3)。如果略去第四级以上的微量, 只保留第三级的微量, 而且与 x 轴平行的力矩为零, 与 x 轴相交的力矩亦为零, 于是可得:

$$Y_z dx dy dz - Z_y dx dy dz = 0$$

亦即

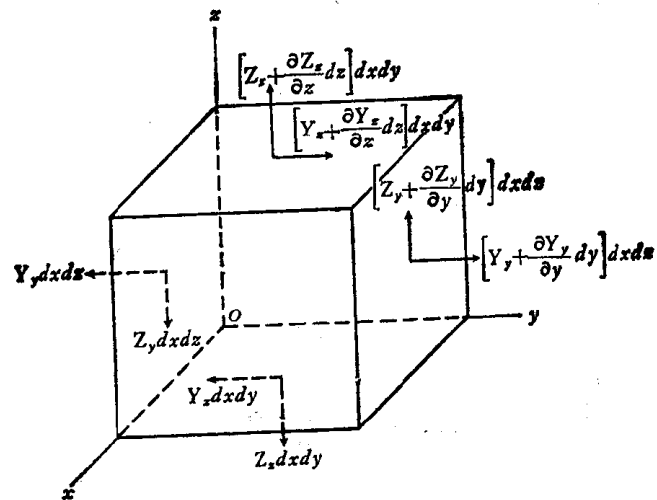


图 1.3 力矩平衡

同理

$$\begin{aligned} Y_z &= Z_y, \\ Z_x &= X_z, \\ X_y &= Y_x \end{aligned} \quad (1.7)$$

方程式(1.6)表示剪切力和切变间的简单关系。在考虑介质中一个小元体时,我们已经证明,有应力 X_y ,亦必有相等的应力 Y_x ,它们使元体产生如图 1.4(a)所示的形变,两边扭角都等于 $\alpha/2$ 。这里 α 表示切变,即形变前后改变的角度。

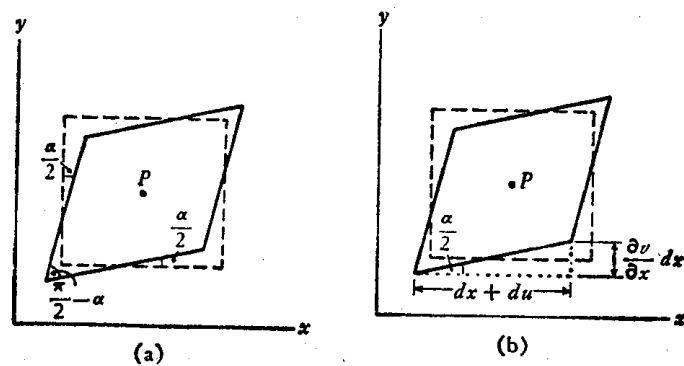


图 1.4 切变

自图 1.4(b) 可知,如果元体很小,而且形变量亦很小,则

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\alpha}{2} = \frac{\partial u}{\partial y}$$

所以

$$\alpha = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

于是

$$X_y = Y_x = \mu \alpha = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

同理

$$\left. \begin{aligned} Y_z &= Z_y = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ Z_x &= X_z = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

$\partial u, \partial v, \partial w$ 分别表示元体在 x, y, z 轴上分量的增量; μ 是切变模量。

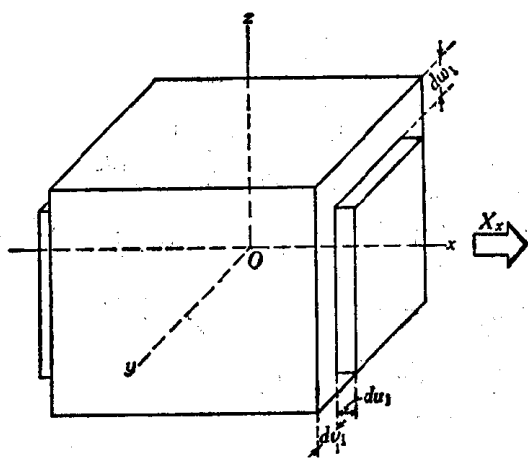


图 1.5 纵应力与纵形变

我们来讨论纵应力和纵形变的关系。图 1.5 表示 X_x 对元体所产生的影响。设应力 X_x 为张应力, 它不仅使 dx 产生伸长 du_1 , 而且使 dy, dz 分别产生缩短 dv_1, dw_1 。按照(1.2)、(1.4)、(1.5)式定义

$$E \frac{du_1}{dx} = X_x, \quad E \frac{dv_1}{dy} = -\sigma X_x, \quad E \frac{dw_1}{dz} = -\sigma X_x \quad (1.9)$$

同理, Y_y, Z_z 所产生的形变分别为

$$E \frac{du_2}{dx} = -\sigma Y_y, \quad E \frac{dv_2}{dy} = Y_y, \quad E \frac{dw_2}{dz} = -\sigma Y_y \quad (1.10)$$

$$E \frac{du_3}{dx} = -\sigma Z_z, \quad E \frac{dv_3}{dy} = -\sigma Z_z, \quad E \frac{dw_3}{dz} = Z_z \quad (1.11)$$

X_x, Y_y, Z_z 所产生的总形变为

$$\left. \begin{aligned} du &= du_1 + du_2 + du_3 \\ dv &= dv_1 + dv_2 + dv_3 \\ dw &= dw_1 + dw_2 + dw_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

将(1.9)、(1.10)和(1.11)的关系式相加, 并应用(1.12)式, 使得

$$\left. \begin{aligned} E \frac{du}{dx} &= X_x - \sigma Y_y - \sigma Z_z \\ E \frac{dv}{dy} &= -\sigma X_x + Y_y - \sigma Z_z \\ E \frac{dw}{dz} &= -\sigma X_x - \sigma Y_y + Z_z \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

方程(1.13)表示纵形变和纵应力的关系, 这里形变用应力表示出来。但是物体中的应力分布更难知道, 所以更常用形变来表示应力。从(1.13)可得

$$E \left(\frac{du}{dx} + \sigma \frac{dv}{dy} \right) = (1 - \sigma^2) X_x - \sigma(1 + \sigma) Z_z \quad (1.14)$$

$$E \left(\sigma \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right) = -\sigma(1 + \sigma) X_x + (1 - \sigma^2) Z_z \quad (1.15)$$

将(1.14)和(1.15)分别乘以 $(1 - \sigma)$ 及 σ , 再相加起来, 使得