铁 路 曲 线

郑承来　吴康尧　编

中 国 铁 道 出 版 社

1989年·北京

前　言

本书系根据中华人民共和国铁路线路设计规范和编者收集到的国内外资料及多年现场经验编写而成。对于目前铁路和高速铁路的曲线理论、现场测设和发展方向等均作了叙述。特别对于各种缓和曲线型式、圆距法设置曲线、连续缓和曲线、既有曲线整正、曲线整正计算器和曲线与速度的关系等新的理论和方法作了较详细的介绍。本书对于铁路勘测、设计、养护、施工人员以及专业院校师生，均可备作学习、参考和探讨之用。

公路、渠道、管道的曲线，其理论和实际与铁路曲线基本相同，所以本书也通用于上述各方面。

编　者

一九八五·十二

内 容 简 介

本书根据中华人民共和国铁路线路设计规范和其他资料，对现有铁路和高速铁路曲线的理论、设计、施工和养护等方面作了详细的叙述和介绍。本书可供铁路勘测设计施工和养护人员以及大中专师生学习、参考和探讨之用。

铁 路 曲 线

郑承来　吴庚尧　编

中国铁道出版社出版、发行

责任编辑　于宗远　封面设计　陈文鉴

北京顺义燕华营印刷厂印

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：13 字数：320 千

1987 年 4 月第 1 版　　1989 年 3 月第 2 次印刷

印数：2501—5500 册　定价：4.00 元

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　铁路曲线的基础知识

1. 铁路曲线的种类

铁路曲线分为水平方向的称平面曲线和纵断方向的称竖曲线，目的都是为了促使其转换圆顺，而利于列车通过。各种曲线类型及其相互之间的关系如下：

- 曲线
  - 平面曲线
    - 圆曲线
    - 缓和曲线
      - 连续顺坡曲线（全缓和曲线）
    - （圆曲线、缓和曲线）— 单曲线、复曲线、反向曲线
  - 竖曲线

平面曲线并包括道岔上的曲线。

2. 曲线各部分的名称和符号

曲线各部分的名称和符号除特别标明者外，一般如下所述。

（1）圆曲线（图1.1）

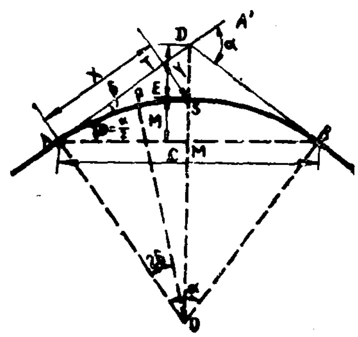

图 1.1

A圆曲线始点——直圆点（*Beginning of curve BC*）	符号 ZY
B圆曲线终点——圆直点（*End of curve EC*）	符号 YZ
D交　　点（*Intersection point IP*）	符号 JD
$\angle A'DB$＝交角（*Intersection angle*）	符号 α
$\angle AOB$＝中心角＝交角（*Central angle*）	符号 α
$OA=OB$曲线半径（*Radius of curve*）	符号 R
$DA=DB$切线长（*Tangent length*）	符号 T
$\overset{\frown}{ASB}$曲线长（*curve length*）	符号 CL
AB长弦（*Long chord*）	符号 C
DS外割、外距（*External distance*）	符号 E

SM中距、中矢（*Middle ordinate*） 符号 M

X切线横距（*CO-ordinate*） 符号 X

Y　切线纵距（*Ordinate*） 符号 Y

$\angle DAP$偏角（*Deflection angle*） 符号 δ

$\angle DAB$总偏角（*Total deflection angle*） 符号 δc

（2）圆曲线带缓和曲线（图1.2）

A'　缓和曲线始点——直缓点（*Beginning of transition curve BTC*） 符号ZH

A''　圆曲线始点——缓圆点（*Beginning of circular curve BCC*） 符号HY

B''　圆曲线终点——圆缓点（*End of circular curve ECC*） 符号YH

B'　缓和曲线终点——缓直点（*End of tr ansition curve ETC*） 符号HZ

$A'A''$　缓和曲线长（*Transition curve length*） 符号 L

F　移　　距（*Shift*） 符号 p

（3）复曲线（*Compound curve*）

P——复曲线点（*Point of compound curve*）

（4）反向曲线（图1.4）

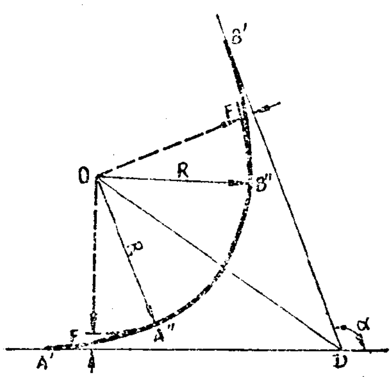

图　1.2

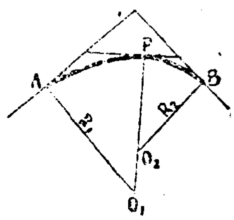

图　1.3

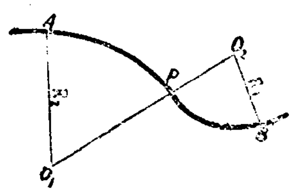

图　1.4

P——反向曲线点（*Point of reverse curve*）

（5）直接以缓和曲线在复曲线的中间连接的缓和曲线，及在反向曲线中间连接的缓和曲线（图1.5、图1.6）。

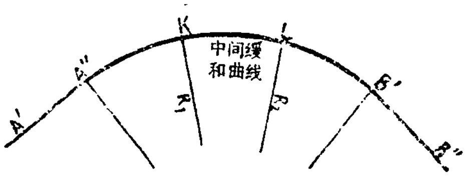

图　1.5

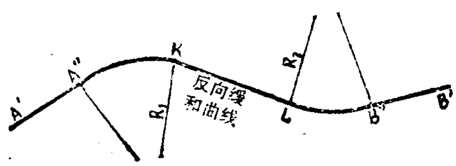

图　1.6

A'　缓和曲线始点

A''　圆曲线始点

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

K　中间缓和曲线始点、反向缓和曲线始点（*Beginning of intermediate transition curve, Beginning of reverse transition curve*）

L　中间缓和曲线终点、反向缓和曲线终点（*End of intermediate transition curve, End of reverse transition curve*）

B''　圆曲线终点

B'　缓和曲线终点

3. 曲线的表示方法及曲度

表示全部曲线形式的要素如下：即曲线偏角（交角）、半径（或曲度）、超高、欠超高、过超高、缓和曲线长和顺坡形状等，其他有关数值可据以算出。

其中，最主要是曲度。曲度表示曲线的缓急或旋转情况的强度，一般以半径表示。使用半径较为简单便利，为多数国家所采用。

表示曲度还有其他各种方法，如美国使用曲线度（*Degree of curve*），我国早期铁路也曾使用过。

以及当一定弦长时以正矢表示等方法。

美国铁路按照曲线度表示的方法，如图1.7所示。其与半径的关系公式如下：

$$\left.\begin{aligned} \overline{AB} &= 2R\sin\frac{D}{2} = 100(\mathrm{ft}) \\ R &= 50\csc\frac{D}{2}(\mathrm{ft}) = 15.24\csc\frac{D}{2}(\mathrm{m}) \\ \text{近似为}\quad R &= \frac{1746.38}{D}(\mathrm{m}) \end{aligned}\right\} \tag{1.1}$$

$$\left.\begin{aligned} D &= 2\sin^{-1}\frac{50}{R}(^\circ)(R\text{以 ft 计}) \\ &= 2\sin^{-1}\frac{15.24}{R}(^\circ)(R\text{以 m 计}) \\ \text{近似为}\quad D &= \frac{1746.38}{R}(^\circ)(R\text{以 m 计}) \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

曲线度与半径的对照，举例如表1—1：

另外美国公路与铁路略有不同，如图1.8所示，公路以弧长100ft所含中心角表示。

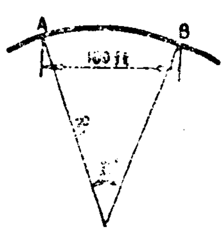

图 1.7

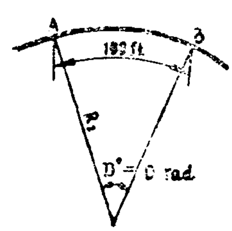

图 1.8

$$\overset{\frown}{AB} = R\theta = 100\ (\mathrm{ft}) \qquad \theta = \frac{\pi}{180}D$$

曲 线 度 与 半 径 对 照 表　　表1—1

曲线度（D）	半 径（R）	曲线度（D）	半 径（R）	曲线度（D）	半 径（R）
0°30′	3492.8m	2°30′	698.6	5°50′	300
0°35′	3000	2°55′	600	6°00′	291.2
0°52′	2000	3°00′	588.2	7°00′	249.7
1°00′	1746.4	3°30′	500	8°00′	218.5
1°10′	1500	4°00′	436.7	8°44′	200
1°30′	1164.3	4°22′	400	9°00′	194.2
1°44′	1000	4°30′	382.2	10°00′	174.9
2°00′	873.2	5°00′	349.4	11°00′	159.0
2°11′	800	5°30′	317.6	12°00′	145.8

$$R=\frac{5729.578}{D}(\mathrm{ft})=\frac{1746.375}{D}(\mathrm{m}) \tag{1.3}$$

$$\left.\begin{aligned} D&=\frac{5729.578}{R}(^\circ) \qquad (R\text{以ft计}) \\ &=\frac{1746.375}{R}(^\circ) \qquad (R\text{以m计}) \end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

弦长100ft和弧长100ft两者之差在平缓的曲线（1°以下的）可省略不计，而在紧急的曲线中，则相差较大。

4. 曲　　率

曲度表示旋转情况的强度，这是一般的名称，习惯上用曲率作为同义语。曲率的解释如下：

如图 1.9 所示，曲线上的一点P沿着曲线行进一段很小的距离ΔS时，其方向变化比例为$\frac{\Delta\alpha}{\Delta S}$的极限值，即$\Delta S$为无限小时的值，$\frac{\Delta S}{dS}$称之为$P$的曲率，一般用$K$作为代号。

直线的曲率为0，圆曲线的曲率在任何一点固定为$\frac{1}{R}$，即半径的倒数。缓和曲线始点的曲率为0，曲率逐渐增加，当旋转情况骤然转换时，即为缓和曲线的终点，其曲率为$\frac{1}{R}$，与圆曲线相接。

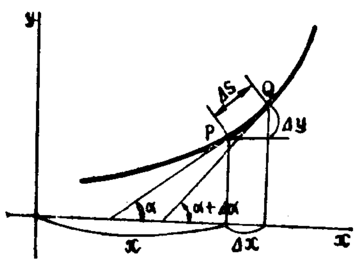

图 1.9

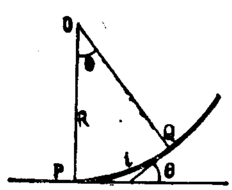

图 1.10

现以圆曲线为例计算曲率，如图1.10，固定的曲率为$\frac{\Delta\theta}{\Delta l}=\frac{\theta}{l}$，从$P$至$Q$的距离为$l$，其

所含的角为θ，以故：

$$\text{曲率}\quad K=\frac{\theta}{l}$$

$$\text{因}\quad l=R\theta$$

$$\therefore\text{曲率}\quad K=\frac{1}{R} \tag{1.5}$$

一般求曲线的曲率，采用下列公式：

如图1.9所示

$$\Delta S\approx\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$$

$$\therefore\quad \frac{\Delta S}{\Delta x}=\sqrt{1+\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2}$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta x}=\sqrt{1+\lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2}$$

即
$$\frac{ds}{dx}=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}=\sqrt{1+y'^2}\qquad\left(y'=\frac{dy}{dx}\right)$$

又
$$y'=\tan\alpha,\qquad \alpha=\tan^{-1}y'$$

$$\frac{d\alpha}{dx}=\frac{d}{dx}\tan^{-1}y'=\frac{y''}{1+y'^2}\qquad\left(y''=\frac{d^2y}{dx^2}\right)$$

曲率
$$K=\frac{d\alpha}{dx}=\frac{d\alpha}{dx}\cdot\frac{dx}{dS}=\frac{y''}{(1+y'^2)}\cdot\frac{1}{(1+y'^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}\quad\text{或}\quad\frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \tag{1.6}$$

在缓和曲线时，对x轴极扁平，即y'非常小，因此认为$y'^2\approx0$（近似）

以故$K\approx y''$或$K\approx\dfrac{d^2y}{dx^2}$ (1.7)

例1　求直线的曲率

直线的一般公式：

$$y=ax+b\qquad y'=a,\qquad y''=0,\qquad \therefore\quad K=0$$

即直线方向的曲率为0。

例2　求圆曲线的曲率

圆曲线的一般公式：

$$x^2+y^2=R^2$$

进行微分
$$2x+2yy'=0,\qquad \text{即}\,y'=-\frac{x}{y}$$

$$y''=\frac{-y-xy'}{y^2}=-\frac{y-x\left(-\dfrac{x}{y}\right)}{y^2}=-\frac{R^2}{y^3}$$

$$\therefore\quad K=\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{-\dfrac{R^2}{y^3}}{\left(1+\dfrac{x^2}{y^2}\right)^{\frac{3}{2}}}=-\frac{1}{R}$$

所以圆曲线的曲率为半径R的倒数（带有负号的一般采取绝对值）

另外，当圆曲线的x为很小时，可以 $y\approx\frac{x^2}{2R}$表示之，

即 $y'=\frac{x}{R}$, $\quad y''=\frac{1}{R}$, $\quad K\approx y''=\frac{1}{R}$

再者，曲线的极方程式，表示为$r=f(\theta)$时，曲率可用下列公式求得：

如图1.11所示：

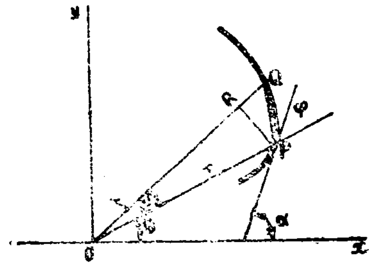

图 1.11

$$\alpha=\theta+\varphi,\qquad \frac{d\alpha}{d\theta}=1+\frac{d\varphi}{d\theta}$$

$$PR=r\sin\Delta\theta$$

$$RQ=OQ-OR=(r+\Delta r)-r\cos\Delta\theta=r(1-\cos\Delta\theta)+\Delta r$$

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\tan\angle OQP=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{PR}{R\theta}=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{r\sin\Delta\theta}{r(1-\cos\Delta\theta)+\Delta r}$$

$$=\lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{r\dfrac{\sin\Delta\theta}{\Delta\theta}}{r\dfrac{1-\cos\Delta\theta}{\Delta\theta}+\dfrac{\Delta r}{\Delta\theta}}=\frac{r}{r'}$$

$$\lim_{\Delta\theta\to 0}\angle OQP=\varphi,\qquad \lim_{\Delta\theta\to 0}\tan\angle OQP=\tan\varphi$$

$$\tan\varphi=\frac{r}{r'}\ ,\qquad \varphi=\tan^{-1}\frac{r}{r'}$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta}=\frac{1}{1+\left(\dfrac{r}{r'}\right)^2}\cdot\frac{r'^2-rr''}{r'^2}=\frac{r'^2-rr''}{r^2+r'^2}$$

$$\therefore\quad \frac{d\alpha}{d\theta}=1+\frac{r'^2-rr''}{r^2+r'^2}=\frac{r^2+2r'^2r-rr''}{r^2+r'^2}\qquad (a)$$

当$P(r,\ \theta)$的直角坐标为（x，y）时

$$x=r\cos\theta\ ,\qquad y=r\sin\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta}=\frac{dr}{d\theta}\cos\theta-r\sin\theta\ ,\qquad \frac{dy}{d\theta}=\frac{dr}{d\theta}\sin\theta+r\cos\theta$$

$$\therefore\quad \left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2=\left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2=\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2+r^2=r'^2+r^2$$

$$\therefore\quad \frac{ds}{d\theta}=r^2+r'^2\qquad (b)$$

$$K=\frac{d\alpha}{ds}=\frac{d\alpha}{d\theta}\div\frac{ds}{d\theta}$$

以（a）、（b）两式代入

$$K=\frac{r^2+2r'^2-rr''}{(r^2+r'^2)^{\frac{3}{2}}}\qquad (1.8)$$

圆曲线的情况时 $\qquad r=R\qquad$ （即与θ无关系）

$$r'=0\quad ,\qquad r''=0$$

∴ $$K=\frac{R^2+0-0}{(R^2+0)^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{R}$$

因半径的倒数为曲率，所以曲率的倒数即为半径。这种关系对任何曲线都适用，一般的曲线在转换时，其半径时刻在变化着，可将某一点的半径称作曲率半径。又从这些关系来看，曲率的单位成为长度的倒数，以$\left(\frac{1}{m}\right)$表示之。

以超高和正矢及其他缓和曲线方程式表示者，经常以分数的分母作为半径。曲线在理论上处理时，表示的量不是半径，而是与其倒数所形成的比例。特别是关于两个曲线的半径之和数或差数，几乎是无意义的，但$\frac{1}{R_2}\pm\frac{1}{R_1}$则是重要的数值。这表示曲线的缓急，是由于曲率的关系，是合理的。在概念上，紧急曲线是半径小、曲率大。

5. 正　　矢

曲线的一部分$\overset{\frown}{AB}$称为弧，AB 连结成直线$\overline{AB}$称为弦。从弧至弦向下成垂直之线称为矢也称纵距。在矢之中，中央的一条，特别称为正矢（图1.12）。

图1.13中：

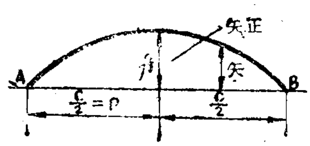

图 1.12

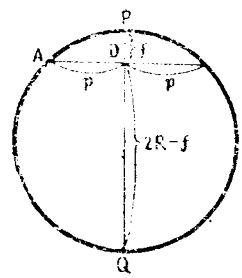

图 1.13

$$f=R-\sqrt{R^2-P^2} \tag{1.9}$$

$$=R-R\left[1-\left(\frac{P}{R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$=R\left[1-\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{P}{R}\right)^2-\frac{1}{8}\left(\frac{P}{R}\right)^4\cdots\right\}\cdots\right] \tag{1.10}$$

由于$\frac{P}{R}$值小，$\left(\frac{P}{R}\right)^4$ 以下可以省略不计。则：

$$f\approx\frac{P^2}{2R} \quad 或 \quad \frac{C^2}{8R}$$

即 $$\frac{1}{R}=\frac{2f}{P^2} \tag{1.11}$$

但是，弧长与弦长必竟是有差别的，而缓和曲线的曲率在其变化的情况下也将产生误差（这在下节再详细叙述）。不过公式（1.11）在铁路曲线中是足够应用的；当然必要时还可进行误差修正。

我国一般弦长都采用20 m，即：

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{C^2}{8R} = \frac{20^2}{8R} = \frac{50}{R} \quad (\text{以m 计}) \\ \text{或} \quad &= \frac{50000}{R} \quad (\text{以mm计}) \end{aligned}\right\} \tag{1.12}$$

如预先没有规定时，一般所说的正矢，是指其弦长为20m 时的正矢。

6. 弧长与弦长之差（图1.14）

$$C = 2R\sin\frac{\alpha}{2} = 2R\left\{\frac{\alpha}{2} - \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^5}{5!}\cdots\cdots\right\}$$

当 α值小时，

$$\frac{\alpha}{2} \approx \sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{L}{2R} \quad (\text{以rad计})$$

$$\therefore \quad C = 2R\left\{\frac{L}{2R} - \frac{1}{6}\left(\frac{L}{2R}\right)^3 + \frac{1}{120}\left(\frac{L}{2R}\right)^5 \cdots\right\} \tag{1.13}$$

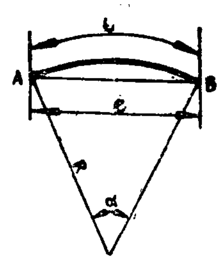

图 1.14

近似值可得

$$\frac{L^3}{24R^2} \approx \frac{C^3}{24R^2}$$

$$L = C + \frac{C^3}{24R^2} = C\left\{1 + \frac{1}{24}\left(\frac{C}{R}\right)^2\right\} \tag{1.14}$$

当

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{10}\text{时误差为}\frac{1}{2400} \times C$$

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{20}\text{时误差为}\frac{1}{9600} \times C$$

如果超过以上范围时，因其误差较大，必须进行修正。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com