



数据加载失败，请稍后重试！

铁 路 曲 线

郑承来 吴康尧 编

中 国 铁 道 出 版 社

1989年·北京

前 言

本书系根据中华人民共和国铁路线路设计规范和编者收集到的国内外资料及多年现场经验编写而成。对于目前铁路和高速铁路的曲线理论、现场测设和发展方向等均作了叙述。特别对于各种缓和曲线型式、圆距法设置曲线、连续缓和曲线、既有曲线整正、曲线整正计算器和曲线与速度的关系等新的理论和方法作了较详细的介绍。本书对于铁路勘测、设计、养护、施工人员以及专业院校师生，均可备作学习、参考和探讨之用。

公路、渠道、管道的曲线，其理论和实际与铁路曲线基本相同，所以本书也通用于上述各方面。

编 者

一九八五·十二

内 容 简 介

本书根据中华人民共和国铁路线路设计规范和有关资料,对现有铁路和高速铁路曲线的理论、设计、施工和养护等方面作了详细的叙述和介绍。本书可供铁路勘测设计施工和养护人员以及大中专师生学习、参考和探讨之用。

铁 路 曲 线

郑承来 吴庚尧 编

中国铁道出版社出版、发行

责任编辑 于宗远 封面设计 陈文鉴

北京顺义燕华营印刷厂印

开本: 787×1092 毫米 $1/16$ 印张: 13 字数: 320 千

1987年4月第1版 1989年3月第2次印刷

印数: 2501—5500 册 定价: 4.00 元

目 录

第一章 铁路曲线的基础知识	1
1. 铁路曲线的种类	1
2. 曲线各部分的名称和符号	1
3. 曲线的表示方法及曲度	3
4. 曲 率	4
5. 正 矢	7
6. 弧长与弦长之差	8
第二章 超 高	9
1. 超高的必要性	9
2. 超高的定义	9
3. 设置超高的方法	9
4. 离 心 力	9
5. 超高公式	10
6. 超高的限度	11
7. 欠 超 高	11
8. 欠超高的限度	12
9. 过超高及其限度	12
10. 均方根速度计算公式和速度系数	12
11. 为内外轨磨耗均匀的超高计算公式	12
12. 为满足乘客舒适的超高计算公式	13
13. 曲线半径与速度、超高的关系公式	13
第三章 加 宽	15
1. 加宽计算	15
2. 加宽的设置方法	15
第四章 圆 曲 线	16
1. 单曲线各要素之间的关系和公式	16
2. 单曲线的设置	16
(1) 偏 角 法	16
(2) 偏 距 法	18
(3) 切线支距法	18
(4) 长弦支距法	19
(5) 中 矢 法	20
(6) 长弦纵距法	20
3. 曲线的选用	20

第五章 缓和曲线长度	22
1. 缓和曲线的作用.....	22
2. 计算缓和曲线长度的各种公式.....	23
3. 我国现行缓和曲线长度计算方法.....	23
4. 改建既有线和增建第二线的缓和曲线长度.....	25
第六章 缓和曲线的类型	27
1. 缓和曲线分类.....	27
2. 直线型超高顺坡缓和曲线.....	28
3. 放射螺形线缓和曲线.....	28
4. 偏角法设置螺形线缓和曲线.....	31
5. 用《缓和曲线偏角乘率表》计算偏角.....	32
6. 切线支距法设置螺形线缓和曲线.....	34
7. 长弦支距法设置螺形线缓和曲线.....	35
8. 三次方线缓和曲线的误差和修正.....	35
9. 双纽线缓和曲线.....	39
(1) 双纽线缓和曲线的方程式.....	39
(2) 双纽线的曲率变动规律.....	40
(3) 双纽线的倾斜角.....	40
(4) 双纽线的弧长.....	40
(5) 双纽线的设置.....	43
10. 曲线型超高顺坡缓和曲线.....	45
11. 四次两段组合式缓和曲线 (S 型摆动缓和曲线).....	45
12. 4-3-4 次三段组合式缓和曲线.....	47
13. 半波正弦型缓和曲线.....	49
(1) 半波正弦型缓和曲线的计算公式.....	49
(2) 半波正弦型缓和曲线的长度.....	52
14. 其他形式的曲线型超高顺坡缓和曲线.....	53
第七章 夹直线最小长度、圆曲线最小长度	54
1. 夹直线最小长度.....	54
2. 圆曲线最小长度.....	55
第八章 复曲线	56
1. 复曲线各要素之间的关系和公式.....	56
2. 既有线改建中几个复曲线例子.....	57
(1) 终点不变, 原交点不变, 已知两曲线半径和第一切线长, 求第二切线长 及两曲线的交角.....	57
(2) 起点不变, 原交点不变, 已知较大曲线的半径和切线, 求较大曲线的交 角和较小曲线的切线.....	57
(3) 单曲线改为复曲线.....	58
(4) 在单曲线终点外插入第二曲线以与另一切线相接.....	58
(5) 在单曲线的任何一点, 插入第二曲线以与另一切线相接.....	59

(6) 原复曲线终点移动一个垂直距离以与另一平行切线相接	59
3. 三部组成的复曲线(经纬距坐标算法)	60
第九章 角图法整正既有曲线	63
1. 角图原理	63
(1) 圆曲线	64
(2) 复曲线	65
(3) 缓和曲线	65
(4) 既有曲线	66
2. 结合角图	66
(1) 计算既有曲线到内切圆的拨距	67
(2) 计算内切圆因加设缓和曲线而内移到整正后既有曲线的内移距	67
3. 既有曲线角图面积的计算及角图的绘制	68
(1) 矢距法	68
(2) 实测偏角法	71
(3) 既有曲线角图的绘制	73
4. 整正既有曲线时半径选择条件及拨距计算	79
(1) 整正既有曲线半径选择的条件	79
(2) 拨距计算方法	81
(3) 内切圆拨距的计算	81
(4) 设计内切圆曲线角图面积的简化计算	82
(5) 缓和曲线长度的选定及内移距的计算	88
5. 整正既有单曲线的半径选择及拨距计算方法和步骤	91
(1) 等长缓和曲线的单曲线	91
(2) 分析法选择等长缓和曲线单曲线的曲线半径	92
(3) 不等长缓和曲线的单曲线	93
6. 整正既有复曲线的半径选择及拨距计算方法与步骤	94
第十章 改建既有线和增建第二线的平面计算	101
1. 确定设计线平面位置	101
(1) 设计线的里程	101
(2) 内业断链	101
2. 线间距的计算	102
3. 角图法计算法线距	102
(1) 结合角图的绘制	102
(2) 法线距的计算	104
(3) 法线距的简化计算	106
4. 增建第二线的平面计算	110
(1) 曲线线间距加宽的计算	110
(2) 曲线上线间距改变的计算	112
5. 改建既有线的平面计算	114
(1) 一般情况下的增减曲线半径及增设缓和曲线	114

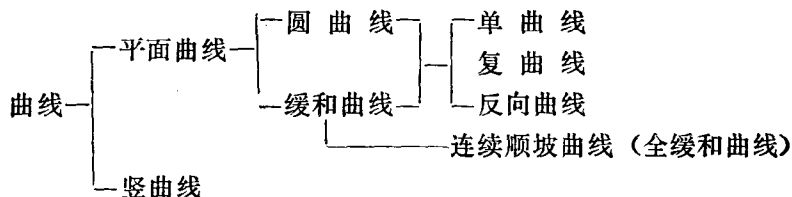
(2) 加长或增设缓和曲线	114
(3) 侧移既有线	115
(4) 同向曲线间夹直线加长	115
(5) 反向曲线间夹直线过短的改建	120
(6) 用坐标算法解决复杂的线路平面改建	121
6. 三角分析法计算法线距	122
第十一章 复曲线间的缓和曲线	129
1. 求缓和曲线长度的方法	129
2. 直线顺坡	129
3. 半波型正弦顺坡	131
第十二章 反向曲线间的缓和曲线	135
1. 直线顺坡	135
2. 正弦顺坡	139
第十三章 连续顺坡曲线(全缓和曲线)	143
1. 减衰区间长度和防止发生摇动	143
2. 连续顺坡曲线	143
3. 单曲线的连续顺坡	143
4. 反向曲线的连续顺坡曲线	150
(1) 一般情况——两直线不平行时($\alpha \neq 0$)	151
(2) 两直线平行时($\alpha = 0$)	153
第十四章 圆距法插入缓和曲线	155
1. 基准线和任意曲线的间隔	155
2. 曲率、角度变化和间隔量的关系	156
3. 用积分法计算间隔量	158
4. 圆距法的误差	159
第十五章 绳正法整正曲线原理	161
1. 圆距法的应用	161
2. 解析的方法	162
3. 正矢图	165
4. 曲线长度及确定始终点	167
5. 修正计算	168
(1) 计划正矢不适当时	169
(2) 特定点不移动时	169
6. 曲线整正法则	170
7. 整正原理的说明——另一种方法	170
(1) 试算法	170
(2) 普通算法	170
(3) 弯曲法	171
第十六章 曲线整正计算器	175
1. KS式计算器的原理和构造	175

(1) 刻度盘	175
(2) 指示标	175
(3) 测点指示带	176
(4) 键箱 (操作器)	176
(5) 侧板	176
(6) 盖板	176
2. 计算器的误差	176
3. 一般操作要点	176
4. 正矢基本调整	177
5. 单曲线的整正及曲线顺坡的插入	180
6. 在复曲线间插入缓和曲线的方法	182
7. 在反向曲线之间插入连续缓和曲线的方法	183
8. 全部歪斜曲线的整正	184
9. 缓和曲线的插入及其延伸	185
第十七章 曲线计划试算法	188
1. 按曲率图切线角和移程计算	188
2. 根据曲线整正计算器进行的方法	190
3. 利用微小变化的影响	190
第十八章 曲线的限制速度	192
1. 考虑列车速度的方法	192
2. 最高速度的限制	192
3. 防止脱轨的安全速度	193
4. 对轨道强度方面的允许速度	194
(1) 轨道负担力	194
(2) 抗损压强度	194
(3) 轨道的破坏	194
5. 对乘坐舒适方面的允许速度	195
(1) 根据振动加速度乘坐舒适的标准	195
(2) 由于超高的过分不足	195
6. 不完整曲线的限制速度	196
第十九章 竖曲线	197
1. 圆曲线形竖曲线	197
2. 抛物线形竖曲线	198

第一章 铁路曲线的基础知识

1. 铁路曲线的种类

铁路曲线分为水平方向的称平面曲线和纵断方向的称竖曲线，目的都是为了促使其转换圆顺，而利于列车通过。各种曲线类型及其相互之间的关系如下：



平面曲线并包括道岔上的曲线。

2. 曲线各部分的名称和符号

曲线各部分的名称和符号除特别标明者外，一般如下所述。

(1) 圆曲线 (图1.1)

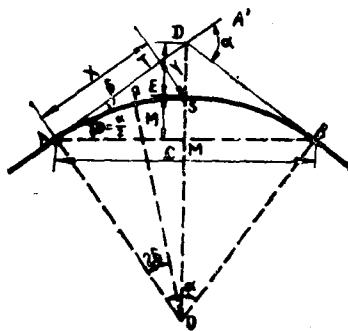


图 1.1

A 圆曲线始点——直圆点 (Beginning of curve BC)

符号 ZY

B 圆曲线终点——圆直点 (End of curve EC)

符号 YZ

D 交点 (Intersection point IP)

符号 JD

$\angle A'DB$ = 交角 (Intersection angle)

符号 α

$\angle AOB$ = 中心角 = 交角 (Central angle)

符号 α

$OA = OB$ 曲线半径 (Radius of curve)

符号 R

$DA = DB$ 切线长 (Tangent length)

符号 T

$\widehat{ASB}$ 曲线长 (curve length)

符号 CL

AB 长弦 (Long chord)

符号 C

DS 外割、外距 (External distance)

符号 E

SM 中距、中矢 (Middle ordinate)

X 切线横距 (CO-ordinate)

Y 切线纵距 (Ordinate)

$\angle DAP$ 偏角 (Deflection angle)

$\angle DAB$ 总偏角 (Total deflection angle)

符号 M

符号 X

符号 Y

符号 δ

符号 δc

(2) 圆曲线带缓和曲线 (图1.2)

A' 缓和曲线始点——直缓点 (Beginning of transition curve BTC) 符号 ZH

A'' 圆曲线始点——缓圆点 (Beginning of circular curve BCC) 符号 HY

B'' 圆曲线终点——圆缓点 (End of circular curve ECC) 符号 YH

B' 缓和曲线终点——缓直点 (End of transition curve ETC) 符号 HZ

$A'A''$ 缓和曲线长 (Transition curve length) 符号 L

F 移 距 (Shift) 符号 p

(3) 复曲线 (Compound curve)

P ——复曲线点 (Point of compound curve)

(4) 反向曲线 (图1.4)

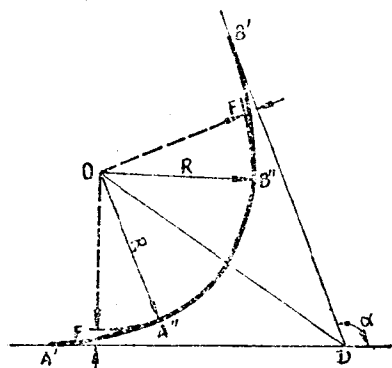


图 1.2

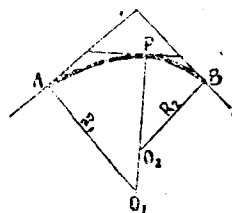


图 1.3

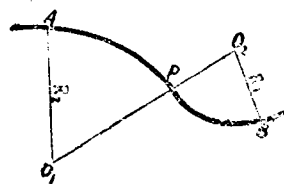


图 1.4

P ——反向曲线点 (Point of reverse curve)

(5) 直接以缓和曲线在复曲线的中间连接的缓和曲线，及在反向曲线中间连接的缓和曲线 (图1.5、图1.6)。

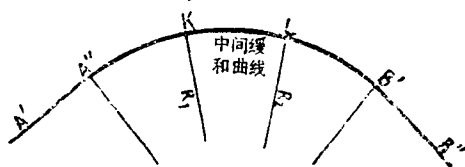


图 1.5

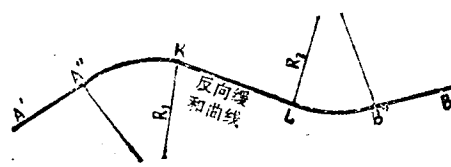


图 1.6

A' 缓和曲线始点

A'' 圆曲线始点

K 中间缓和曲线始点、反向缓和曲线始点 (*Beginning of intermediate transition curve, Beginning of reverse transition curve*)

L 中间缓和曲线终点、反向缓和曲线终点 (*End of intermediate transition curve, End of reverse transition curve*)

B'' 圆曲线终点

B' 缓和曲线终点

3. 曲线的表示方法及曲度

表示全部曲线形式的要素如下：即曲线偏角（交角）、半径（或曲度）、超高、欠超高、过超高、缓和曲线长和顺坡形状等，其他有关数值可据以算出。

其中，最主要是曲度。曲度表示曲线的缓急或旋转情况的强度，一般以半径表示。使用半径较为简单便利，为多数国家所采用。

表示曲度还有其他各种方法，如美国使用曲线度 (*Degree of curve*)，我国早期铁路也曾使用过。

以及当一定弦长时以正矢表示等方法。

美国铁路按照曲线度表示的方法，如图1.7所示。其与半径的关系公式如下：

$$\left. \begin{aligned} \overline{AB} &= 2R \sin \frac{D}{2} = 100(\text{ft}) \\ R &= 50 \csc \frac{D}{2} (\text{ft}) = 15.24 \csc \frac{D}{2} (\text{m}) \\ \text{近似为 } R &= \frac{1746.38}{D} (\text{m}) \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} D &= 2 \sin^{-1} \frac{50}{R} (^\circ) (R \text{ 以 ft 计}) \\ &= 2 \sin^{-1} \frac{15.24}{R} (^\circ) (R \text{ 以 m 计}) \\ \text{近似为 } D &= \frac{1746.38}{R} (^\circ) (R \text{ 以 m 计}) \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

曲线度与半径的对照，举例如表1-1；

另外美国公路与铁路略有不同，如图1.8所示，公路以弧长100ft所含中心角表示。

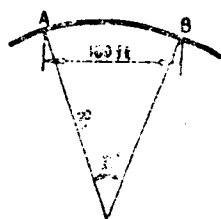


图 1.7

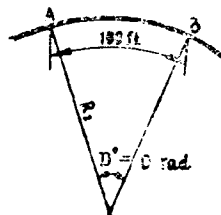


图 1.8

$$\widehat{AB} = R\theta = 100 (\text{ft})$$

$$\theta = \frac{\pi}{180} D$$

曲线度与半径对照表

表 1—1

曲线度 (D)	半 径 (R)	曲线度 (D)	半 径 (R)	曲线度 (D)	半 径 (R)
0°30'	3492.8m	2°30'	698.6	5°50'	300
0°35'	3000	2°55'	600	6°00'	291.2
0°52'	2000	3°00'	588.2	7°00'	249.7
1°00'	1746.4	3°30'	500	8°00'	218.5
1°10'	1500	4°00'	436.7	8°44'	200
1°30'	1164.3	4°22'	400	9°00'	194.2
1°44'	1000	4°30'	382.2	10°00'	174.9
2°00'	873.2	5°00'	349.4	11°00'	159.0
2°11'	800	5°30'	317.6	12°00'	145.8

$$R = \frac{5729.578}{D}(\text{ft}) = \frac{1746.375}{D}(\text{m}) \quad \left. \vphantom{\frac{5729.578}{D}} \right\} \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{5729.578}{R}(\circ) \quad (R \text{ 以 ft 计}) \\ &= \frac{1746.375}{R}(\circ) \quad (R \text{ 以 m 计}) \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

弦长100ft和弧长100ft两者之差在平缓的曲线 (1° 以下的) 可省略不计, 而在紧急的曲线中, 则相差较大。

4. 曲 率

曲度表示旋转情况的强度, 这是一般的名称, 习惯上用曲率作为同义语。曲率的解释如下:

如图 1.9 所示, 曲线上的一点 P 沿着曲线行进一段很小的距离 ΔS 时, 其方向变化比例 $\frac{\Delta \alpha}{\Delta S}$ 的极限值, 即 ΔS 为无限小时的值, $\frac{\Delta \alpha}{\Delta S}$ 称之为 P 的曲率, 一般用 K 作为代号。

直线的曲率为 0, 圆曲线的曲率在任何一点固定为 $\frac{1}{R}$, 即半径的倒数。缓和曲线始点的曲率为 0, 曲率逐渐增加, 当旋转情况骤然转换时, 即为缓和曲线的终点, 其曲率为 $\frac{1}{R}$, 与圆曲线相接。

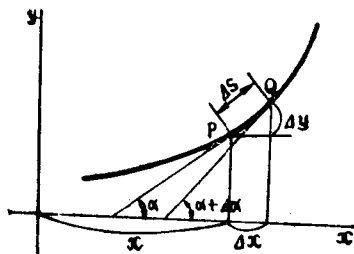


图 1.9

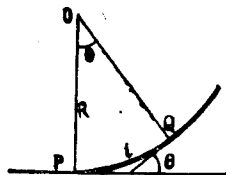


图 1.10

现以圆曲线为例计算曲率, 如图 1.10, 固定的曲率为 $\frac{\Delta \theta}{\Delta l} = \frac{\theta}{l}$, 从 P 至 Q 的距离为 l , 其

所含的角为 θ ，以故：

$$\text{曲率 } K = \frac{\theta}{l}$$

$$\text{因 } l = R\theta$$

$$\therefore \text{曲率 } K = \frac{1}{R} \quad (1.5)$$

一般求曲线的曲率，采用下列公式：

如图 1.9 所示

$$\begin{aligned} \Delta S &\approx \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \\ \therefore \frac{\Delta S}{\Delta x} &= \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} &= \sqrt{1 + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \\ \text{即 } \frac{ds}{dx} &= \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + y'^2} \quad \left(y' = \frac{dy}{dx}\right) \\ \text{又 } y' &= \tan \alpha, \quad \alpha = \tan^{-1} y' \\ \frac{d\alpha}{dx} &= \frac{d}{dx} \tan^{-1} y' = \frac{y''}{1 + y'^2} \quad \left(y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}\right) \\ \text{曲率 } K &= \frac{d\alpha}{dx} = \frac{d\alpha}{dx} \cdot \frac{dx}{dS} = \frac{y''}{(1 + y'^2)} \cdot \frac{1}{(1 + y'^2)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{或} \quad \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} \quad (1.6) \end{aligned}$$

在缓和曲线时，对 x 轴极扁平，即 y' 非常小，因此认为 $y'^2 \approx 0$ （近似）

$$\text{以故 } K \approx y'' \text{ 或 } K \approx \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (1.7)$$

例 1 求直线的曲率

直线的一般公式：

$$y = ax + b \quad y' = a, \quad y'' = 0, \quad \therefore K = 0$$

即直线方向的曲率为 0。

例 2 求圆曲线的曲率

圆曲线的一般公式：

$$x^2 + y^2 = R^2$$

进行微分

$$2x + 2yy' = 0, \quad \text{即 } y' = -\frac{x}{y}$$

$$y'' = \frac{-y - xy'}{y^2} = -\frac{y - x\left(-\frac{x}{y}\right)}{y^2} = -\frac{R^2}{y^3}$$

$$\therefore K = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-\frac{R^2}{y^3}}{\left(1 + \frac{x^2}{y^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{R}$$

所以圆曲线的曲率为半径 R 的倒数 (带有负号的一般采取绝对值)

另外, 当圆曲线的 x 为很小时, 可以 $y \approx \frac{x^2}{2R}$ 表示

之,

$$\text{即 } y' = \frac{x}{R}, \quad y'' = \frac{1}{R}, \quad K \approx y'' = \frac{1}{R}$$

再者, 曲线的极方程式, 表示为 $r = f(\theta)$ 时, 曲率可用下列公式求得:

如图 1.11 所示:

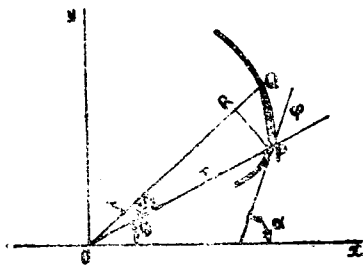


图 1.11

$$\alpha = \theta + \varphi, \quad \frac{d\alpha}{d\theta} = 1 + \frac{d\varphi}{d\theta}$$

$$PR = r \sin \Delta \theta$$

$$RQ = OQ - OR = (r + \Delta r) - r \cos \Delta \theta = r(1 - \cos \Delta \theta) + \Delta r$$

$$\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \tan \angle OQP = \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{PR}{RQ} = \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{r \sin \Delta \theta}{r(1 - \cos \Delta \theta) + \Delta r}$$

$$= \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{r \frac{\sin \Delta \theta}{\Delta \theta}}{r \frac{1 - \cos \Delta \theta}{\Delta \theta} + \frac{\Delta r}{\Delta \theta}} = \frac{r}{r'}$$

$$\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \angle OQP = \varphi, \quad \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \tan \angle OQP = \tan \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{r}{r'}, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{r}{r'}$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{r'}\right)^2} \cdot \frac{r'^2 - rr''}{r'^2} = \frac{r'^2 - rr''}{r^2 + r'^2}$$

$$\therefore \frac{d\alpha}{d\theta} = 1 + \frac{r'^2 - rr''}{r^2 + r'^2} = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{r^2 + r'^2} \quad (a)$$

当 $P(r, \theta)$ 的直角坐标为 (x, y) 时

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{dr}{d\theta} \cos \theta - r \sin \theta, \quad \frac{dy}{d\theta} = \frac{dr}{d\theta} \sin \theta + r \cos \theta$$

$$\therefore \left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 = \left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2 = \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2 = r'^2 + r^2$$

$$\therefore \frac{ds}{d\theta} = \sqrt{r^2 + r'^2} \quad (b)$$

$$K = \frac{d\alpha}{ds} = \frac{d\alpha}{d\theta} \div \frac{ds}{d\theta}$$

以 (a)、(b) 两式代入

$$K = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{(r^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.8)$$

圆曲线的情況時

$$r = R \quad (\text{即与 } \theta \text{ 无关系})$$

$$r' = 0, \quad r'' = 0$$

$$\therefore K = \frac{R^2 + 0 - 0}{(R^2 + 0)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R}$$

因半径的倒数为曲率，所以曲率的倒数即为半径。这种关系对任何曲线都适用，一般的曲线在转换时，其半径时刻在变化着，可将某一点的半径称作曲率半径。又从这些关系来看，曲率的单位成为长度的倒数，以 $\left(\frac{1}{m}\right)$ 表示之。

以超高和正矢及其他缓和曲线方程式表示者，经常以分数的分母作为半径。曲线在理论上处理时，表示的量不是半径，而是与其倒数所形成的比例。特别是关于两个曲线的半径之和数或差数，几乎是无意义的，但 $\frac{1}{R_2} \pm \frac{1}{R_1}$ 则是重要的数值。这表示曲线的缓急，是由于曲率的关系，是合理的。在概念上，紧急曲线是半径小、曲率大。

5. 正 矢

曲线的一部分 $\widehat{AB}$ 称为弧， AB 连结成直线 $\overline{AB}$ 称为弦。从弧至弦向下成垂直之线称为矢也称纵距。在矢之中，中央的一条，特别称为正矢（图1.12）。

图1.13中：

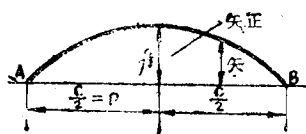


图 1.12

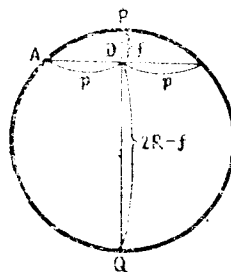


图 1.13

$$f = R - \sqrt{R^2 - p^2} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} &= R - R \left[1 - \left(\frac{p}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= R \left[1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{p}{R} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{p}{R} \right)^4 \dots \right\} \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

由于 $\frac{p}{R}$ 值小， $\left(\frac{p}{R} \right)^4$ 以下可以省略不计。则：

$$\left. \begin{aligned} f &\approx \frac{p^2}{2R} \quad \text{或} \quad \frac{C^2}{8R} \\ \text{即} \quad \frac{1}{R} &= \frac{2f}{p^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

但是，弧长与弦长必竟是有差别的，而缓和曲线的曲率在其变化的情况下也将产生误差（这在下节再详细叙述）。不过公式（1.11）在铁路曲线中是足够应用的；当然必要时还可进行误差修正。

我国一般弦长都采用20 m, 即:

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{C^2}{8R} = \frac{20^2}{8R} = \frac{50}{R} && \text{(以m计)} \\ \text{或} &&& \\ &= \frac{50000}{R} && \text{(以mm计)} \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

如预先没有规定时, 一般所说的正矢, 是指其弦长为20m 时的正矢。

6. 弧长与弦长之差 (图1.14)

$$C = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2R \left\{ \frac{\alpha}{2} - \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^5}{5!} - \dots \right\}$$

$$\text{当 } \alpha \text{ 值小时, } \quad \frac{\alpha}{2} \approx \sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{L}{2R} \quad (\text{以rad计})$$

$$\therefore C = 2R \left\{ \frac{L}{2R} - \frac{1}{6} \left(\frac{L}{2R} \right)^3 + \frac{1}{120} \left(\frac{L}{2R} \right)^5 - \dots \right\} \quad (1.13)$$

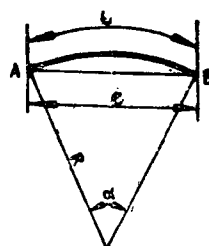


图 1.14

近似值可得

$$\begin{aligned} \frac{L^3}{24R^2} &\approx \frac{C^3}{24R^2} \\ L &= C + \frac{C^3}{24R^2} = C \left\{ 1 + \frac{1}{24} \left(\frac{C}{R} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

当

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{10} \text{ 时误差为 } \frac{1}{2400} \times C$$

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{20} \text{ 时误差为 } \frac{1}{9600} \times C$$

如果超过以上范围时, 因其误差较大, 必须进行修正。