

自动控制原理

(下 册)

南航、西工大、北航 合编

491637



国防工业出版社

491637

V249/0312

自动控制原理

(下 册)

南京航空学院
西北工业大学 合编
北京航空学院

HK24106



国防工业出版社



C0232271

内 容 简 介

本书比较全面地阐述了自动控制的基本理论,着重介绍经典控制理论,同时简要地介绍了现代控制理论。

全书分上、下两册。上册主要介绍线性定常控制系统的基本理论,其中第一章为控制系统的基本概念,第二章讨论控制系统的数学模型,第三章至第六章介绍分析和设计线性控制系统的时域分析法、频率响应法和根轨迹法。下册介绍非线性系统理论(第七章)、采样系统理论(第八章)、现代控制理论的数学基础(第九章)和现代控制理论(第十章)。书中选编了一定数量的例题和习题,以帮助读者理解和运用基本理论。

本书主要作为高等航空工业院校自动控制类有关专业的教科书,也可供其他工业院校自动控制类有关专业的教师、研究生、高年级学生以及从事自动控制工作的科技人员参考。



自 动 控 制 原 理

(下 册)

南京航空学院
西北工业大学 合 编
北京航空学院

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张24 563千字

1980年7月第一版 1982年1月第二次印刷 印数: 12,401—23,800册

统一书号: 15034·2019 定价: 2.45元

前 言

目前, 自动控制技术已广泛地应用于工农业生产、交通运输和国防建设, 自动控制技术的发展水平是衡量一个国家科学技术水平的重要标志之一。近十几年来, 国内外自动控制技术和自动控制系统理论发展很快, 为了满足高等院校教学及广大科技人员学习和参考的迫切需要, 我们组织编写了《自动控制原理》一书, 主要供高等航空工业院校教学之用。

自动控制理论大体上是在近四十年中形成和发展起来的。四十年代中到五十年代末形成的经典控制理论, 比较成功地解决了简单控制系统的分析和设计问题。但是, 对于五十年代后期出现的大型复杂的控制问题, 例如宇航技术、多输入-多输出、高精度、参数时变系统的分析和设计等问题, 经典控制理论表现出了一定的局限性。从五十年代末开始, 出现了现代控制理论并获得了迅速发展。快速和微型电子计算机的出现, 使现代控制理论进入了实际应用阶段。然而, 现代控制理论并不能取代经典控制理论, 可根据不同情况, 具体分析, 灵活选用。本书的主要内容包括经典控制理论和现代控制理论两大部分, 而以经典控制理论为主。在介绍经典控制理论时, 又以线性控制理论为主要内容。在本书的第一章至第六章中, 除介绍控制系统的基本概念和数学模型外, 着重介绍了分析和设计线性定常控制系统的三种主要方法, 即时域分析法、频率响应法和根轨迹法。第七、八两章分别介绍了非线性系统理论和采样系统理论。为了便于学习现代控制理论, 第九章扼要介绍了必要的数学基础知识, 包括矩阵、概率论、随机过程和参数估计等内容。第十章介绍了状态空间法、最优控制、系统辨识和卡尔曼滤波等现代控制理论的主要内容, 以作为读者进一步深入研究现代控制理论的基础。

本书在编写过程中, 吸取了我们在教学和科研工作中取得的经验和成果, 参考了国内外有关书籍和文献, 力求通过工程实例来阐述基本理论和应用方法。在编写中注意到全书技术内容的系统性和完整性, 在叙述方法上力求深入浅出, 突出重点。各章末均选编了一定数量的习题, 供读者练习之用。

本书由南京航空学院主编, 西北工业大学和北京航空学院参加编写。参加本书编写工作的计有: 胡寿松(前言、第三、五、六章)、田林(第一、二章)、林代业(第四章)、程鹏(第七章)、胡干跃(第八章)、陈新海(第九章和§10-8)、徐滨昌(第十章)。书稿编成后, 由孟宪仲、宋子善等同志进行了审阅。全书最后由胡寿松、程鹏修改定稿。

在本书编写过程中, 许多同志曾给以热情支持和帮助, 提出过不少宝贵的修改意见, 谨此致谢。

由于我们水平所限, 书中可能存在许多不妥和错误之处, 敬请读者不吝指正。

0305 马志

目 录

第七章 非线性系统理论	1
§ 7-1 非线性问题概述	1
§ 7-2 常见非线性因素对系统运动特性的影响	5
§ 7-3 相平面法基础	13
§ 7-4 非线性系统的相平面分析	22
§ 7-5 描述函数	34
§ 7-6 用描述函数分析非线性系统	42
习题	55
第八章 采样系统理论	57
§ 8-1 引言	57
§ 8-2 信号的采样和复现	62
§ 8-3 z 变换法	69
§ 8-4 采样系统的脉冲传递函数	80
§ 8-5 采样系统的稳定性	94
§ 8-6 采样瞬时的稳态误差	101
§ 8-7 采样系统动态性能的估算	107
§ 8-8 采样系统的校正	116
习题	129
第九章 现代控制理论的数学基础	131
§ 9-1 矩阵	131
§ 9-2 概率论	168
§ 9-3 随机过程	200
§ 9-4 参数估计的一些方法	216
习题	224
第十章 现代控制理论	226
§ 10-1 引言	226
§ 10-2 状态空间分析法	226
§ 10-3 线性系统的可控性与可观测性	255
§ 10-4 系统的稳定性分析	278
§ 10-5 极小值原理	298
§ 10-6 具有二次型性能指标的连续系统的最优控制问题	323
§ 10-7 系统的辨识	355
§ 10-8 卡尔曼滤波	365
习题	377
参考文献	380

第七章 非线性系统理论

§ 7-1 非线性问题概述

实际系统中的非线性因素 前面各章，我们所研究的都是线性系统。但是严格地说来，任何一个实际的控制系统，由于其组成元件总是或多或少地带有非线性特性，因此都是属于非线性系统的范畴。理想的线性系统实际上是不存在的。例如在驾驶仪纵向稳定回路中，作为测量元件的垂直陀螺仪或角速度陀螺仪，由于它们的输出轴存在着摩擦，因而在测量角度或角速度时总是有一个不灵敏区〔如图 7-1(a)〕；作为放大元件的晶体管放大器或磁放大器，由于它们的组成元件(如晶体管、铁芯等)都有一个线性工作范围，因此往往只在一定范围内，放大元件的输出量与输入量之间才呈线性关系，超过了这个范围，放大器的特性就出现饱和现象，如图 7-1(b)所示；执行元件例如电动机，总是存在摩擦力矩和负载力矩，因此只有当输入电压达到一定数值时，电动机才会转动，即存在不灵敏区，同时当输入电压超过一定数值时，由于磁性材料的非线性，电动机的输出转矩会出现饱和，即电动机的实际特性是同时具有不灵敏区和饱和的非线性特性，如图 7-1(c)所示；另外，各种传动机构由于机械加工和装配上的缺陷，在传动过程中总存在着间隙，其输入-输出特性见图 7-1(d)。

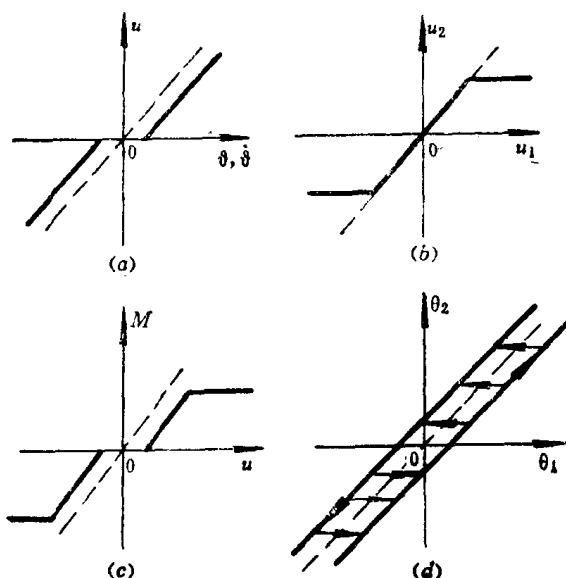


图 7-1 一些典型的非线性特性

以上情况说明，实际的控制系统无疑都是非线性系统。所谓线性系统仅仅是实际系统在忽略了非线性因素后的理想模型。因此，在讨论了线性系统的分析和设计以后，自然要进一步研究实际上存在的这些非线性因素对系统运动的影响。

除了上面指出的实际系统总是或多或少地存在非线性因素以外，有时为了改善系统的性能或者简化系统的结构，我们还常常在系统中引入非线性部件或者更复杂的非线性控制器。通常，在自动控制系统中采用的非线性部件最简单和最普遍的就是继电器。现在以电磁继电器为例来说明这类非线性特性的特点。说明电磁继电器工作原理的示意图如图 7-2(a)所示，衔铁的运动由通入线圈的电流 i_b 来控制，衔铁的运动将带动继电器触点作相应动作(断开或者闭合)，此处触点被用来接通或切断加于电动机的电枢电压 u 。当正向线圈中通入激磁电流 i_b 时，就在铁芯中产生磁通，但在 i_b 较小时，由于磁力小于弹簧的反作用力，衔铁不动，正向触点保持原来断开状态，电源电压 U 加不到电枢两端，即电动机的

电枢电压 $u = 0$ ；当 i_b 增大到某一数值 i_{b1} (i_{b1} 叫做吸合电流) 时，磁力克服弹簧反作用力使衔铁吸合，同时带动正向触点闭合，从而 U 加到电动机的电枢端，这时有 $u = U$ ；此后， i_b 再增大，磁力始终大于弹簧反作用力，故始终有 $u = U$ 。

现若减小电流 i_b ，那么由于衔铁在吸合后比吸合前磁阻要小得多，所以当 i_b 减小到等于 i_{b1} 时，磁力仍大于弹簧反作用力，只有当 i_b 进一步减小到 i_{b2} (i_{b2} 叫释放电流) 时，磁力不再能克服弹簧反作用力，这时衔铁释放并断开触点，从而使电动机电枢电压 u 由 U 变成零。

同样，当 i_b 加到反向线圈时，也将有类似的过程。这

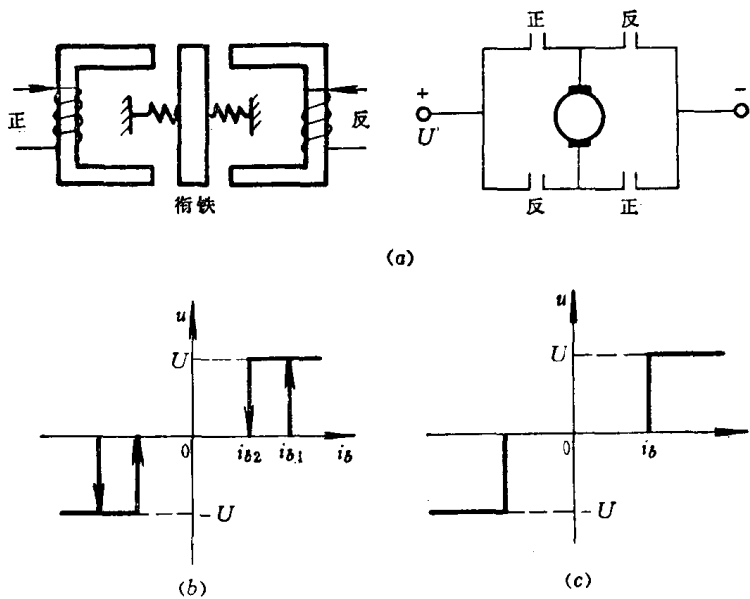


图7-2 电磁继电器的工作原理和输入-输出特性

就表明，对于继电型元件来说，其输入电流 i_b 和所控制的输出电压 u 之间也不是简单的线性关系，而是具有图 7-2(b) 所示的非线性关系。在有的情况下， i_{b1} 和 i_{b2} 相差不大，这时可不考虑继电特性的滞环，而将其简化为图 7-2(c) 所示的形状。

不难看出，图 7-2 所示的继电特性是一种典型的非线性特性，并且这种特性和图 7-1 所列举的那些非线性特性有一定的区别。图 7-1 所指出的那些非线性特性，一般都可以用一条平均值直线来近似，见图 7-1 中的虚线。而继电非线性是不能够运用小增量线性化或取平均值的办法来近似为线性特性的。

非线性系统和线性系统有不同的运动规律 我们知道，对于线性系统，描述其运动状态的数学模型是线性微分方程，它的根本标志就在于能使用叠加原理。而非线性系统，其数学模型为非线性微分方程，不能使用叠加原理。由于两种系统特性上的这种区别，所以它们的运动规律是很不相同的，现说明如下。

(1) 在线性系统中，系统的稳定性只取决于系统的结构和参数，也即只取决于系统特征方程根的分布，而和初始条件、外加作用没有关系。如果系统中的一个运动，即系统方程在一定外作用和初始条件下的解是稳定的，那么线性系统中可能的全部运动都是稳定的。所以我们可以说某个线性系统是稳定的或者是不稳定的。对于非线性系统，不存在系统是否稳定的笼统概念，必须具体讨论某一运动的稳定性问题。非线性系统运动的稳定性，除了和系统的结构形式及参数大小有关以外，还和初始条件有密切的关系。对于同样结构和参数的非线性系统，可以存在着稳定的运动和不稳定的运动，而稳定的运动也不一定对于所有的初始扰动都是稳定的，可能出现对于较大的初始扰动就不稳定的情况。我们研究下列非线性方程描述的系统：

$$\dot{x} = -x(1-x) \quad (7-1)$$

在给定初始条件 $x(0) = x_0$ 时，方程(7-1)的解为

$$x(t) = \frac{x_0 e^{-t}}{1 - x_0 + x_0 e^{-t}}$$

当 $x_0 > 1$ 时, $x(t)$ 随着 t 值的增大而增大, 在 t 趋近于 $\ln \frac{x_0}{x_0 - 1}$ 时, $x(t)$ 趋向于无穷大; 当 $x_0 < 1$ 时, $x(t)$ 随着 t 值的增大而趋近于零。不同起始条件时的 $x(t)$ 曲线表示在图 7-3 中。显然, $x = 0$ 和 $x = 1$ 都是系统的平衡状态。 $x = 0$ 这个平衡状态是稳定的, 因为它对于 $x_0 < 1$ 的扰动都具有恢复原状态的能力; 而 $x = 1$ 这个平衡状态就是不稳定的, 稍加扰动就偏离平衡状态。

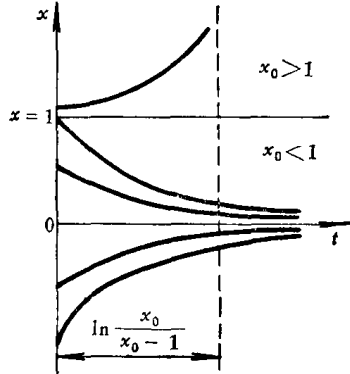


图7-3 方程(7-1)的解

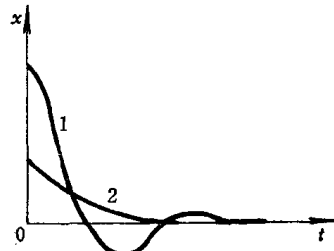


图7-4 非线性系统在不同初始偏移下的自由运动

(2) 线性系统自由运动的形式与系统的初始偏移无关, 如果线性系统在某一初始偏移下的时间响应曲线是振荡收敛的形式, 那么它在任何初始偏移下的时间响应曲线都具有振荡收敛的形式, 不会出现非周期收敛的形式或者发散的形式。非线性系统则不一样, 自由运动的时间响应曲线可以随着初始偏移不同而有多种不同的形式。在图 7-4 中示出了某个非线性系统在不同初始偏移下的时间响应曲线, 图中曲线 1 是振荡衰减的形式, 曲线 2 是非周期衰减的形式。

(3) 常系数线性系统在没有外作用时, 周期运动只发生在 $\zeta = 0$ 的临界情况, 而这一周期运动是物理上不可能实现的。事实上, 一旦系统的参数发生微小的变化, 这一临界状况就难以维持, 即使维持了临界情况不变, 但这时系统中的周期运动仍然不能保持。例如二阶无阻尼系统, 它的自由运动的解是 $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, 这里 ω 只取决于系统的结构和参数, 而振幅 A 和相角 φ 都是依赖于初始状态的量, 一旦系统受到扰动, A 、 φ 的值都会发生变化, 原来的周期运动便不能保持, 即这个周期运动不具有稳定性。对于非线性系统, 在没有外作用时, 系统中完全有可能发生一定频率和振幅的稳定的周期运动, 如图 7-5 所示, 这个周期运动在物理上是可以实现的, 通常把它称为自激振荡, 简称自振。在工程实践中, 经常遇到系统在没有外作用时就发生等幅振荡的现象, 这种现象就是非线性自振。在有的非线性系统中, 还可能存在多个振幅和频率都不相同的自激振荡。自振问题的研究是非线性系统的重要内容之一。

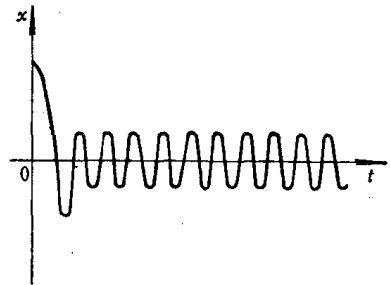


图7-5 非线性系统的自激振荡

(4) 在线性系统中, 当输入量是正弦信号时, 输出稳态分量也是同频率的正弦函数,

并且输出的稳态分量和输入信号仅在幅值和相角上有所不同, 因此如前所说, 利用这一特点, 可以引入频率特性的概念并用它来表示系统固有的动态特性。

非线性系统在正弦信号作用下的输出比较复杂, 分几个方面来说明。

1. 跳跃谐振和多值响应

研究下列杜芬方程的强迫振动情况:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon x^3 = F \cos(\omega t + \delta') \quad (7-2)$$

这里为了简便起见, 我们令外加信号有一初始相角 δ 。设上述方程的解为 $A \cos \omega t$, A 是待定的振幅。把 $A \cos \omega t$ 代入式(7-2), 并略去 $\cos 3\omega t$ 项, 可得输出振幅与 ω 的关系式为

$$(\omega_0^2 - \omega^2) A + \frac{3}{4} \varepsilon A^3 = F \cos \delta$$

$$2nA\omega = F \sin \delta$$

或

$$\left[(\omega_0^2 - \omega^2) A + \frac{3}{4} \varepsilon A^3 \right]^2 + (2nA\omega)^2 = F^2$$

固定输入振幅 F 不变, 由上式可以得到如图 7-6 所示的频率响应曲线 ($\varepsilon > 0$)。

当外作用的频率从图 7-6 中响应曲线上点 1 所对应的频率开始增大时, 振幅值也随着增大, 直到点 2; 若频率继续增高, 将引起振幅从点 2 到点 3 的突跳现象; 当频率再进一步增高时, 振幅沿着曲线从点 3 到点 4 变化。若反向改变频率即从高频开始降低频率, 振幅将沿着 $4 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ 变化, 在点 5 处发生突变跳到点 6, 接着随着频率的降低从点 6 趋向于点 1。这种振幅随着频率的改变出现突跳的现象称为跳跃谐振。在图 7-6 中我们可以看到, 对于 ω' 和 ω'' 之间的每个频率, 都对应于三个振幅的值, 不过点 2 到点 5 之间对应的振荡是不稳定的, 因此一个频率对应了两个稳定的振荡。这种现象称为多值响应现象。

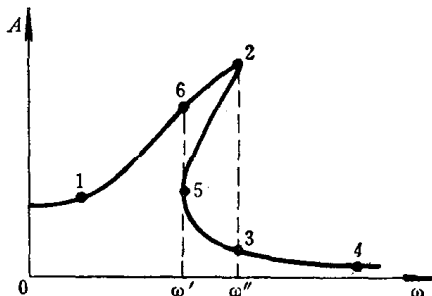


图7-6 杜芬方程的频率响应曲线

2. 倍频振荡和分频振荡

非线性系统在正弦信号作用下, 除了可能产生与输入频率相同的振荡之外, 还可能产生倍频和分频振荡, 即输出的信号中包含有频率是输入频率整数倍的高次谐波分量和周期是输入信号周期整数倍的次谐波分量。利用非线性特性产生倍频振荡或分频振荡的例子在电子学中很常见, 例如图 7-7 就是一个简单的倍频器电路, 它与一般谐振放大器的区别在于电路的工作点选在晶体管的非线性区域, 谐振回路的谐振频率调整在输入信号的倍频上。

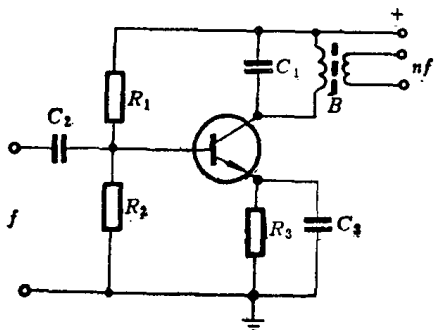


图7-7 倍频器电路

3. 组合振荡

非线性系统在两个不同频率 ω_1 和 ω_2 的正弦信号输入下, 输出的强迫振荡中可能发生频率为 $n\omega_1 + m\omega_2$ 的振荡分量, 这里 n 和 m 是某些整数。组合频率的振荡在电子学中运用也很广泛, 最

简单的如调制器、解调器及外差式振荡器等。

4. 频率捕捉现象

对于一个能出现频率为 ω_0 的自振系统，如果加入一个频率为 ω_1 的振荡信号就会发生差拍现象，即出现频率为 $|\omega_1 - \omega_0|$ 的振荡。再生式接收机就是利用了差拍现象，使耳机能接收到信号的。但是当输入信号的频率 ω_1 接近 ω_0 时，拍频就减小到零，此时输出反映出来的是频率为 ω_1 的振荡，即自振频率被外加频率所捕捉。

非线性系统的分析方法 由于以上所指出的非线性系统和线性系统存在的本质差别，使得非线性系统在分析方法上和线性系统也有很大的不同。在线性系统中，一般可采用传递函数、频率特性、脉冲过渡函数等概念，同时由于线性系统的运动状态和输入幅值、初始状态无关，所以通常是在典型输入函数和零初始条件下进行研究。而在非线性系统中，由于叠加原理不成立，线性系统的上述方法均不适用。到目前为止，对于非线性系统还缺乏象线性系统研究中所采用的那样成熟、而有普遍意义的方法。

一般说来，在工程实际中对于存在线性工作区域的非线性系统，或者非线性不严重的准线性系统，常常采用线性化的方法进行处理，然后在线性分析的基础上加以修正，而对于包括像继电特性那样根本不在线性区的非线性特性，工程上常用相平面方法和描述函数方法进行研究。需要指出的是，模拟计算机和数字计算机为非线性系统的研究提供了有力的工具。

§ 7-2 常见非线性因素对系统运动特性的影响

实际控制系统中最常见的有不灵敏区、饱和、间隙、摩擦等固有非线性因素。在多数情况下，这些非线性因素都会对系统正常工作带来不利的影响。本节的目的是从物理概念上对包含有这些固有非线性因素的系统进行一些分析，有时为了说明问题，仍运用了线性系统的某些概念和方法。虽然分析不够严谨，但便于了解，而且它所得到的一些概念和结论对于从事实际系统的调试工作是有参考价值的。

不灵敏区 不灵敏区又叫死区，系统中的死区是由测量元件的死区、放大器的死区以及执行机构的死区所造成的。例如作为测量元件的旋转变压器，当输入信号处在零值附近的一个小范围内时，它没有有用信号输出，只有当输入信号大于这个范围时，才输出有用信号使系统工作。这个零值附近的小信号范围便是它的死区。电子放大元件的死区一般都很小，而继电器放大器只有当输入的激磁电流 i_b 大于吸合电流 i_{b1} 时才能输出控制电压，因而死区较大。执行机构上的静摩擦力矩往往也可折合为死区，只有当由误差角引起的执行

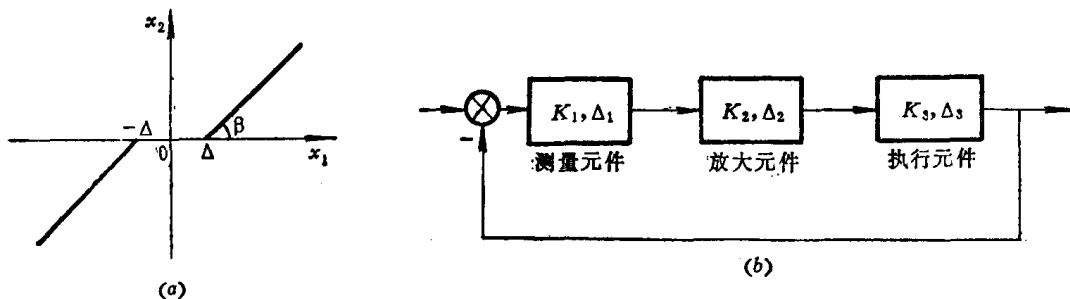


图7-8 死区特性和包含死区的非线性系统

机构转矩恰好等于静摩擦力矩时输出轴才开始转动。

死区的典型形式如图 7-8(a) 所示。图中 x_1 是输入量, x_2 是输出量, Δ 是死区范围, 死区外直线的斜率为 $K = \tan \beta$ 。死区非线性特性的数学表达式如下:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & |x_1| \leq \Delta \\ K(x_1 - \Delta \operatorname{sign} x_1) & |x_1| > \Delta \end{cases} \quad (7-3)$$

式中

$$\operatorname{sign} x_1 = \begin{cases} +1 & x_1 > 0 \\ -1 & x_1 < 0 \end{cases}$$

若系统的方块图简化表示成图 7-8(b) 的形式, 图中 K_1 、 K_2 、 K_3 分别为测量元件、放大元件和执行元件的传递系数, Δ_1 、 Δ_2 、 Δ_3 分别为它们的死区。可以把放大元件和执行元件的死区都折算到测量元件的位置, 则有下列式成立:

$$\Delta = \Delta_1 + \frac{\Delta_2}{K_1} + \frac{\Delta_3}{K_1 K_2} \quad (7-4)$$

显而易见, 处在系统前向通路最前边的测量元件, 其死区所造成的影响最大; 而放大元件和执行元件死区的不良影响可以通过提高该元件前级的传递系数来减小。

死区给系统带来的最直接的影响是造成稳态误差, 但死区一般不会使系统过渡过程的振荡性变大, 因为在过渡过程中, 在系统前向通路的信号幅值小于死区范围的那些时间里, 系统前向通路处于断开状态, 外界能源不给系统提供能量, 这样就使得在整个过渡过程中总的能量比没有死区的情况要小一些, 而且能量的交换也不如没有死区时剧烈, 因此系统的振荡性就会变小。另外死区能滤去在输入端作小幅度振荡的干扰作用, 因而提高了系统的抗干扰能力。当系统的输入信号是斜坡函数时, 死区的存在会造成系统输出量在时间上的滞后, 如图 7-9 所示。

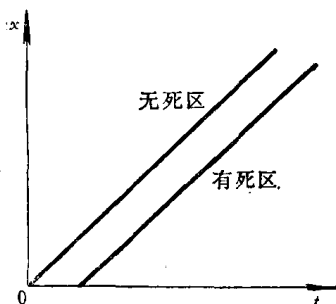


图7-9 斜坡输入时的系统输出量

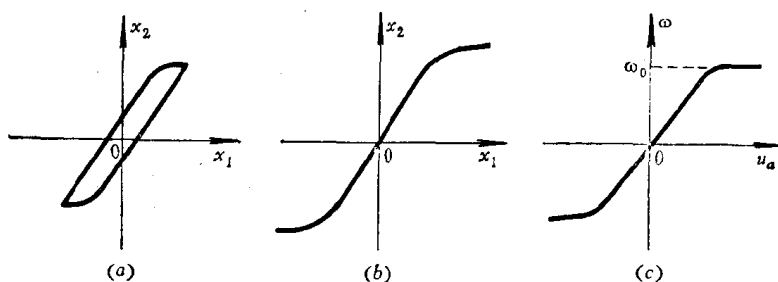


图7-10 部件的饱和现象

饱和 饱和特性也是系统中最常见的一种非线性特性。几乎在各类放大器中都存在饱和现象。例如磁放大器的放大特性如图 7-10(a) 所示, 电子放大器的放大特性则如图 7-10(b) 所示。此外, 执行元件的功率限制, 也同样是一种饱和现象。当采用两相伺服电动机作为执行元件时, 它的转速 ω 随着控制电压 u_a 的增长而线性增长, 当 u_a 超过一定数值时, 转速增高缓慢而出现饱和, 因此伺服电动机的功率限制就表现为转速呈饱和特性, 控制电压与转速的关系见图 7-10(c)。

理想化后的饱和特性的典型形状如图 7-11(a) 所示, 它的数学表达式为

$$x_2 = \begin{cases} Ka & x_1 > a \\ Kx_1 & |x_1| \leq a \\ -Ka & x_1 < -a \end{cases} \quad (7-5)$$

式中， a 是线性范围， K 为线性范围内的传递系数（对于放大元件，亦称增益）。

粗略地看，饱和特性的存在相当于大信号作用时，增益下降。例如图 7-11(a) 所示的饱和特性，在线性范围内增益为 K ，而在饱和区，虽然输入信号继续增大而输出却保持常数不变，所以等效增益 k 随输入信号的增大而减小，如图 7-11(b) 所示。

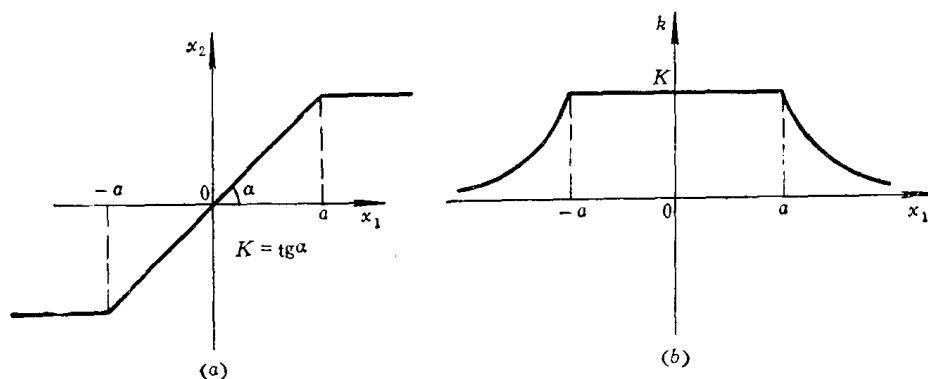


图7-11 饱和特性和它的等效增益

饱和特性对系统动态性能的影响是多种多样的，它随系统的结构不同而不同，下面研究两种情况。

若随动系统的方块图如图 7-12 所示。当系统输入端加上一个幅值较大的阶跃信号时，若放大器无饱和限制，系统的时间响应曲线为图 7-13 中的曲线 1；放大器有饱和限制时的时间响应曲线为图 7-13 中的曲线 2。显然饱和特性会使系统过渡过程的振荡性下降。这种现象我们可以用根轨迹法进行定性的说明。图 7-12 所示系统若无饱和限制时，它的开

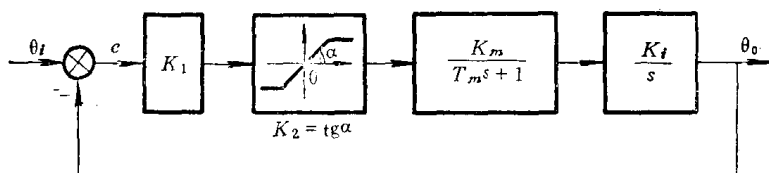


图7-12 非线性系统方块图

环传递函数为 $\frac{K_0}{s(T_m s + 1)}$ ，其中 $K_0 = K_1 K_2 K_m K_f$ 。系统开环传递函数有两个极点： $p_1 = 0$ ， $p_2 = -\frac{1}{T_m}$ 。画出系统的根轨迹如图 7-14 所示。若系统无饱和限制，在 $K = K_0$ 时，它的两个闭环极点位于图 7-14 的 s_1 和 s_2 。当系统受到饱和特性的限制后，相当于在误差信号大时，开环增益下降，两个闭环极点就从 s_1 和 s_2 沿着根轨迹向实轴方向靠近，这就使得在过渡过程内，闭环极点并不总是位于 s_1 和 s_2 ，而是有时在比 s_1 和 s_2 更加靠近实轴的地方，这样就使得过渡过程的振荡性下降。

若线性部分为振荡发散的系统，当考虑饱和限制后，系统就出现了自激振荡的现象。

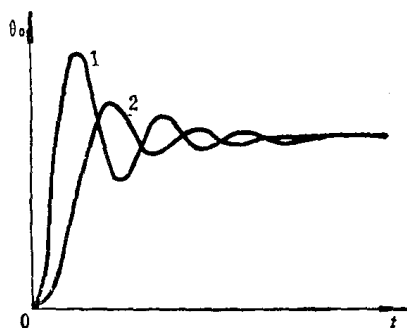


图7-13 图7-12系统的时间响应曲线

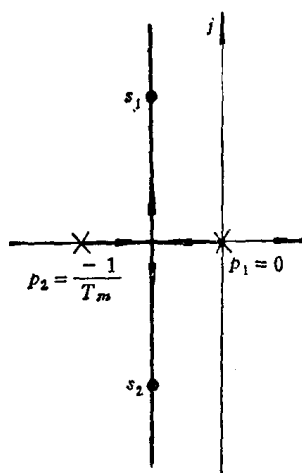


图7-14 根轨迹图

图7-15 就是这样的系统。很明显，若系统中不存在饱和特性的限制，那么当开环增益 K_0 大于一定数值时，系统是振荡发散的，在阶跃输入信号作用下，它的过渡过程曲线见图7-16中的曲线1。若系统中存在饱和特性的限制，则系统不再发散，而是出现稳定的等幅振荡，见图7-16中的曲线2。

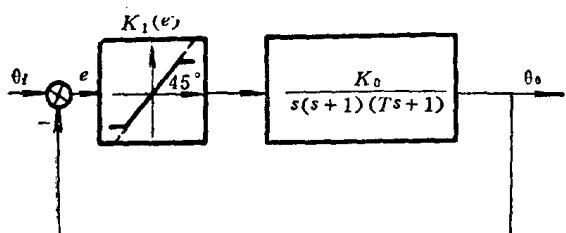


图7-15 非线性系统方块图

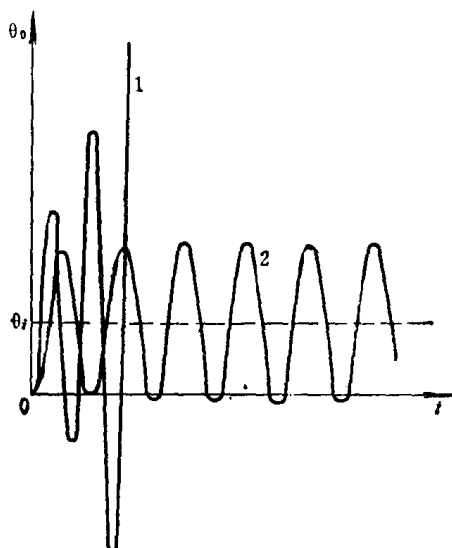


图7-16 图7-15系统的时间响应曲线

为什么会出现自激振荡呢？这是因为饱和和非线性的增益随输入误差信号 e 的大小而不断变化，即 $K_1 = K_1(e)$ 。当 e 的大小使得系统的开环总增益 $K = K_1(e)K_0$ 大于系统的临界增益 K_c 时，系统输出量有发散的趋势，而发散的结果使 e 增大，从而又使 $K_1(e)$ 减小，当 $K = K_1(e)K_0$ 小于系统临界增益 K_c 时，系统输出量就有收敛的趋势。我们知道，当系统处于发散状态时，要从外界能源获得能量；相反，系统处于收敛状态时，是消耗系统中已贮存的能量。如果在每个周期内发散的趋势和收敛的趋势相同，这也就意味着每个周期内获得的能量和消耗的能量平衡，这样就可维持等幅的振荡而出现自振现象。

还可以举出其他由于饱和特性的引入而使系统振荡性变大的例子。总之，饱和特性对系统动态性能的影响是复杂的，粗略地可用线性系统中增益减小时系统性能产生的变化来分析。例如当线性系统的输入信号为斜坡函数时， K 减小会使跟踪误差增大；当系统中引入饱和特性时，也因为跟踪速度受到了限制，从而使系统的跟踪误差变大。

为了避免饱和特性的不利影响,应当尽可能使系统具有较大的线性范围,并合理地确定各元件的线性范围。十分明显,在分配系统各级传递系数时,力求使信号(包括干扰)增大时,所有元件同时进入饱和区,或者至少也要使输出功率级首先进入饱和。反之,如果前置小功率元件或测量元件首先饱和,那么系统的功率元件就不能得到充分的利用,这是显然不合理的。

间隙 传动机构(如齿轮传动、杆系传动)的间隙也是控制系统中的一种常见的非线性因素。由于加工精度和装配上的限制,间隙往往是难以避免的。在图 7-17 中表示了齿轮啮合中的间隙,当主动齿轮运动方向改变时,从动齿轮仍保持原有位置,一直到全部间隙 $2b$ 被消除时,从动齿轮的位置才开始改变。

间隙特性的典型形式如图 7-18 所示,它的数学表达式为:

$$\begin{aligned} x_2 &= K(x_1 - b \operatorname{sign} \dot{x}_1) & \left| \frac{x_2}{K} - x_1 \right| > b \\ \dot{x}_2 &= 0 & \left| \frac{x_2}{K} - x_1 \right| < b \end{aligned} \quad (7-6)$$

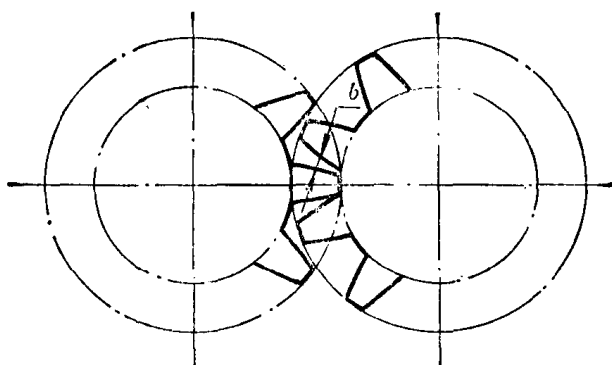


图 7-17 齿轮传动中的间隙

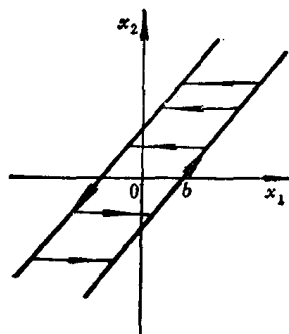


图 7-18 间隙非线性特性

间隙对系统性能的影响也很复杂,一般说来,它会增大系统的静差,使系统波形失真,过渡过程的振荡加剧。关于后者可以这样来说明:当间隙特性的输入量为 $x_1 = X \sin \omega t$ 时,其输出量将如图 7-19 中所示的波形,图中 $\varphi = \sin^{-1} \frac{b}{X}$ 。由此可见,间隙特性的影响主要表现为使输出量在相角上产生滞后,同时还使输出波形削顶。根据线性系统的概念,相位产生滞后相当于在系统中引入了相角滞后的环节,因此它对系统的影响总是使得系统的稳定裕度减小,从而使系统的振荡加剧,动态性能变坏,甚至可能引起系统自激振荡。如果在系统中引入适当的相角超前网络,可以补偿这方面的不良影响。

间隙引起振荡的原因,直观来看是由于主动轮在越过间隙区时相当于空载情况,这时系统一方面能量消耗减少,另一方面由于反馈信号不能及时增大以使误差信号减小,系统反而获得了一部分额外能量。这样使得主动轮通过间隙再重新带动负载时的总能量比没有间隙时要大,因而会使系统的振荡加剧。显然,为了消除这种振荡就需要及时消耗掉主动轮在间隙行程中储存的能量,系统中存在的各种摩擦对消耗这种能量是有好处的。也可用控制的方式移走能量,例如可以在主动轮的轴上安装测速发电机进行速度反馈。

提高减速齿轮的加工精度,采取能够自行消除间隙的双片齿轮,这些都是直接减小间

隙的基本措施。此外,还应合理地装配齿轮,把靠近负载轴一边的齿轮装得尽可能啮合紧一些以减小间隙,而同时又不致于对执行轴带来较大的摩擦力矩。

摩擦 摩擦非线性对小功率角度随动系统来说,是一个很重要的非线性因素。它的影响,从静态方面看,相当于在执行机构中引入了死区,从而造成了系统的静差,这一点和死区的影响相类似。摩擦非线性对系统动态性能的最主要的影响是造成系统低速运动的不平滑性,也就是使系统出现低速爬行现象,这时尽管系统的输入轴作低速平稳旋转,但输出轴却是跳动式地

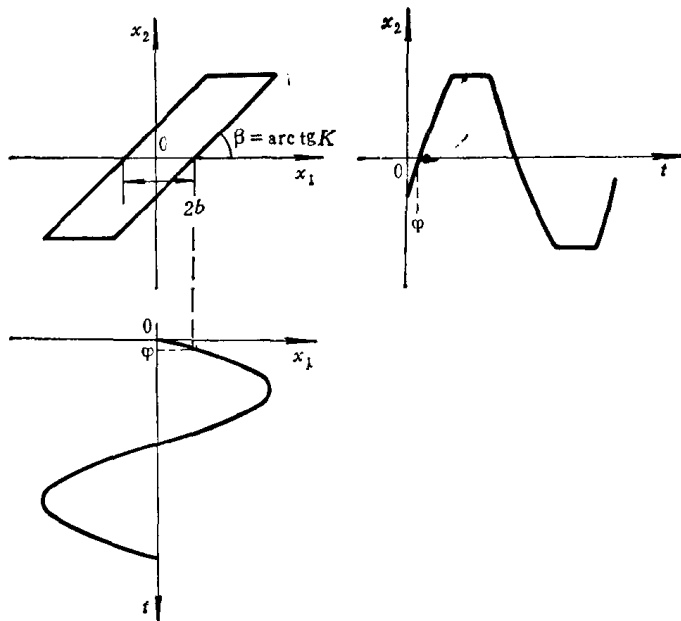


图7-19 间隙特性的输入-输出波形

跟着旋转。在工程实际中,这种低速爬行现象是很有害的。例如在飞行模拟实验中,如果转台随动系统在低速运动时出现爬行现象,那么装在转台上的自由陀螺将感受一个跳动式的角度变化信号,而速率陀螺将感受幅值较大的脉冲式的角速度变化信号。这些信号经放大元件放大后,便会驱动驾驶仪执行元件跳动式地工作,从而导致整个飞行模拟实验无法正常进行。因此,对飞行模拟转台的随动系统来说,最小平稳跟踪速度是一个重要的性能指标。

1. 低速爬行的物理过程

我们先写出考虑了摩擦力矩的电枢控制直流电动机运动方程

$$J \frac{d\omega_0}{dt} = M_m + M_f - f\omega_0 \quad (7-7)$$

式中, $J \frac{d\omega_0}{dt}$ 表示折算到电动机输出轴的惯性力矩; M_m 表示电动机的电磁转矩,其大小与放大器输给电动机的控制电压 u_a 成比例,即

$$M_m = K_m u_a \quad (7-8)$$

M_f 表示折算到电动机输出轴的摩擦力矩; $f\omega_0$ 表示折算到电动机输出轴上的阻尼力矩,它包含了粘性摩擦力矩和电动机反电势引起的附加力矩。式(7-7)和式(7-8)可用方块图表示成图 7-20 的形式。图中时间常数 $T_m = J/f$ 。

虽然摩擦力矩与系统运动状态之间的非线性关系比较复杂,但是为了简单起见,我们只考虑如图 7-21 所给出的情况。图中表示,当电动机转速 ω_0 为零时,摩擦力矩 M_f 等于电动机轴的静摩擦力矩 M_{f1} ,它的方向与电动机的电磁转矩方向相反;当 $\omega_0 \neq 0$ 时, M_f 等于动摩擦力矩 M_{f2} ,动摩擦力矩的方向与电动机转速方向相反。现在来研究考虑摩擦力矩后,小功率随动系统对斜坡输入的跟踪过程,系统的方块图如图 7-22 所示。

若系统的输入轴以 ω_i 的速度等速旋转,亦即输入角以 $\theta_i = \omega_i t$ 的规律变化,这时由于

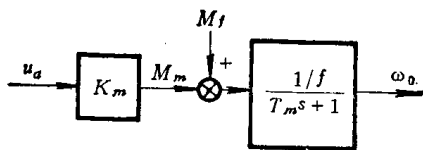


图7-20 考虑摩擦力矩时直流电动机的方块图

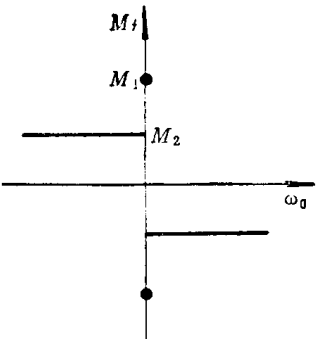


图7-21 摩擦力矩示意图

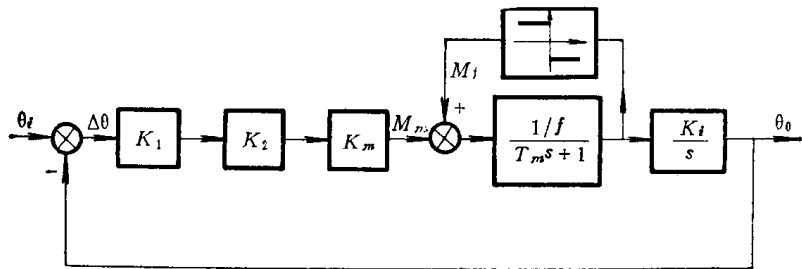


图7-22 小功率随动系统方块图

存在摩擦力矩，系统输出轴并不是一开始就立刻跟着输入轴旋转。十分明显，只有当误差角 $\Delta\theta$ 产生的电磁转矩大于静摩擦力矩时，输出轴才开始转动。这相当于图 7-23 中 0 到 1 这一段的死区。在死区内，电磁转矩小于静摩擦力矩。在 1 点，电磁转矩 $M_m = K_1 K_2 K_m \Delta\theta_1 = M_1$ 。当输出轴开始转动以后，摩擦力矩由静摩擦力矩 M_1 下降为动摩擦力矩 M_2 ，这时输出轴便以初始加速度 $(M_1 - M_2)/J$ 作加速运动，转速 ω_0 开始上升，输出角 θ_0 开始增大，这相当于图 7-23 中 θ_0 和 ω_0 从 1 点开始变化的情况。随着 θ_0 的增大，系统的误差角相应减小，从而引起电动机电磁转矩的减小，如图 7-23 所示。当 θ_0 上升到 2 点时，系统的误差角 $\Delta\theta = \theta_i - \theta_0$ 变为 $\Delta\theta_2$ ，此时电磁转矩 $M_m = M_2$ ，从而使输出轴的加速度由 $(M_1 - M_2)/J$ 减小到零。所以在 2 点， ω_0 具有最大值，即输出轴在此瞬时具有最大速度。在 2 点以后，由于误差角 $\Delta\theta < \Delta\theta_2$ ，电磁转矩 $M_m < M_2$ ，使得输出轴加速度 $(M_m - M_2)/J < 0$ ，因此 ω_0 开始减小， θ_0 增长变慢。当变到 3 点时， ω_0 等于零，摩擦力矩又由 M_2 增大到 M_1 ，这样又出现了 $M_m < M_1$ 的情况，输出轴停止转动， θ_0 停止增大，如图中 3 点以后的情况。在 3 点以后，由于输入转角 θ_i 继续增大，但输出转角 θ_0 不变，因此又使得误差角越来越大；当误差角增大到 $\Delta\theta_1$ 时，也即图中的 4 点时，电磁转矩再次克服静摩擦力矩，使输出轴又开始转动，从而又开始了新的加速运动。此后，输出轴重复上述一会儿起动，一会儿制动的运动过程，这就使得输出轴不是平滑地跟随输入轴转动，而是跳动式地进行跟踪，出现了低速爬行现象。

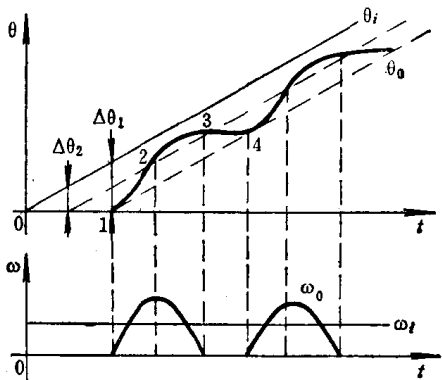


图7-23 低速爬行现象

2. 影响低速运动不平滑性的因素

在研究低速爬行的物理过程时曾经指出, 在图 7-23 中的 2 点以后, 由于 $M_m < M_2$, 因而电动机加速度 $(M_1 - M_2)/J < 0$, 输出轴减速, 如果 ω_0 能减到零, 则动摩擦又变成静摩擦, 从而出现输出轴时停时转的爬行现象。如果 ω_0 不能减到零, 输出轴不停转, 也就不会产生爬行现象。因此下面研究 ω_0 能否减到零取决于什么因素。

在图 7-22 中, 当误差信号 $\Delta\theta$ 所产生的电磁转矩小于静摩擦力矩时, 系统工作在不灵敏区, 输出轴转速 $\omega_0 = 0$ 。当 $t = t_1$ 时, 误差信号 $\Delta\theta$ 所产生的电磁转矩 $M_m = M_1$, 当电机输出轴开始转动后, 静摩擦立即变成了动摩擦, 这样输出轴便在阶跃力矩 $M_1 - M_2$ 作用下开始运动。在 $t > t_1$ 后, 随动系统就工作在线性状态, 系统上有两种外作用, 一是输入轴的转角信号 $\theta_i = \omega_i(t - t_1)$, 它作用在系统输入端; 另一是阶跃力矩 $M_1 - M_2$, 它作用在力矩综合点上, 见图 7-24, 图中 $K = K_1 K_2 K_m$ 。我们知道, 对于线性系统可以运用叠加原理, 分别求出在 θ_i 作用下所产生的电动机输出轴转速 ω_{01} 和在 $M_1 - M_2$ 作用下产生的转速 ω_{02} , 然后相加, 便可得总转速 $\omega_0 = \omega_{01} + \omega_{02}$, 见图 7-25。很明显, 如果相加后的转速 ω_0 能减到零, 则表示输出轴会出现爬行现象, 若 ω_0 不能减到零, 则说明输出轴不会出现时停时转的爬行现象。在以上认识的基础上, 可以比较方便地分析影响低速运动不平滑性的因素。

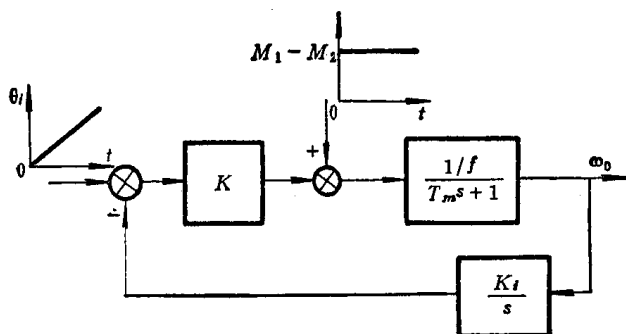


图7-24 图7-22系统在 $t > t_1$ 时的情况

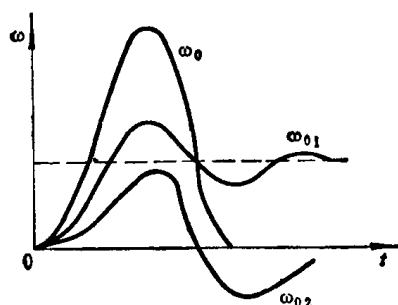


图7-25 输出轴速度的时间响应曲线

(1) 随动系统输入速度的影响: 在输入轴速度很低时, 由 $\theta_i = \omega_i(t - t_1)$ 所产生的系统输出转速 ω_{01} 较小, ω_0 曲线容易取到零值, 所以容易发生爬行现象。这时由于 θ_i 增长较慢, 需要较长时间后, 误差信号所产生的电磁转矩才能克服静摩擦力矩, 所以爬行的周期也较长。随着输入轴角速度的增大, 通过上述不灵敏区所需要的时间减小, 爬行的周期也就缩短。在输入轴转速增大时, 由 $\theta_i = \omega_i(t - t_1)$ 所产生的系统输出轴转速 ω_{01} 增大, 总的转速曲线 ω_0 也向上移, 从而更有可能使 ω_0 取不到零值。当 ω_i 增到某一数值后, ω_0 就不会取到零值, 这时跟踪过程不会出现时停时转的现象, 但仍有频率较高的脉动。由于系统执行机构的机械部分及负载本身是一个低通滤波器, 对于高频的脉动信号有较好的滤波性能, 所以当 ω_i 较大时, 系统输出轴可以相对于输入轴作平滑跟踪。

(2) 摩擦力矩差值的影响: 若电动机输出轴的静、动摩擦力矩差值 $M_1 - M_2$ 较小, 跟踪过程中跳动加速度的最大值 $(M_1 - M_2)/J$ 就会变小, 这意味着 ω_{02} 的振幅较小, 那么在同样的输入速度 ω_i 下, 输出轴转速 ω_0 就不易减到零。所以改善系统输出轴的润滑情况, 减小静、动摩擦力矩的差值, 有利于改善系统低速跟踪的不平滑性。